

## APENDICE

### Lista de la sección 2.2.6

Godino, J. D., Batanero, C., Rivas, H. y Arteaga, P. (2013). [Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas](#). *REVEMAT*, 8, (1), 46-74.

Godino, J. D. y Neto, T. (2013). [Actividades de iniciación a la investigación en educación matemática](#). *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, 63, 69-76.

Pino-Fan, L. Godino, J.D. y Font, V. (2013). [Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada](#) (Parte 1). *REVEMAT*, 8 (2), 1-49. <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n2p1>

Pino-Fan, L. Godino, J.D. y Font, V. (2013). [Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada](#) (Parte 2). *REVEMAT*, 8, Ed. Especial (dez.), p. 1-47. <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8nespp1>

Godino, J. D. Aké, L., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2012). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. Enseñanza de las Ciencias (en prensa).

Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. y Konic, P. (2012). [Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas](#). *Revemat : Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7 (2), 1-21. <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p1>

Rivas, M. Godino, J. D. y Castro, W. F. (2012). [Desarrollo del conocimiento para la Enseñanza de la proporcionalidad en futuros profesores de primaria](#). *BOLEMA*, 26 (42B), 559-588.

Gonzato, M., Godino, J. D. y Neto, T. (2011). [Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales](#). *Educación Matemática*, 23, (3), 5-37.

Castro, W. F., Godino, J. D. y Rivas, M. (2011). [Razonamiento algebraico en educación primaria: Un reto para la formación inicial de profesores](#). *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 25, 73-88.

Godino, J. D. (2009). [Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas](#). *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.

Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8 (1), 67-98.

Godino, J. D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (Especial): 133-156 .

Contreras,A., Garcia,M. y Font, V. (2012). Análisis de un proceso educativo sobre la enseñanza del límite de una función. *Bolema-Mathematics Education Bulletin*, 26(42).

D'Amore, B., Font, V., Godino, J. D. (2007) La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma*, 28 (2), 49-77.

D'Amore, B., Font, V., Godino, J. D. (2008). La dimensione metadidattica nei processi di insegnamento e di apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua didattica*, 22 (2), 207-235.

Drijvers, P., Godino, J., Font, V. & Trouche, L. (2013). One episode, two lenses; a reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and ontosemiotic perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 1(82), 23-49.

Font, V., Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 33-52.

Font, V. (2006). Problemas en un contexto cotidiano. *Cuadernos de pedagogía*, Ed. Ciss Praxis, Barcelona. 355, 52-54.

Font, V. (2007). Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 10 (2), 419-434.

Font, V. (2007). Una perspectiva ontosemiótica sobre cuatro instrumentos de conocimiento que comparten un aire de familia: particular-general, representación, metáfora y contexto. *Educación Matemática*, 19 (2), 95-128.

Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO, Revista de didáctica de las matemáticas*, 56, 86-94 (Exemplar dedicat a: Ciudad y Matemáticas)

Font, V., Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 1 (8), 67-98.

Font, V., Godino, J. D. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies In mathematics*.

Font, V., Rubio, N., Giménez, J., Planas, N. (2009). Competencias profesionales en el Máster de Profesorado de Secundaria. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 51, 9-18.

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. (2007). The Onto-Semiotic Approach to Research in Mathematics Education. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. (2007). The Onto-Semiotic Approach to Research in Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, 27 (2), 2-7.

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., Wilhemi, M. R. (2006). Análisis y Valoración de la Idoneidad Didáctica de Procesos de Estudio de las Matemáticas. *Paradigma*, 2 (XXVII), 221-252.

Godino, J. D., Font, V. Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 131-155.

Godino, J. D., Font, V., Contreras, A. Wilhelmi, M. R. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1 (9), 117-150.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. (2008). Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico. *Publicaciones. Facultad de Educación y Humanidades del Campus de Melilla*, 38, 25-48.

Godino, J.D., Contreras A., Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 26 (1), 39-88.

Gusmao, T. C., Font, V., Cajaraville, J. A. (2009). Análises cognitivo e metacognitivo de práticas matemáticas de resolução de problemas: o caso Nerea. *Educação Matematica Pesquisa*. 11(1), 8-43.

Larios, V., Font, V., Giménez, J., Díaz-Barriga, A. (2011) Teaching practices research as a source to develop training programs for mathematics teachers. En: J. Giménez et al (eds) *Proceedings of 63 Conference of The Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching*. Barcelona.

Malaspina, U., Font, V. (2009). La intuición matemática y sus componentes. *Matematicalia*, 5(3)

Planas, N., Font, V., Edo, N. (2009). La confrontación de normas en la construcción de discursos de la matemática escolar. *Paradigma*, XXX (2), Diciembre, 125-142.

Ramos, A. B., Font, V. (2005). Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambio institucional. El caso de la contextualización de funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales. *Revista de Educación*, 338, 309-346.

Ramos, A. B., Font, V. (2006). Cambio institucional, una perspectiva desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Paradigma*, 1 (XXVII) 237-264.

Ramos, A. B., Font, V. (2006). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. *La Matematica e la sua didattica*, 20 (4), 535-556.

Ramos, A. B., Font, V. (2008). Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 11 (2), 233-265.

Vanegas, Y.M., Font, V., Giménez, J. (2009). Outils pour analyser la classe de Mathématique. *Quaderni di ricerca in didattica (Matematica)*, 19, supplemento 2, 246-250.

**Godino**, Didáctica de las matemáticas y educación matemática relaciones con otras disciplinas:

En cuanto a las principales perspectivas y líneas de investigación en didáctica de la matemática se centran en la actividad desarrollada por los grandes núcleos de investigadores, en particular los grupos TME y PME. Los resultados de todos estos esfuerzos se han concretado en la publicación en 2010 de un libro con el título, —Theories of Mathematics Education. Seeking New Frontiers, editado por B. Sriramny L. English (Springer, 2010).

Respecto al punto de vista sociocrítico y la investigación acción, el programa de investigación en Educación Matemática de este tipo es la llamada - Educación Matemática Crítica (Skovsmose, 1999). Este enfoque propone una agenda de investigación para el estudio de la relación entre educación matemática y democracia. Los aspectos que preocupan a la teoría crítica son, entre otros: 1) preparar a los estudiantes para ser ciudadanos; 2) introducir las matemáticas como una herramienta para analizar de manera crítica los hechos socialmente relevantes; 3) tener en cuenta los intereses de los estudiantes; 4) considerar los conflictos culturales en los que se desarrolla el proceso de instrucción; 5) contemplar los aspectos anteriores sobre el proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas para que el conocimiento matemático se convierta en una herramienta crítica y 6) dar importancia a la comunicación en el aula, entendida como el conjunto de relaciones interpersonales que son la base de la vida democrática.

Las razones para utilizar el punto de vista de la semiótica en la comprensión de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas son diversas. La semiótica abarca todos los aspectos de la construcción de signos por el hombre, la lectura e interpretación de los signos a través de los múltiples contextos en que tiene lugar dicho uso. No debe ser, por tanto, extraño el uso de la semiótica para estudiar la actividad matemática, dado el papel esencial del uso de signos en la matemática. Unos papeles similares desempeñan los signos, los símbolos, notaciones, etc., en la comunicación de las ideas matemáticas en el contexto escolar y en los procesos de aprendizaje. En consecuencia, parece justificado el estudio de la matemática escolar desde el punto de vista de la ciencia de los signos.

El interaccionismo simbólico en educación matemática surge para intentar responder a estas cuestiones es necesario desarrollar perspectivas teóricas que sean útiles para interpretar y analizar la complejidad de las clases de matemáticas. En este sentido, Bakersfield (1994) indica que es posible utilizar constructos teóricos procedentes de la sociología y la lingüística (etnometodología,

interaccionismo social, y análisis del discurso), pero que, ya que estas disciplinas no están directamente interesadas en las cuestiones relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de contenidos curriculares, es necesario realizar una cierta traducción para responder a las cuestiones específicas de la educación matemática.

También se han hecho esfuerzos por disponer, involucrar y unificar diferentes marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático en los cuales se hace una síntesis de los principales aspectos ontológicos, epistemológicos, cognitivos e instruccionales que servirán para elaborar desde un enfoque unificado del conocimiento y la instrucción matemática. Luego describen los siguientes objetos:

- Las teorías referenciales y operacionales sobre el significado, así como el marco general de la semiótica y filosofía del lenguaje como punto de entrada al estudio de los objetos matemáticos.
- La posición de Wittgenstein como promotor de la visión antropológica sobre las matemáticas.
- Las nociones de representación interna y externa sobre el conocimiento, incluyendo la noción de esquema cognitivo y concepción en sus diversas acepciones.
- Enfoques epistemológicos (constructivismos, aprendizaje discursivo, teoría de situaciones, antropología cognitiva).

Y finalmente se concluye con una reflexión sobre la necesidad de progresar hacia un enfoque unificado al conocimiento matemático, en sus facetas personales e institucionales, y su desarrollo mediante la instrucción matemática.

### **Explorando aspectos relevantes del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada de profesores en formación inicial (Luis R. Pino-Fan, Juan D. Godino, Vicenç Font, 2014)**

Diversos autores han investigado sobre la comprensión de los estudiantes de bachillerato y primeros semestres de universidades, sobre el concepto de las derivadas; sin embargo, hay pocos estudios que cuestionan a los maestros en relación con este tema; La mayoría de estos son a los maestros de matemáticas en formación, para determinar el conocimiento y comprensión del concepto de derivadas.

Se dan a conocer los resultados parciales de una investigación enfocada en los conocimientos didácticos matemáticos (CDM) de los futuros maestros de matemáticas. Se ejemplifica el uso de las herramientas teórico-prácticos de este modelo, para analizar el conocimiento de estos profesores. Se da una muestra de 53 maestros en formación y se les da un cuestionario sobre las derivadas.

Se distinguen seis facetas o dimensiones del análisis didáctico de enseñanza y aprendizaje: epistémica, cognitiva, emocional, interaccional, mediacional y ecológica (Godino, Batanero y Font, 2007). Donde se distinguen diferentes componentes y herramientas que permiten su análisis. En la faceta epistémica se refiere al conocimiento que tiene o debe tener el profesor sobre el contenido matemático como objeto institucional cuya enseñanza se planifica, implementa o evalúa. Por otro lado está la faceta cognitiva que refiere a los significados personales de los estudiantes en

distintos momentos de su desarrollo en términos de sistemas de prácticas personales y configuraciones cognitivas de objetos y procesos.

Estas herramientas de análisis didáctico han sido utilizadas para producir un sistema de categorías de los conocimientos de los maestros de matemáticas. Para esta investigación se usa el modelo (CDM) el cual planteó Godino (2009).

Puesto que la metodología es de tipo mixta, además de la variable de configuración cognitiva (variable cualitativa), para el análisis cuantitativo de las respuestas, se considera la variable grado de corrección, para la cual se toma en cuenta los siguientes casos: respuesta correcta, respuesta parcialmente correcta, respuesta incorrecta y no responden.

**Sujetos y contexto:** Esta prueba fue aplicada a 53 estudiantes de los últimos semestres de la Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán en México. Cabe señalar que los estudiantes en este estudio, suelen trabajar como docentes en los niveles de bachillerato o universitario en el estado de Yucatán en México. Los estudiantes a los que se les aplicó el cuestionario habían cursado cálculo diferencial en el primer semestre de la licenciatura y, a lo largo de ella, tomaron otros cursos relacionados con el análisis matemático. Además habían cursado materias relacionadas con las matemáticas y su didáctica.

**El cuestionario:** Este cuestionario llamado (Cuestionario sobre la Faceta Epistémica del Conocimiento Didáctico-Matemático de la Derivada o FE-CDM-Derivada) se compone por nueve tareas. Se centra, en evaluar los aspectos parciales de la faceta de epistémica de (CMD) de los futuros maestros de matemáticas sobre derivadas.

Las tareas incluidas en el cuestionario responden a dos características. Las tareas deben proporcionar información sobre el grado de ajuste del significado personal de los futuros profesores respecto del significado global u holístico del objeto derivada (Pino-Fan, Godino y Font, 2011). Para lograrlo, se incluyeron ítems que activan distintos sentidos para el objeto derivada (pendiente de la recta tangente, razón instantánea de cambio y tasa instantánea de variación). Y la segunda característica de los ítems responde a los diferentes tipos de representaciones en los tres subprocesos, que según Font (2000), intervienen en el cálculo de la función derivada:

- a) traducciones y conversiones entre las distintas formas de representar  $f(x)$ .
- b) El paso de una forma de representación de  $f(x)$  a una forma de representación de  $f'(x)$ .
- c) Traducciones y conversiones entre las distintas formas de representar  $f'(x)$ .

De esta forma se puede decir que el cuestionario contempló tres tipos de tareas, todas relacionadas con el contenido matemático (Pino-Fan, Godino y Font, 2013): **(1)** aquellas que piden poner en juego el conocimiento común del contenido (este conocimiento hace referencia a la resolución de tareas matemáticas que se proponen usualmente en el currículo del bachillerato); **(2)** aquellas que requieren de aspectos parciales conocimiento del contenido especializado (usar distintas representaciones, distintos significados parciales de un objeto matemático, resolver el problema mediante diversos procedimientos, dar diversas argumentaciones válidas, identificar los conocimientos puestos en juego durante la resolución de una tarea matemática, etc.); y **(3)** aquellas

que requieren del conocimiento ampliado (generalizar tareas sobre conocimiento común y/o realizar conexiones con objetos matemáticos más avanzados en el currículo de bachillerato). La tarea que es objeto de estudio en este trabajo, pertenece a este tercer grupo.

Las soluciones proporcionadas por los futuros maestros de bachillerato, se pudieron identificar 4 tipos de confirmaciones, denominadas: **(1)** patrón numérico; **(2)** uso de la relación física  $v = d/t$ ; **(3)** aproximación por la izquierda o derecha, y **(4)** aproximación bilateral. Se esperaban respuestas similares a las reportadas en el trabajo de Çetin (2009).

### **Bolema. Análisis de un Proceso de Estudio sobre la Enseñanza del Límite de una Función**

El trabajo se plantea como objetivo principal analizar una clase de matemáticas con el fin de encontrar las principales causas que dificultan el aprendizaje de límites en los estudiantes. El marco teórico utilizado se basa en el enfoque ontosemiótico (EOS) sobre el conocimiento e instrucción matemática y el desarrollo del proyecto gira en torno al análisis del significado institucional de referencia y en el significado institucional implementado.

El significado institucional de referencia hace referencia al proceso de preparar una clase; donde el docente encargado se ocupa primero de definir un objeto a desarrollar, seguidamente define que es ese objeto para las instituciones matemáticas, lo hace acudiendo a los textos correspondientes, y finalmente usara conocimientos personales previamente adquiridos.

Por otra parte, el significado institucional implementado alude al sistema de prácticas en el aula, donde aquello que se planifico para la clase, n los procesos de interacción profesor-alumno.

Los significados de referencia que se utilizaron para llevar a cabo el proyecto fueron: Sistema gráfico, sistema geométrico, sistema infinitesimal y sistema numérico. Cada uno ellos tomarían un papel diferente en el proceso educativo del estudiante.

Para la realización de las prácticas es necesario tomar en cuenta un conglomerado de elementos definidos como “configuración epistémica”, estos son:

- El lenguaje (notaciones y representaciones graficas).
- La situación-problema (se proponen ejemplos).
- Procedimientos (desarrollo o estudio de una manera de resolver problemas).
- Conceptos (definiciones).
- Las proposiciones (se interpretan propiedades).

Junto con esta configuración fue necesario también considerar las configuraciones docente y discente, siendo estas las acciones del conglomerado anterior y los resultados que se obtienen.

Por otro lado se definieron determinados momentos en los que se construye la clase, y de estos depende el desarrollo de la misma; en el estudio se detectaron tres:

- 1) Demora o ralentización de la clase: se describen como aquellos momentos donde hay preguntas por parte de los alumnos y respuestas por parte del profesor.
- 2) Afirmación del avance: se define como un momento de la clase donde el profesor considera que puede “institucionalizar el saber”.

3) Cambio de fase: momentos donde el profesor pasa de un problema a otro.

Mediante el trabajo realizado les fue posible abordar en profundidad el estudio del significado institucional implementado, logrando así identificar patrones relevantes en cuanto a las dificultades de los alumnos con el aprendizaje del límite funcional, entre las que se destaca el conflicto para comprender el mismo concepto de límite, lo cual logra explicarse, en parte, por la anulación del infinito actual de la matemática moderna; en particular, las mayores cantidades de respuestas incorrectas corresponden con la cardinalidad de los conjuntos infinitos. A través de la trayectoria institucional se consigue avistar un tipo de enseñanza desarrollada por el docente, que se caracteriza por ser dialógica y, en menor medida, magistral. Finalmente, el trabajo también analiza la actuación del profesor y surge un perfil de docente “de carácter dialógico”.