



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Competencia de Análisis e Intervención Didáctica del Docente de Primaria en Panamá

FACULTAD DE EDUCACIÓN

PROGRAMA DE DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS, LAS LENGUAS, LAS ARTES Y
LAS HUMANIDADES

Tesis doctoral

LUISA MABEL MORALES MAURE

Director y tutor

Dr. VICENÇ FONT MOLL

Barcelona, septiembre 2019

RESUMEN

El Objetivo general de esta tesis es investigar el desarrollo y evaluación de la competencia de análisis e intervención didáctica de maestros de primaria, mediante el diseño y la implementación de ciclos formativos en didáctica de las matemáticas, a fin y efecto de que optimicen los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en sus aulas. Dicho objetivo general, se concreta en 5 objetivos específicos, los tres primeros sirven para conocer la situación actual de la formación de maestros en Panamá. El cuarto objetivo persigue diseñar e implementar un dispositivo formativo que desarrolle la competencia de análisis e intervención didáctica de los maestros, mientras que el último objetivo investiga cómo se produce dicho desarrollo.

Se utiliza como referente teórico el *Modelo de Competencias y Conocimientos y Didáctico Matemáticos del Profesor*, basado en constructos del *Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática*. Coherentemente con este enfoque teórico, se propone un diseño de investigación cualitativo que presenta, tanto, aspectos de un diseño de experimento del desarrollo de las competencias y conocimientos del profesor, como de una investigación de tipo Investigación – Acción.

Los resultados obtenidos en los tres primeros objetivos ofrecen información relevante de la situación actual de la formación de maestros en Panamá. Por una parte, los cursos de formación continua ofrecidos a los docentes evidencian un desequilibrio a favor de la didáctica general, en detrimento de la formación en matemáticas y su didáctica. Por otra parte, la oferta de formación permanente en Panamá contempla relativamente poco la modalidad de reflexión sobre la práctica. En ese mismo contexto, se identifica que el perfil competencial docente que deben tener los maestros de primaria, según la administración educativa y las universidades que realizan la formación inicial de maestros, ofrece poco énfasis a la competencia matemática y a algunas de las subcompetencias de la competencia de análisis e intervención didáctica. A su vez, la evaluación diagnóstica de los participantes muestra que tienen un conocimiento matemático común limitado, un bajo nivel de desarrollo de su competencia matemática y limitada competencia de análisis e intervención didáctica.

Una de las aportaciones más relevantes de esta investigación es el diseño e implementación del *Diplomado Estrategias Didácticas para la Enseñanza de la Matemática EDEM*, el cual ha tenido un impacto importante en la formación de maestros en Panamá, tanto en la implementación documentada en esta memoria, como en otras tres que han sido realizadas.

Para investigar el desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica en este Diplomado, se seleccionaron dos maestros para un estudio de caso. Para el análisis de los datos se optó por una metodología cualitativa de análisis de contenido. Una primera conclusión destaca que es necesario un conocimiento común de base para el desarrollo de todas las subcompetencias de la competencia de análisis e intervención didáctica. Otra conclusión apunta a que hay evidencia de la apropiación de la noción general de la idoneidad didáctica (al menos en uno de los maestros), en el sentido que ha entendido que: 1) La noción de idoneidad didáctica es un constructo que permite al profesor reflexionar sobre su práctica y poder guiar su mejora en el contexto donde se realiza el proceso de enseñanza y aprendizaje. 2) El constructo de idoneidad didáctica es multidimensional y, por tanto, se descompone en idoneidades parciales. 3) Un proceso de enseñanza y aprendizaje se considera idóneo cuando se consigue un equilibrio entre los diferentes criterios parciales de idoneidad, y no cuando sólo se dan algunos de ellos.

En general, esta investigación ofrece una mayor comprensión del desarrollo de competencias y conocimiento matemático en los docentes de preescolar y primaria en Panamá

ABSTRACT

The general objective of this thesis is to investigate the development and evaluation of the competence of analysis and didactic intervention of primary school teachers, through the design and implementation of training cycles in didactics of mathematics, in order to optimize math teaching and learning processes in their classrooms. This general objective is achieved in five specific objectives, the first three serve to know the current situation of teacher training in Panama. The fourth objective aims to design and implement a training device that develops the competence of analysis and teaching intervention of teachers, while the last objective investigates how such development occurs.

The Professor's Model of Competences and Knowledge and Mathematical Didactics is used as a theoretical reference, based on constructs of the *Ontosemiotic Approach to Cognition and Mathematical Instruction*. Consistent with this theoretical approach, a qualitative research design is proposed. It presents both aspects of an experiment design of the development of the competences and knowledge of the professor, as well as of an Action-Research.

The results obtained in the first three objectives provide relevant information on the current situation of teacher training in Panama. On one side, the continuing training courses offered to teachers show an imbalance in favor of general didactics, to the detriment of the training in mathematics and its didactics. This reflects a proposal for ongoing training in Panama, which provides relatively little for the modality of reflection on the practice. In the same context, it is identified that the teacher proficiency profile that primary school teachers should have, according to the educational administration and universities that conduct the initial teacher training, offers little emphasis on mathematical competence and some of the sub-competences of the teaching analysis and intervention competence. At the same time, the diagnostic assessment of the participants shows that they have limited common mathematical knowledge, a low level of development of their mathematical competence and limited competence of analysis and didactic intervention.

One of the most relevant contributions of this research is the design and implementation of the *Diploma of Didactic Strategies for the Teaching of Mathematics EDEM*, which has

had a significant impact on teacher training in Panama, both in the documented implementation in this memory, as in three others that have been made.

To investigate the development of the competence of analysis and didactic intervention in this Diploma, two teachers were selected for a case study. A qualitative content analysis methodology was chosen for the analysis of the data. A first conclusion highlights that a common basic knowledge is necessary for the development of all the sub-competences of the teaching analysis and intervention competence. Another conclusion suggests that there is evidence of the appropriation of the general notion of didactic suitability (at least in one of the teachers), in the sense that: 1) The notion of didactic suitability is a construct that allows the teacher to reflect on his practice and be able to guide their improvement in the context where the teaching and learning process takes place. 2) The teaching suitability construct is multidimensional, and therefore, decomposes into partial suitability. 3) A teaching and learning process is considered appropriate when a balance is achieved between the different partial criteria of suitability, and not when only some of them are given.

In general, this research offers a greater understanding of the development of skills and mathematical knowledge in preschool and primary teachers in Panama.

RECONOCIMIENTO

Esta investigación ha sido financiada por los Fondos VIP-2017 de la Universidad de Panamá, con registro CUFI-2017-CNET-P-008, y realizada en el marco de los siguientes proyectos de investigación: a) Convenio de Colaboración Educativa N.º 29-2018 entre la Secretaría Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación SENACYT y la Universidad de Panamá y con Aval del Ministerio de Educación de la República de Panamá (038/PC/2018). Bajo el financiamiento para el programa de Innovación para la Inclusión Social y la Productividad, Contrato de Préstamo N° 3692/OC-PN con la República de Panamá. b) Los proyectos de I+D sobre formación del profesorado EDU2015-64646-P y PGC2018-098603-B-100 (MCIU/AEI/FEDER, Unión Europea), c) Convenio de Colaboración Educativa N.º 40-2019 entre la Secretaría Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación SENACYT y la Universidad de Panamá. Por otro lado, se ha contado con el apoyo del Sistema Nacional de Investigadores (SNI) y de una beca de doctorado IFARHU-SENACYT.

Estas ayudas no habrían sido posible sin el apoyo de las siguientes personas: Dr. Miguel Ángel Esbrí Secretario de Competitividad y Logística; Ing. Marcela Paredes, Ministra de Educación, Dr. Eduardo Flores Castro, Rector de la Universidad de Panamá; Dr. Jaime Gutiérrez, Vicerrector de Investigación y Postgrado; Mgtr. Denis Chávez Vicerrector de Extensión; Mgtr. Arnold Muñoz, Vicerrector Administrativo; Dra. Migdalia Bustamante, Decana de la Facultad de Ciencias de la Educación; Dr. Jorge Motta, Secretario Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación, Dra. María Heller, Directora de Aprendizaje y Popularización de Ciencias de la Secretaría Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación, Profesora Petra Serracín de Franco, la directora regional de Educación de Panamá Centro del Ministerio de Educación de Panamá.

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, deseo agradecer a Dios por permitirme vivir esta maravillosa experiencia de superación personal que ha sido la realización de esta tesis doctoral. Gracias Señor por tu amor, tus enseñanzas y por estar a mi lado en aquellos momentos que te necesité más que nunca. En segundo lugar, mi agradecimiento, para ustedes Orlando e Isidro, testigos admirables y pacientes de las alegrías y, por qué no decirlo, también de las angustias que esta labor me ha procurado. Gracias por su tiempo y por la ternura e inteligencia de sus críticas. Para ti, madre, a quien esta tesis y su autora deben tanto, y para ustedes padre y hermano, por ser apoyo y motor en mis proyectos.

Al Dr. Vicenç Font, por haberme permitido trabajar a su lado. No hay palabras que puedan expresar mi agradecimiento por incluirme en sus proyectos profesionales, por las orientaciones dadas para el diseño del Diplomado Estrategias Didácticas para la Enseñanza de la Matemática (EDEM), por la paciencia, cariño y buenos consejos que me hicieron superar momentos difíciles y crecer profesionalmente.

A mis amigas del alma Evelyn García y Rosa Elena Durán. Gracias por estar a mi lado cuando más apoyo necesité para seguir adelante. Gracias a ustedes los momentos difíciles no me parecieron tan complejos.

Por otro lado, este trabajo habría rebasado mis posibilidades si no hubiera contado con la inestimable colaboración que me ofrecieron, generosamente, muchas otras personas para diseñar e implementar el Diplomado EDEM. Todos ellos merecen que les exprese aquí mi más profundo agradecimiento por estar conmigo en un momento importante de mi vida. Gracias Kleydis Suárez, Keyla Chacón, Ing. Anayansi Escobar, Iveth Martínez, Edis Flores, José Camarena, Mark Logan, Adriana Breda, Ivonne Torres, Jeanneth Shakalli, Barbara Zarate, Benilda Aparicio, María Rosa Garreta y el Centro Marina.

Por último, quiero agradecer la colaboración de la Escuela Omar Torrijos Herrera, en particular a su directora y a los maestros participantes en el Diplomado EDEM.

ÍNDICE GENERAL

RESUMEN	ii
ABSTRACT	iv
RECONOCIMIENTO	vi
AGRADECIMIENTO	viii
ÍNDICE GENERAL	x
ÍNDICE DE TABLAS	xvi
ÍNDICE DE FIGURAS	xviii
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	1
1. Educación para el desarrollo humano.....	3
2. Avances en Educación Matemática.....	5
3. Perfil competencial docente para la enseñanza de la Matemática.....	7
4. Didáctica de la Matemática	8
5. El problema de investigación y su contexto	13
6. Formación del maestro en Panamá.....	21
7. Relevancia del estudio y justificación del tema.....	22
8. Objetivos de la investigación.....	25
9. Estructura de la memoria.....	26
CAPÍTULO 2. MARCO CONTEXTUAL DE LA INVESTIGACIÓN	27
1. Lineamientos de modernización del sistema educativo	28
2. La carrera docente en el sector público de Panamá.....	29
3. La organización institucional para el desarrollo y la capacitación del maestro en servicio.....	30
4. Carrera docente versus capacitación.....	31
CAPÍTULO 3. MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN.....	33

1. Tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas	34
2. Competencia matemática.....	37
3. Modelos para caracterizar la práctica, las competencias y los conocimientos del maestro de Matemática.....	43
4. El Modelo CCDM	47
5. La noción de competencia y competencias clave.....	48
6. Características destacadas de la competencia de análisis e intervención didáctica	49
7. Subcompetencia en el análisis de la actividad matemática	50
8. Subcompetencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas y su efecto sobre el aprendizaje.....	51
9. Subcompetencia de análisis normativo.....	51
10. Subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción	51
11. Conocimientos del profesor de matemáticas	53
12. Registro Tabular del modelo CCDM (RT-CCDM).....	55
CAPÍTULO 4. DISEÑO METODOLÓGICO.....	59
1. Tipo de estudio	64
2. Participantes del estudio	64
3. Sujetos de estudio	66
4. Variables cualitativas.....	67
5. Recolección de datos	67
6. Descripción de la plataforma virtual	68
7. Instrumentos de recolección de datos.....	68
8. Selección de los casos de estudio	72
9. Técnicas de tratamiento de datos.....	73
10. Análisis cuantitativo	73

11. Análisis cualitativo	73
12. Descripción, valoración e interpretación de los datos	74
13. Fases de la investigación	74
14. Consideraciones ético-sociales	75
CAPÍTULO 5. RESULTADOS DE LOS TRES PRIMEROS OBJETIVOS	77
1. La formación del docente en Panamá.....	78
2. Competencias genéricas y profesionales y su relación con la competencia de análisis e intervención didáctica	82
3. Diagnóstico de conocimientos y competencias iniciales.....	90
CAPÍTULO 6. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE LA INTERVENCIÓN	103
1. Objetivos, competencias, conocimientos, destrezas, habilidades y actitudes	105
Perfil de ingreso.....	107
Características del Diplomado y del campus virtual	108
2. Descripción del Diplomado	109
Modulo I- Introducción a la Educación Matemática	110
Módulo II- Matemáticas y su didáctica I.....	111
Módulo III- Matemáticas y su Didáctica II	111
Módulo IV- Intervención y Reflexión sobre la propia práctica.....	112
Tareas propuestas en el primer módulo	118
Comentarios sobre la implementación de las tareas del primer módulo	132
Comentarios sobre la implementación de algunas tareas del segundo módulo relacionadas con la construcción del número y las nociones de suma y resta.....	154
3. Incentivos.....	173
4. Implementación	174
5. Cronograma	174
6. Evaluación de los participantes	175

7. Facetas del modelo CCDM que se tuvieron en cuenta el diseño de las tareas del Diplomado	176
CAPÍTULO 7. EVALUACIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIA DIDÁCTICO-MATEMÁTICOS DE LOS MAESTROS DEL ESTUDIO DE CASO	201
1. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 1 del Módulo 1	205
2. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 7 del Módulo 1	207
3. Análisis de las respuestas de los maestros A y B a la Tarea 8 del Módulo1	211
4. Consideración general sobre las competencias y conocimientos del módulo 1 ...	212
5. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 1 del Módulo 2.....	213
6. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 2 del Módulo 2.....	214
7. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 4 del Módulo 2.....	215
8. Consideración general sobre las competencias y conocimientos del módulo 2...	217
9. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 1 del Módulo 3.....	218
10. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 9 del Módulo 3	220
11. Consideración general sobre las competencias y conocimientos del módulo 3 .	221
12. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 1 del Módulo 4	222
13. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 2 del Módulo 4	230
14. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 3 del Módulo 4	232
15. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 4 del Módulo 4.....	234
16. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 5 del Módulo 4	239
17. Consideración general sobre las competencias y conocimientos del módulo 4 .	242
18. Evaluación de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica	243
19. Análisis de los comentarios finales sobre el diplomado de los maestros A y B.	244
20. Registro tabular de los conocimientos y competencias de la maestra A.....	245
CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS DEL ESTUDIO.....	259
1. Conclusiones relacionadas con el objetivo específico 1	259

2. Conclusiones relacionadas con el objetivo específico 2.....	260
3. Conclusiones relacionadas con el objetivo específico 3.....	261
4. Conclusiones relacionadas con el objetivo específico 4.....	263
5. Conclusiones relacionadas con el objetivo específico 5.....	267
6. Limitaciones de la investigación	272
7. Posibles ampliaciones.....	272
8. Impacto en las políticas públicas sobre la formación del docente de primaria y preescolar.....	273
9. Difusión de los resultados.....	273
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	275

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Extracto del Segundo Estudio Comparativo Latinoamericano sobre el aprendizaje efectivo de los estudiantes en Matemática en tercer y sexto grado.....	16
Tabla 2. Rendimiento por proceso cognitivo por país, año 2007.....	17
Tabla 3. Extracto de datos del Tercer Estudio Comparativo para Latinoamérica en Calidad de la Educación: (a) Nivel Educativo Docente y (b) Profesorado.....	19
Tabla 4. Extracto de datos del Tercer Estudio Comparativo para Latinoamérica de Calidad de la Educación, sobre Formación Continua Docente por disciplina.....	20
Tabla 5 Comparativo de modelos didácticos.....	44
Tabla 6. Registro tabular del modelo CCDM.....	55
Tabla 7. Autoridades y Sujetos de Estudio.....	66
Tabla 8. Instrumento de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.....	69
Tabla 9. Relación entre los objetivos y los instrumentos.	71
Tabla 10. Clasificación de modelos formativos según la modalidad adoptada.....	80
Tabla 11. Referentes teóricos tras los distintos enfoques de formación docente.	81
Tabla 12. Matriz de las competencias genéricas y profesionales específicas del maestro en Panamá.....	84
Tabla 13. Matriz Temática Conceptual de Competencia de Análisis Didáctico-Matemática del Egresado en Panamá.	88
Tabla 14. Cursos de formación recibidos por los maestros.	95
Tabla 15. Instrumento de diagnóstico/ Evaluación de conocimientos de los maestros participantes.....	98
Tabla 16. Mes 1.	113
Tabla 17. Mes 2.	149
Tabla 18. Mes 3.	163
Tabla 19. Mes 4.	168
Tabla 20. Tipos de incentivos diseñados para la intervención Características del profesor del Diplomado..	173
Tabla 21. T Cronograma del diplomado.....	175
Tabla 22. Cursos de formación recibidos por los maestros A y B.	205

Tabla 23. Resolución correspondiente a la etapa de preescolar de los maestros A y B.	208
Tabla 24. Resolución aritmética de los maestros A y B.	208
Tabla 25. Resolución algebraica de los maestros A y B.	209
Tabla 26. Caracterización, grados de desarrollo e indicadores de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica.	242
Tabla 27. Registro tabular del modelo CCDM de la maestra A.	246
Tabla 28. Registro tabular del modelo CCDM de la maestra B.	251

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Indicadores Globales de Aprendizaje Permanente para Panamá.	14
Figura 2. Articulación entre conocimientos y competencias desde una perspectiva ontosemiótica.....	34
Figura 3. Conceptualización de competencia.	39
Figura 4. La evaluación de competencias Matemáticas.	40
Figura 5. Competencia matemática y competencia profesional.	40
Figura 6. Evaluación y desarrollo de competencias profesionales.	42
Figura 7. Evaluación y desarrollo de competencias profesionales.	43
Figura 8. Gráfico de distribución del personal docente en educación inicial, por género, para el año 2015.....	65
Figura 9. Gráfico de distribución del personal docente en educación primaria, por género, para el año 2015.....	65
Figura 10. Fases de la Investigación.....	74
Figura 11. Capacitaciones docentes en matemática, didáctica general y específica, en los últimos cinco años.	80
Figura 12. La competencia de análisis e intervención didáctica y su relación con otras competencias.	87
Figura 13. Representación de los criterios considerados valiosos por los maestros, agrupados por dimensiones de la idoneidad didáctica (antes y después del Diplomado).	91
Figura 14. Aula virtual del Diplomado EDEM.	104
Figura 15. Distribución de frecuencias del uso de la plataforma por los maestros participantes.....	203
Figura 16. Modelo de secuencia didáctica para la planificación competencial.....	232
Figura 17. Programación Maestro A.	233
Figura 18. Programación Maestro B.....	233
Figura 19. Alumnos trabajando en pequeño grupo el problema propuesto por la maestra A.	235
Figura 20. Hexágono de los criterios de idoneidad durante el diplomado de la maestra A.	256

Figura 21. Hexágono de los criterios de idoneidad durante el diplomado del maestro B.
..... 257

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Resumen

El tema de estudio objeto de la presente disertación se introduce en este capítulo, donde se explican los antecedentes y las características de la problemática de investigación, para argumentar y justificar la relevancia del asunto que nos ocupa que es “el conocimiento y las competencias de los maestros de educación primaria en Panamá” y del cual se derivan las preguntas y objetivos que guían esta disertación. En concreto, el objetivo general es investigar el desarrollo y evaluación de la competencia de análisis e intervención didáctica de maestros de primaria mediante el diseño y la implementación de ciclos formativos en didáctica de la especialidad, a fin y efecto de que optimicen los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en sus aulas. Dicho objetivo general se concreta en cinco objetivos específicos.

A lo largo de la historia contemporánea hemos presenciado la transición de una sociedad industrial a una sociedad basada en el conocimiento, la cual traduce el valor de sus recursos en términos de capacidades y competitividad (Toffler, 1981; Drucker, 1993; Thurow, 1999). Se habla en la actualidad del *capital social* y no del tradicional capital humano, haciendo referencia a la prioridad que antepone los aspectos de la calidad de vida de las poblaciones por encima de los factores relativos a la productividad de cada individuo (Bourdieu, 1986; Coleman, 1988). Las sociedades del conocimiento se nutren de la diversidad y de sus capacidades, garantizan el aprovechamiento compartido del saber, hacen uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) y buscan la sostenibilidad tanto a mediano como a largo plazo (UNESCO, 2005).

Considerando que las sociedades del conocimiento valoran la información, la experiencia y los saberes, es de esperar que la nueva estrategia global de competitividad y desarrollo de los países se fundamente en la “Educación”. Esto hace de la tríada Competitividad-Desarrollo-Educación, un tema relevante y discutido en muchos escenarios.

El enfoque educativo se preocupa por alcanzar un equilibrio entre los aspectos humanos, individuales y sociales. Desde el aspecto individual, los nuevos conceptos educativos de desarrollo humano se orientan al estímulo del potencial propio del individuo para aprender a lo largo de la vida, término conocido en la literatura como *lifelong learning* (UNESCO, 2015). Desde el punto de vista social, la educación busca también el impulso de sociedades de aprendizaje y el aprovechamiento de las tecnologías de la información y las comunicaciones como medio para impulsar la sinergia y la colaboración. Se agregan a este contexto muchas estrategias globales en educación, que incluyen el “aprender haciendo” (*learning by doing*) y la formación de capacidades para la innovación. Todas, en conjunto, son medios para impulsar la dinámica cognitiva de la sociedad actual (UNESCO, 2005).

Las trayectorias sociales y profesionales de los individuos y el uso que le dan a su formación son muy diversas. Esta diversidad impulsó, por décadas, la reflexión sobre la finalidad de los procesos educativos individuales y sociales con relación a la educación misma, la cultura, la ciudadanía, la cohesión social, el trabajo, el desarrollo y la investigación científica. En este marco, surgen en la Comisión Internacional sobre Educación de 1972, el mencionado concepto de aprendizaje a lo largo de la vida, fundamentado en los bien conocidos pilares de la Educación que son: aprender a conocer (*saber*), aprender a (*hacer*), aprender a vivir juntos (*convivir*) y aprender a (*ser*). Con el tiempo, este escenario de reflexión e investigación devela otros elementos; como por ejemplo que los sistemas educativos existentes privilegiaban el acceso al conocimiento en detrimento de las formas de aprendizaje (Delors, 1996). Este desfase entre la implementación y las teorías educativas es un debate abierto y vigente en la actualidad.

Aun cuando la meta mundial nos orienta al desarrollo de sociedades del conocimiento, los estudios sobre la situación global de la educación reflejan resultados poco satisfactorios en muchas poblaciones. Dichos estudios han dejado en evidencia las falencias que presentan los sistemas educativos implementados en muchos países (Casassús, Froemel, Palafox & Cusato, 2001). Este fenómeno ha obligado a incorporar definitivamente el tema en la agenda de trabajo de los gobiernos y de diversos organismos internacionales. Esta realidad la describe acertadamente Gómez-Pérez (2010), quien plantea que la razón por la cual la educación se haya tornado en un elemento crucial tiene

que ver con la fuerte conexión existente entre la educación y el desarrollo de los países, lo que ha llevado a los Estados a preocuparse por la calidad de la enseñanza que se imparte en sus instituciones. Gómez Pérez (2010) afirma que el desafío actual más urgente de nuestro sistema educativo es preparar a los ciudadanos para afrontar la cambiante, compleja, incierta y profundamente desigual sociedad contemporánea.

Por su parte, Ferrer (2008) argumenta que el incremento de reformas educativas que muestran los informes globales tiene relación con las respuestas y las demandas de la propia sociedad hacia los sistemas de educación locales. En este contexto, las instituciones de educación deben contribuir a la formación integral del ciudadano, proveer al estudiante de las habilidades, conocimientos, valores y actitudes necesarias para responder a tales exigencias en su vida profesional y social (Ferrer, 2008). Precisamente, en esta investigación, el tema que nos ocupa está relacionado con los sistemas de educación y sus actores: docentes, estudiantes, los recursos: infraestructura, normativas y las políticas curriculares, los cuales en conjunto constituyen una institución-pilar para desarrollo y fortalecimiento de los países. Este tema es, por ende, un capítulo apremiante para el crecimiento y la evolución de las sociedades actuales que están cada vez más inmersa en un contexto globalizado y competitivo.

1. Educación para el desarrollo humano

En 2015, la UNESCO en cooperación con la Universidad Nacional de Seúl, desarrolló un conjunto de indicadores globales de competitividad y aprendizaje permanente, organizados en base a los cuatro pilares clásicos de la educación; que son aprender a “saber, ser, hacer y convivir” (Oh, Seo, Kim, Yoo, & Seong, 2015). En dicho estudio se lograron categorizar tres grupos de países según su nivel de competitividad, en: fuertes, intermedios y frágiles. Los grados de aprendizajes por pilar, en el saber, ser, hacer y convivir, de cada grupo resultaron claramente diferenciables, decreciendo en proporción directa al nivel de competitividad del grupo-país. Específicamente, los países fuertes presentan indicadores de aprendizaje del “saber” y del “ser” superiores al resto de los grupos. Los países intermedios y frágiles mostraron competencias en el “hacer” similares, mientras que el pilar de aprendizajes en el “convivir” se comporta estrictamente proporcional al nivel de competitividad de cada país. Se intuye que los factores de la vida

como los valores y la convivencia están moldeando los resultados en educación y no a la inversa.

El hecho de que los factores socio culturales están ejerciendo una fuerte influencia en la concepción pedagógica y la práctica de la enseñanza, explicaría en parte el auge que presentan las estadísticas en las últimas décadas sobre el número de investigaciones en torno a las ciencias condicionantes de la educación (biológicas, psicológicas, sociales, económicas, entre otros). Estas ciencias se dedican a estudiar tanto las características de los educadores y sus estudiantes como las convenciones, normas y la organización de las instituciones educativas (Garaway, 1994).

El conocimiento en sí es otro desafío, tanto en lo económico, como en lo político y cultural. Las ciencias (y sus científicos) se organizan en sociedades que a su vez se ocupan de transmitir el conocimiento, pero éstas nuevas formas de conocimiento influyen en el orden social. Específicamente, los científicos e instituciones que trabajan en el desarrollo de las tecnologías y la evolución de las técnicas de modelización de la economía y las poblaciones coinciden en la necesidad de atender la educación desde la escuela con énfasis en las ciencias exactas, y muy en particular en las matemáticas, como garantía del desarrollo profesional de las sociedades actuales y sus individuos. En otras palabras, las nuevas tecnologías y sus aplicaciones han ampliado significativamente el papel de las matemáticas en las ciencias, los negocios y la tecnología.

La cantidad de información que manejan actualmente los individuos desde temprana edad exige el uso de herramientas e instrumentos que implican un lenguaje abstracto más elaborado, así como capacidades de análisis y reflexión distintas a las requeridas en otras décadas. Los estudiantes de hoy vivirán y trabajarán usando las herramientas del mañana y, por lo tanto, necesitan aprender una Matemática diferente a la de sus antecesores. No obstante, es hecho que la práctica escolar estandarizada en la enseñanza de las matemáticas de hoy en día, en muchos países, es aún un ejercicio cimentado en “tradiciones y viejas creencias” que se han perpetuado a lo largo del tiempo y que pocas veces se actualiza a la luz de los nuevos hallazgos del conocimiento en las ciencias de la educación.

2. Avances en Educación Matemática

La Educación Matemática constituye el dominio de las ciencias de la educación que comprende el desarrollo y la implementación de un currículo apropiado en Matemática, así como los métodos asociados a su enseñanza y aprendizaje. En el marco del concepto de *lifelong learning*, la Educación Matemática considera a los estudiantes de todas las edades y niveles educativos, con un especial énfasis en la enseñanza de la Matemática en las escuelas. El desarrollo de un currículo en Matemática debe partir de las necesidades futuras de los estudiantes, relativas a esta área del conocimiento; para ello, se deben observar las prácticas y las aplicaciones actuales de la Matemática en los ambientes de trabajo, las ciencias y la investigación, para determinar qué es y qué no es verdaderamente fundamental enseñar.

Las investigaciones en Educación Matemática buscan, explícita e implícitamente, modificar la cultura y la respuesta de las organizaciones, los docentes y los estudiantes para el logro de un aprendizaje efectivo de esta ciencia.

El principal problema a los que se enfrenta la enseñanza de la Matemática es el aparente declive del interés del estudiante hacia esta materia en los niveles de primaria y secundaria, lo cual se refleja en la mayoría de los casos en el rendimiento estudiantil (Gairín, 1987).

La Matemática siguen siendo la asignatura con el nivel más bajo de rendimiento y más alto índice de fracaso (González-Pineda et al., 2003). En las últimas décadas, los estados han tratado de implementar diversas reformas educativas que intentan contrarrestar dicho fenómeno.

En general, las principales líneas de investigación en torno a la enseñanza de la Matemática se pueden organizar, según lo explicitado por la Asociación Europea de Investigaciones Educativas – (ECER, 2013), en:

- El aprendizaje basado en la investigación y la resolución de problemas;
- Afecto y creencias;
- Modelización de actividades de la vida real;
- Las tareas Matemática y el problema de evaluación;
- Matemática y lenguaje;

- Los estudios internacionales y comparativos en educación Matemática;
- Plan de estudios en Matemática y Materiales / recursos curriculares;
- Educación en TIC y Matemática;
- La Matemática en la formación docente;
- La Práctica Docente en el aula.

La presente investigación se interesa en las dos últimas líneas. Cuando hablamos de la calidad educativa y de los distintos elementos que la conforman, resaltan las opiniones de los expertos sobre el importante papel que desempeñan los docentes.

Si bien en el proceso educativo interaccionan diferentes agentes: los estudiantes, los docentes, las instituciones, los padres de familia y por supuesto los programas de estudio y en general el currículum; la importancia del papel del docente es crucial en el proceso del aprendizaje de los estudiantes, debido a que es el actor principal en los procesos de reformas educativas y en la renovación de los modelos de enseñanza (Aguerrondo, 2004). Son muchos los autores que alegan que el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes depende de manera significativa de la formación de sus docentes (Silverman & Thompson, 2008; Even & Ball, 2009). De aquí que la formación inicial del cuerpo docente, su formación en servicio y en general los conocimientos y habilidades que utilizan para impartir la Matemática, constituyen un campo de investigación relevante en la actualidad. Las áreas principales de investigación en la enseñanza de la Matemática que se desarrollan en torno al componente docente son (Aguilar et al., 2013):

- Las creencias, puntos de vista y conceptos de los maestros;
- La práctica docente y la práctica reflexiva;
- Los conocimientos, habilidades y herramientas de los maestros;
- Las relaciones entre la teoría y la práctica, entre otros.

De todas las líneas antes mencionadas y a la luz de la presente investigación, el factor docente y su desempeño en el aula parecen ser el factor preponderante en el rendimiento e interés matemático de los estudiantes (Morales-Maure, Marimón & Morales, 2017) en especial en los países que tienen índices de competitividad global entre intermedios y bajos.

En cuanto a las metodologías de la investigación empleadas en este dominio, la literatura refiere como estrategias metodológicas altamente activas, entre otras, las que tratan el uso

de la Investigación-Acción (Lewin, 1944) y la Teoría de la Actividad en el aula (Leont'ev, 1981).

En el marco de la presente investigación se pretende entender, en un contexto-país, la relación entre la práctica docente en el aula, el conocimiento didáctico-matemático y las competencias de la práctica pedagógica.

3. Perfil competencial docente para la enseñanza de la Matemática

La noción de competencia profesional es una noción clave en la formación universitaria y en particular en la formación inicial de los futuros maestros (González & Wagenaar, 2003). En efecto, el valor que tienen las competencias y habilidades requeridas para la enseñanza se explican en diversos estudios que relacionan el efecto de la calidad de los docentes con los resultados de los estudiantes y el impacto de estos resultados sobre el crecimiento económico de las sociedades (Hanushek & Woessmann, 2008; Montalvo & Gorgels, 2013). Los países subdesarrollados suelen contar con una descripción del perfil profesional de sus maestros; sin embargo, es poco frecuentes encontrar las definiciones de los perfiles cognitivo o competenciales docentes necesarios para la enseñanza de la Matemática.

El proyecto *Mathematics Teaching in the 21st Century* - MT21 (Schmidt et al., 2007), por ejemplo, es un estudio internacional que monitoreó durante una década la preparación de docentes de Matemática de la escuela media en seis países: China Taipei (Taiwán), Corea del Sur, Bulgaria, Alemania, México y los Estados Unidos. Participaron en este estudio una muestra significativa de estudiantes en educación, futuros maestros, en su primer y último año de preparación en las instituciones de cada país. A los futuros docentes se les preguntó sobre sus antecedentes, los cursos aprobados y las actividades del programa, el conocimiento relevante para la enseñanza de esta disciplina (Matemática y Pedagogía), las creencias, las perspectivas sobre el contenido y la pedagogía en general. El Proyecto MT21 fue diseñado para responder la pregunta de cómo preparar a los futuros maestros para enseñar a sus estudiantes un plan de estudios exigente y riguroso como es la Matemática. La respuesta a la pregunta formulada por dicho estudio resultó ser más compleja de lo que se podría esperar, pues sus hallazgos indicaron que la pregunta de

investigación no es cómo preparar a los futuros maestros sino qué tipo de experiencias y oportunidades de aprendizaje son necesarias, en cuanto a su naturaleza y alcance. El proyecto MT21 señala que los mejores resultados educativos en la enseñanza de la Matemática se obtienen cuando la formación del docente está equilibrada en las siguientes áreas:

- a. El conocimiento matemático, en las cinco áreas del currículo de la Matemática: álgebra, funciones, número, geometría y estadística.
- b. Las cuestiones prácticas de la pedagogía especializada de la Matemática.
- c. Los aspectos prácticos de la pedagogía general, como la gestión del aula.

Coherentes a tales señalamientos, algunos estudios demuestran que el conocimiento y las competencias matemáticas del profesor tendrían una mayor influencia que el contexto social o el tiempo dedicado a la enseñanza de la Matemática (Rico Gómez & Cañadas, 2014), comprobándose la correlación existente entre el conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido, así como su influencia en la calidad de la instrucción y la calidad de los aprendizajes en los escolares (Bennison & Goos, 2013). Para desarrollar competencias pedagógicas, sin lugar a duda, hace falta un conocimiento sólido del contenido matemático que se imparte (Baumert, et al., 2010).

4. Didáctica de la Matemática

Fried (2014) señala que—mientras los matemáticos se preocupan principalmente por el contenido, las ideas y los enfoques para garantizar estas ideas— los educadores de la Matemática deben preocuparse más bien de las formas del pensamiento matemático de sus estudiantes, de cómo comprenden y aplican la Matemática, adaptándolas a su cultura y experiencias cotidianas. El tema importante para la educación de la Matemática no se limita a la enseñanza de sus contenidos, sino en determinar qué contenidos hay que enseñar para los retos de la sociedad actual y cómo enseñarlos; esto nos remite al currículo de la Matemática en la educación formal, sus actores y su implementación. Nos adentramos así en el dominio de la Didáctica de la Matemática para conocer la forma en que el conocimiento del contenido matemático de los docentes se hace evidente en sus clases.

En la literatura se explican diversos modelos y metodologías de integración del conocimiento y las competencias docentes en la práctica educativa de la Matemática, entre las cuales caben mencionar las siguientes propuestas:

- a. La competencia “mirar con sentido”.
- b. El modelo de Competencias y Conocimientos Didáctico-Matemáticos (CCDM) basado en constructos de El Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS).
- c. El modelo MKT- Mathematical Knowledge for Teacher.
- d. Los enfoques socioculturales.
- e. Los modelos participativos de Lesson study y Concept Study.
- f. El modelo Knowledge Quartet.

Algunas investigaciones sobre el desarrollo profesional del profesor subrayan la importancia de la competencia denominada “mirar con sentido” el pensamiento matemático de los estudiantes (Mason, 2002). Dicha competencia permite al profesor de Matemática ver las situaciones de enseñanza aprendizaje de la Matemática de una manera profesional que lo diferencian de la manera de mirar de alguien que no es un profesor de Matemática. Esta competencia se puede caracterizar como el conjunto de tres destrezas interrelacionadas que son:

- a. identificar las estrategias usadas por los estudiantes,
- b. interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes y
- c. decidir cómo responder teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes.

Por su parte, el modelo de competencias y conocimientos del profesor de Matemática propuesto por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007 y 2019) introduce las nociones de sistema de prácticas, configuración ontosemiótica, configuración didáctica, dimensión normativa e idoneidad didáctica, como herramientas de análisis de las prácticas Matemática y didácticas. Se utilizan estas nociones como base para delimitar subcompetencias de la competencia general de análisis e intervención didáctica, propia del profesor de Matemática.

Shulman (1986) inicialmente propuso tres categorías para el conocimiento del profesor:

- 1) conocimiento del contenido,
- 2) conocimiento pedagógico del contenido y

3) conocimiento curricular. Posteriormente, en otro trabajo, Shulman (1993) propone siete categorías para el conocimiento del profesor:

- 1) conocimiento del contenido,
- 2) conocimiento pedagógico general,
- 3) conocimiento curricular,
- 4) conocimiento pedagógico del contenido,
- 5) conocimiento de los estudiantes y sus características,
- 6) conocimiento de los contextos educativos, y
- 7) conocimiento de los fines, propósitos y valores de la educación.

A partir de las ideas de Shulman, Deborah Ball y colaboradores (Ball, 2000; Ball, Lubienski & Mewborn, 2001; Hill, Ball & Schilling, 2008), concretamente en las nociones del conocimiento del contenido y conocimiento pedagógico del contenido, han propuesto la noción de “conocimiento matemático para la enseñanza (MKT)” definido como “el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y crecimiento en el alumno” (Hill, Ball & Schilling, 2008, p. 374).

Este conocimiento MKT está conformado por dos grandes categorías, cada una de las cuales, a su vez, están conformadas por otras categorías de conocimiento: el conocimiento del contenido que incluye el conocimiento común del contenido, conocimiento especializado del contenido y conocimiento en el horizonte matemático y el conocimiento pedagógico del contenido conformado por el conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento del contenido y la enseñanza y conocimiento del currículo.

El grupo de Deborah Ball y colaboradores (Hill et al., 2008) ha planteado cuáles son las características que ha de tener este conocimiento para conseguir una enseñanza de calidad. Los hallazgos en este modelo indican que existe una relación significativa, fuerte y positiva entre determinados niveles de MKT y la calidad de la instrucción en Matemática. Hay un número importante de factores que mediatizan esta relación, facilitando o dificultando el uso del conocimiento del profesor en su práctica.

Planas e Iranzo (2009), desde un enfoque sociocultural, presentan un modelo de análisis para la descripción e interpretación de procesos de interacción en el aula en la enseñanza de la Matemática. Ellas argumentan la importancia de interpretar la clase de Matemática desde la doble perspectiva de los *contenidos matemáticos* y de la *interacción social*. Para

ello, se plantea el uso operativo y la integración de nociones asociadas a distintas tradiciones teóricas socioculturales y semióticas.

También hay que enfatizar la metodología *Lesson Study* en la cual, un grupo de maestros, de manera colaborativa planifican, implementan, observan, valoran y rediseñan lecciones (Fernández & Yoshida, 2004). Este dispositivo formativo fue desarrollado inicialmente en Japón, y consiste, básicamente, en el diseño colaborativo y detallado de una clase, de su implementación y observación directa en el aula, y de un análisis conjunto posterior (Fernández & Yoshida, 2004; Lewis, 2002; Murata & Takahashi, 2002; Wang-Iverson & Yoshida, 2005; Hart, Alston & Murata, 2011).

Se trata de una metodología que busca, por una parte, mejorar la práctica del maestro y su desarrollo profesional y, por otra parte, el aprendizaje de los estudiantes. Se trata de que los profesores se reúnan con una inquietud en común sobre el aprendizaje de sus estudiantes, planeen una lección para que el alumno aprenda, y examinen y discutan lo que ellos observan en la implementación de esta lección. Una *Lesson Study* (Estudio de Clases, EC) se desarrollan básicamente en cuatro fases:

- 1) Planificación de la clase: un grupo de maestros selecciona los contenidos a implementar; establece los objetivos para los aprendizajes y el desarrollo de los alumnos; elige el material didáctico; y apunta las expectativas sobre posibles respuestas y el comportamiento de los estudiantes frente a las cuestiones propuestas.
- 2) Realización y observación de la clase: un profesor comparte su clase mientras los demás observan y registran el proceso de enseñanza y aprendizaje. La participación de los otros miembros del grupo es activa en cada etapa de resolución de las cuestiones propuestas, desde la comprensión del problema, el establecimiento de estrategias y análisis de la resolución, estimulando el cuestionamiento y el descubrimiento de los estudiantes.
- 3) Reflexión conjunta sobre los datos registrados: después de la clase, los profesores (observados y observadores) se reúnen para evaluar los procesos de enseñanza observados, reflexionando sobre las actitudes y aprendizajes de los alumnos y del profesor durante la clase. El grupo hace un análisis de la clase, teniendo en cuenta sus perspectivas, tanto de enseñanza y del área en sí.

4) Rediseño: a partir de las discusiones realizadas en la etapa anterior el plan de clase es reestructurado. Se aplica en otra clase y se inicia un nuevo ciclo.

Otra metodología colaborativa que tiene algunos aspectos en común con el EC es la metodología *Concept Study* propuesta por Davis y Renert (2013), en la cual un equipo de investigadores se compromete con la práctica de los docentes en el examen y la elaboración de modelos sobre la *comprensión matemática*, en la cual se explicitan y explica las estructuras lógicas y las asociaciones que son inherentes a los conceptos matemáticos (Davis & Renert, 2013). Este modelo combina dos enfoques relevantes en la investigación en educación Matemática: *Concept Analysis* y *Lesson Study*.

En la línea de combinar la metodología EC con otros enfoques teóricos, en el marco del EOS se investiga el desarrollo de la reflexión sobre la práctica en la formación de profesores de matemáticas mediante el diseño e implementación de un dispositivo formativo que combina el uso de los EC y los criterios de idoneidad didáctica como herramienta metodológica para organizar la reflexión del profesor. Los resultados muestran como el uso combinado del EC y los criterios de idoneidad permite superar las limitaciones y ampliar las ventajas de ambas metodologías (Hummes, Font & Breda, 2019; Hummes, Breda, Font & Seckel, en prensa; Hummes, Breda & Seckel, 2019).

Finalmente, el modelo *Knowledge Quartet* se interesa por conocer cómo el conocimiento del contenido matemático del profesor se evidencia en la práctica en aula, mediante el análisis de las clases, grabadas en video, con el objetivo de caracterizar el conocimiento que el profesor activa durante la instrucción. Proponen para ello analizar el conocimiento matemático del docente en cuatro categorías de conocimiento: *foundation*, *transformation*, *connection* y *contingency* (Rowland, 2013).

Estos marcos teóricos coinciden al considerar que las competencias profesionales que debe tener un profesor de matemáticas le deben permitir planificar, implementar, describir, explicar, valorar y mejorar procesos de enseñanza-aprendizaje y en la importancia de la reflexión del profesor para conseguirlo, pero difieren, entre otros aspectos, en cuáles son las herramientas que necesitan los maestros para realizar este tipo de análisis didáctico y cuáles son los conocimientos necesarios para ello.

En línea con los referentes anteriores, esta investigación considera clave la reflexión sobre la práctica docente. De acuerdo con esta perspectiva, vamos a utilizar como referente teórico el modelo CCDM basado en el EOS porque es un modelo que está en desarrollo, tiene estudios en diferentes países (Godino, Batanero, Font & Giacomone, 2016; Godino, Giacomone, Batanero, & Font, 2017) y se adapta a aspectos poco estudiados.

5. El problema de investigación y su contexto

En el Ranking de Indicadores Globales de Aprendizaje Permanente GLL- *Global Lifelong Learning*, Panamá se ubica en la posición 53 de los 81 países evaluados (Oh, Seo, Kim, Yoo & Seong, 2015). Presenta un *GLL-score* de 4,18. El rango de dichos indicadores va de 0 a 7, siendo este último el valor el más alto nivel de aprendizaje medido, esperado. Noruega, por ejemplo, lidera la lista de indicadores *GLL* con un score de 5,70 lo que representa un alcance del 81,43% de GLL. Panamá por su parte alcanza para el año 2015 solo un 59,71% de aprendizaje permanente.

La Figura 1 es un extracto de este informe que resume las mediciones para la República de Panamá. Esta ilustración está organizada en tres bloques o tablas: la superior-izquierda indica los parámetros socioeconómicos esenciales del país al momento del estudio, el bloque inferior-izquierdo resumen las mediciones en base a los pilares de la educación: *saber, hacer, ser y convivir*; y, el bloque derecho detalla las mediciones alcanzados en los subindicadores de cada pilar.

Para Panamá, los indicadores mejor notados fueron: Globalización y percepción de seguridad social (83,14%) que es un subindicador de aprendizaje para el *convivir*; y Trabajo y estabilidad de vida (77,57%) que es un subindicador del aprendizaje del *ser*. El más débil fue la Participación en el aprendizaje en Actividades Culturales y Sociales (38,86%) que corresponde a otro subindicador del aprendizaje del *ser*. En términos generales, el informe señala que los esfuerzos deben estar orientados a mejorar *todos* los pilares de la educación panameña con énfasis (en orden de importancia) en el aprendizaje del *hacer, convivir, ser y saber*. Sin embargo, el indicador de *Learning to be* que comprende: las expectativas de estudio en la vida, la participación en el aprendizaje social

y cultural, el aprendizaje autodirigido, la estabilidad de vida y del trabajo, es el conjunto que amerita mayores esfuerzos debido a los niveles mostrados.

De este análisis se desprende que la educación panameña requiere de un modelo educativo particular que haga énfasis en el aprendizaje a lo largo de la vida en todos los pilares de la educación con énfasis en el *ser* y el *convivir*.

Rank 53. Panama

Country Profile (CIA Factbook 2013)						
Population	3,608,431					
GDP PPP (US\$ billions)	61,540					
GDP per capita PPP (US\$)	16,500					

Pillar	Score	Ranking		
Total	4.18	53		
Learning to Know	4.09	65		
Learning to Do	4.00	41		
Learning to Live Together	4.81	49		
Learning to Be	3.83	57		

Measure	Score	Ranking	Strong group
Learning to know (quan)	4.71	62	5.37
Learning to know (qual)	3.48	67	4.22
Learning to do (quan)	3.56	54	3.67
Learning to do (qual)	4.44	29	3.88
Inclusion in social networks	4.02	63	4.90
Participation in active citizenship	4.51	38	4.20
Globalization and social security	5.82	61	6.18
Tolerance, trust and openness	4.89	38	4.44
Participation in learning through culture & social life attainment in education and training	2.72	54	3.36
Self-directed learning	3.69	57	4.15
Stability of life and work	3.45	63	4.50
	5.46	36	5.43

Figura 1. Indicadores Globales de Aprendizaje Permanente para Panamá.

Fuente: Oh et al. (2015)

Se infiere de esta información que los pilares del *ser* y *convivir* afectan el *hacer*. El indicador de *Learning to do* cuenta con dos grupos de variables, uno que mide *cantidad* en términos de entrenamiento certificado formal, tasa de empleo, desempleo a largo plazo y participación laboral de la mujer; contra otro de *calidad* que incluye: el entrenamiento de los empleados, la fuerza laboral de la población que solo tiene educación secundaria, la captación de talentos y la relación salario-productividad. Destaca en este análisis la necesidad del país de *capacitar en servicio* a sus trabajadores.

Por otra parte, los estudios comparativos internacionales realizados por el Laboratorio Latinoamericano para la Medición de la Calidad de la Educación en sus diferentes versiones (Primer estudio internacional comparativo sobre lenguaje, matemática y factores asociados, para alumnos del tercer y cuarto grado de la educación básica-

PERCE), muestra la realidad panameña en cuanto al aprendizaje efectivo de sus estudiantes en Lenguaje y Matemática, específicamente (Casassús, Froemel, Palafox & Cusato, 2001). En este estudio, se concluía que:

Los niños de Tercer y Cuarto grado de la mayoría de los países que participaron no están asimilando los conocimientos ni desarrollando las competencias Matemática según lo esperado, quedándose a un nivel básico de aprendizaje y reconocimiento de signos y estructuras, pero con escasa capacidad para resolver problemas matemáticos simples y complejos y situaciones cotidianas matematizables (Casassús, Froemel, Palafox & Cusato, 2001, p. 42).

Adicionalmente, el informe PERCE indica que:

(...) existen cuatro variables que requieren de una gran inversión y esfuerzo para mejorar el sistema escolar. Estos son: reducir el tamaño de la clase, más y mejor material de instrucción, mejores bibliotecas y maestros mejor preparados. El riesgo relativo asociado con estas variables resulto ser de 1.50, 1.74, 2.29 y 1.12 respectivamente (Casassús, Froemel, Palafox & Cusato, 2001, p. 97).

Este reporte indica además que la formación inicial (grado universitario) de los docentes en los países latinoamericanos participantes (entre los cuales no estaba Panamá) era de 3,46 años aproximadamente, la experiencia profesional promedio era de 13,6 años, pero tan solo recibían en promedio 3,46 cursos de mejoramiento profesional en áreas diversas a lo largo de sus años de servicio. Por tanto, las oportunidades de actualización y aprendizaje a lo largo de la vida docente; es decir su capacitación en servicio, era baja.

En los siguientes estudios SERCE y TERCE, derivados del informe PERCE se incluyen y mejoran los indicadores para establecer el análisis causal de los hallazgos del primer estudio. Panamá se incorpora al conjunto de países analizados en estos estudios.

En el caso particular del rendimiento estudiantil en tercer y sexto grado en Panamá, estos informes señalan que el país presenta un rendimiento por debajo del promedio de la región desde el año 2007 (ver Tabla 1), en especial en la resolución de problemas (ver Tabla 2), con fuertes desigualdades entre las escuelas analizadas (SERCE, 2007).

Tabla 1. Extracto del Segundo Estudio Comparativo Latinoamericano sobre el aprendizaje efectivo de los estudiantes en Matemática en tercer y sexto grado.

CUADRO 4 PROMEDIO DE LAS PUNTUACIONES EN MATEMÁTICA DE ESTUDIANTES DE TERCERO Y SEXTO BÁSICO EN CADA PAÍS

PAÍS	PUNTAJE PROMEDIO	
	Tercero básico	Sexto básico
Argentina	505,36	513,03
Brasil	505,03	499,42
Chile	529,46	517,31
Colombia	499,35	492,71
Costa Rica	538,32	549,33
Cuba	647,93	637,47
Ecuador	473,07	459,50
El Salvador	482,75	471,94
Guatemala	457,10	455,81
México	532,10	541,61
Nicaragua	472,78	457,93
Panamá	463,04	451,60
Paraguay	485,60	468,31
Perú	473,94	489,98
R. Dominicana	395,65	415,64
Uruguay	538,53	578,42
Estado de Nuevo León	562,80	553,95
Promedio países	500,00	500,00
Total América Latina y Caribe	505,11	506,70

Fuente: SERCE, 2007

En la tabla 1 se observa que Panamá en el 2007 se mantuvo con puntuaciones por debajo de la media en Matemática, lo cual desafortunadamente no se ha resultado en lo que va del siglo XXI. En efecto, los resultados más recientes en la *Prueba Crecer* –que aplicó el Ministerio de Educación (MEDUCA) en el período escolar 2017-2018 en varias escuelas del país, para medir el conocimiento de los estudiantes de tercer y sexto grado en tres materias básicas: español, matemáticas y ciencias naturales; los cuales se hicieron públicos en un acto que contó con la colaboración de representantes del tema educativo, padres de familia, universidades, sociedad civil, empresa privada, entre otros – evidencian que se mantienen resultados bajos, ya que los estudiantes de tercer y sexto grado no tiene conocimientos elementales en matemáticas. Esta evaluación *Creceer* se basa en el documento Derechos Fundamentales de Aprendizaje de los Estudiantes, del MEDUCA, con las claves: “qué debe saber, qué debe saber hacer y con qué nivel de dominio”.

Sobre las variables que intervienen en este fenómeno, el último estudio señala las siguientes (TERCE, 2016):

- La repetición de grado se asocia negativamente con el logro académico. De acuerdo con los datos del TERCE, en Panamá, el 19,9% de los estudiantes han repetido un grado. Esta situación parece estar asociado con el nivel socioeconómico de los estudiantes, pero también a una posible ausencia de apoyos académicos en la escuela que logren compensar las desventajas de origen: se infiere que el docente no considera la situación diagnóstica integral de sus estudiantes al momento de organizar sus procesos de enseñanza. En general, la repetición parece ser un mecanismo ineficaz para mejorar los aprendizajes de los estudiantes rezagados.

Tabla 2. Rendimiento por proceso cognitivo por país, año 2007.

CUADRO 5 PORCENTAJE DE ESTUDIANTES CON RESPUESTAS CORRECTAS PARA MATEMÁTICA DE TERCER GRADO, POR PROCESO COGNITIVO Y POR PAÍS

PAÍS	RECONOCIMIENTO DE OBJETOS Y ELEMENTOS	SOLUCIÓN DE PROBLEMAS SIMPES	SOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMPLEJOS
Argentina	54,24	41,89	40,14
Brasil	53,56	44,62	38,55
Colombia	52,94	39,14	39,39
Costa Rica	64,36	49,37	50,84
Cuba	80,29	70,02	83,12
Chile	60,81	45,80	44,23
Ecuador	44,48	32,72	34,01
El Salvador	51,65	36,92	36,75
Guatemala	43,36	31,32	32,91
México	60,01	49,91	54,98
Nicaragua	43,76	32,80	32,70
Panamá	44,73	31,85	33,68
Paraguay	47,98	38,74	39,04
Perú	50,11	36,38	33,80
República Dominicana	27,29	21,11	18,95
Uruguay	56,16	47,73	49,14
Estado Nuevo León	65,57	54,92	57,95
Región	52,94	41,29	42,14

Fuente: SERCE, 2007

- La inasistencia estudiantil en Panamá está entre el 25 y el 28,2%. La inasistencia a clases tiene una asociación negativa y significativa con el desempeño académico. En el estudio TERCE se evidencia que la inasistencia de un estudiante a dos o más clases al mes reduce su rendimiento entre 10 y 33 puntos.
- En cuanto al género, en la región se evidencia una desventaja femenina en Matemática entre el tercer y el sexto grado. Sin embargo, en Panamá no se observaron diferencias en los resultados de aprendizaje de niñas y niños en estos grados.

- Los grupos vulnerables presentan mayores dificultades de aprendizaje. Para el caso Panamá, los grupos más destacados en este rubro son los grupos indígenas que representan el 4,5% de la población estudiantil y los inmigrantes que representan el 5%. Estas poblaciones presentan logros de aprendizaje consistentemente más bajos.
- El sistema escolar panameño es uno de los sistemas con mayor inclusión social, junto con Colombia y México.
- Sobre la formación inicial del cuerpo docente, los datos muestran que, en promedio en la región, el 17,4% de los maestros tiene solo estudios secundarios, el 77,7% terminó la educación postsecundaria o terciaria y solo el 4,9% posee una especialización, maestría o doctorado. La formación inicial se concentra en el nivel terciario y se evidencia un bajo desarrollo en la consecución de títulos de postgrado. Por otro lado, no existen grandes diferencias entre los niveles educacionales de los docentes por grado o por disciplina a nivel regional. La Tabla tres es un extracto del informe TERCE que presenta esta información por país.
- Una consecuencia del indicador anterior es el perfeccionamiento y la formación en servicio que constituye un componente clave de la profesionalización docente. En la región, solo el 26,7% de los maestros señalan haber recibido algún curso de perfeccionamiento de 70h o más asociado a alguna de las asignaturas escolares que imparten durante los dos años previos al levantamiento del estudio: 29,7% en el área de lenguaje, 27,3% en Matemática y 19,5% en ciencias naturales. Estos datos ponen en entredicho la coherencia de las políticas de actualización, especialización y profesionalización de los docentes de primaria. La Tabla 4 es un extracto del informe TERCE que ilustra esta realidad por país.
- El uso del tiempo para la enseñanza es uno de los factores relativos a la docencia que más incide en los aprendizajes. Existe una asociación positiva entre la asistencia y la puntualidad del docente, y el desempeño de los estudiantes, lo que revela la importancia de la gestión, el manejo del tiempo y la planificación en el aula sobre el rendimiento estudiantil. Panamá presenta un índice de asistencia y puntualidad docente por debajo del promedio en la región.
- Las prácticas docentes se relacionan positivamente con el aprendizaje. Cuando las interacciones de aula se enfocan en combinar el apoyo emocional, la organización

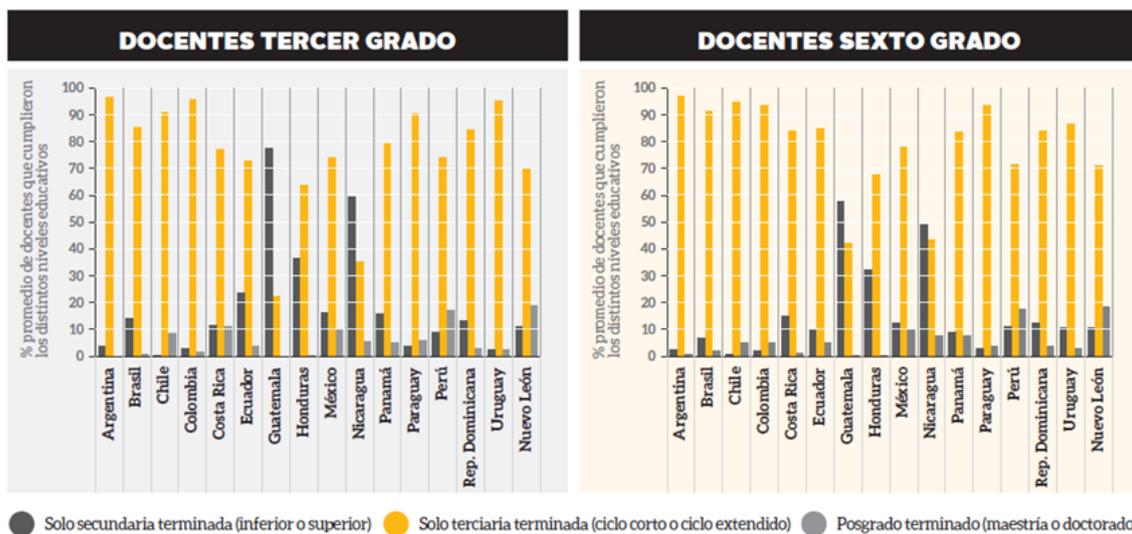
de la clase y el apoyo pedagógico, los estudiantes alcanzan mayores niveles de desempeño. En Panamá se asocian a resultados superiores en todas las disciplinas examinadas.

Es importante destacar que, si bien no se encontró una relación estadísticamente significativa de algunas características docentes relativas a la formación inicial y continua en los países participantes en el TERCE y el desempeño estudiantil, esto no implica que dichos datos sean irrelevantes. La gestión de proceso de instrucción que hace el maestro, en particular si tiene en cuenta los aspectos emocionales es un aspecto clave para que los estudiantes alcanzan mayores niveles de desempeño.

Tabla 3. Extracto de datos del Tercer Estudio Comparativo para Latinoamérica en Calidad de la Educación: (a) Nivel Educativo Docente y (b) Profesorado.

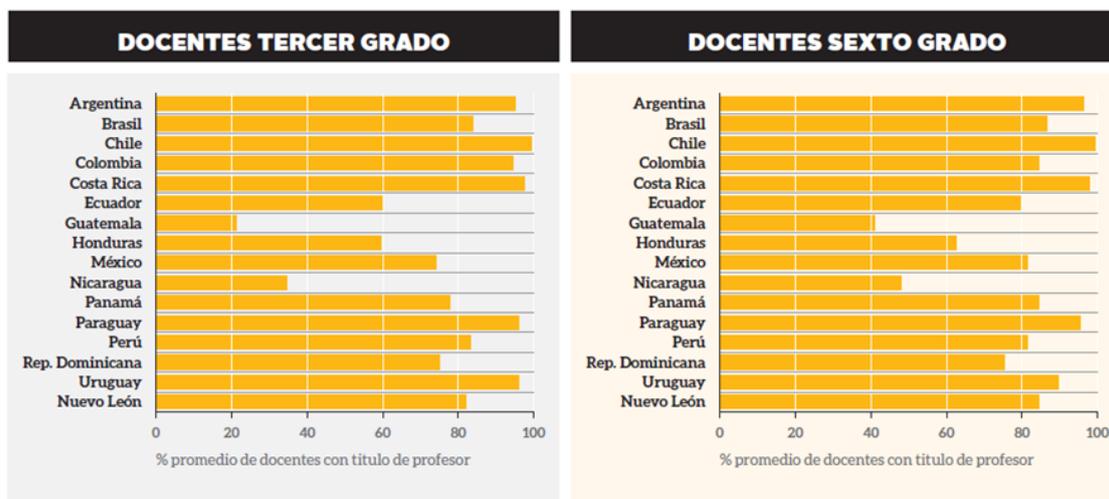
GRÁFICO 26.

NIVEL EDUCATIVO DE LOS DOCENTES DE TERCER Y SEXTO GRADO



(a)

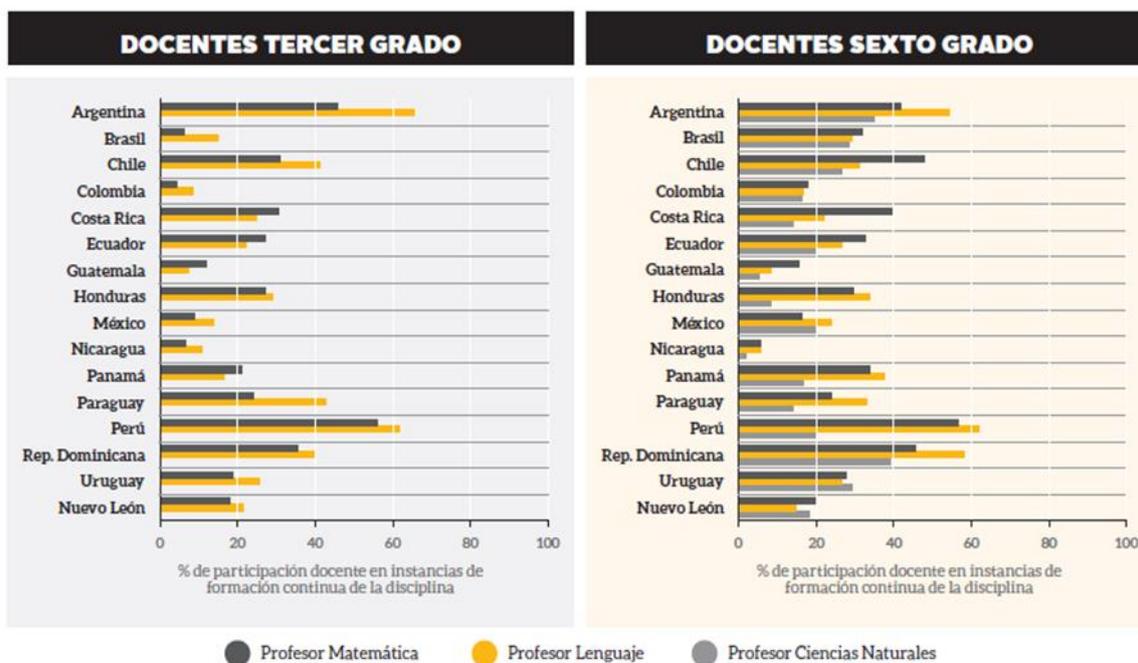
GRÁFICO 27.
DOCENTES QUE POSEEN UN TÍTULO DE PROFESOR



(b)

Tabla 4. Extracto de datos del Tercer Estudio Comparativo para Latinoamérica de Calidad de la Educación, sobre Formación Continua Docente por disciplina

GRÁFICO 30.
PARTICIPACIÓN DOCENTE EN INSTANCIAS DE FORMACIÓN CONTINUA DE LA DISCIPLINA



(c)

Todas estas recomendaciones pretenden evitar que dentro del aula se presenten fallas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, las cuales finalmente impactan en los índices de reprobación y/o deserción estudiantil. No se debe perder de vista que en este proceso de

enseñanza-aprendizaje interaccionan diferentes actores: estudiante, docentes, instituciones, padres de familia y por supuesto los programas de estudio y, en general, el currículum, entendido éste en su concepción más amplia, como un ente integral que comprende a los elementos intelectuales y organizativos de todos los procesos educativos que convergen en un centro de enseñanza (Díaz Barriga, 2005).

Los aspectos expuestos anteriormente develan la necesidad de reforzar la capacitación docente y la formación continua del maestro panameño a los fines de mejorar su práctica en el aula.

6. Formación del maestro en Panamá

Los procesos de formación públicos de los maestros en Panamá están bajo la responsabilidad de las siguientes instituciones: la Escuela Normal Juan Demóstenes Arosemena, la Universidad de Panamá y la Universidad Autónoma de Chiriquí. Para ejercer en la escuela pública panameña, el docente debe contar con el grado o *Licenciatura en Educación* que es una formación universitaria de 4 años (8 semestres), más una formación profesionalizante de año y medio que le otorga el título de *Profesor de Segunda Enseñanza*¹.

Sin embargo, para ser maestro del primer nivel de enseñanza, también se puede optar por un Bachillerato Pedagógico de tres años, y cursar posteriormente un Técnico Superior que dura dos años. Esta opción la obtienen sólo en la Escuela Normal.

Si bien el Ministerio de Educación – MEDUCA, en Panamá, ha implementado varios proyectos de formación y/o actualización para docentes con diferentes niveles educativos, se puede afirmar que, en lo que respecta a la formación general de los docentes en servicio, no existen políticas ni sistemas lo suficientemente institucionalizados de actualización y capacitación del maestro. Adicionalmente, la capacitación no es concebida como un proceso de formación permanente, ya que solo se lleva a cabo en

¹ El requisito en la carrera de “Profesorado en Educación con énfasis en...” es una alternativa para habilitar a los egresados de la Licenciatura en Educación Preescolar y de la Licenciatura en Educación Primaria (Transición de 1999), para ejercer la docencia en los niveles de la Educación Básica General y también en las Escuelas Normales, según la orientación que corresponde a los énfasis. Es también la vía que siguen los Licenciados en Ciencias de la Educación para que continúen sus estudios y fortalezcan la formación en el ámbito educativo.

periodos breves de tiempo con capacitaciones de una semana a un mes, antes del inicio del año escolar (OREALC/UNESCO, 2005).

Cabe destacar que en Panamá existe el término *idoneidad profesional*, el cual corresponde a un proceso de evaluación y certificación de credenciales nacionales en el marco de la legislación en educación del país. La idoneidad profesional es un requisito para ejercer la docencia en la educación pública panameña. A pesar de contar con este concepto, el país no cuenta con la definición de los perfiles profesional, cognitivo ni competencial del docente. La idoneidad en este caso es elemento que está asociado al perfil legal del educador.

En vista de lo antes expuesto, surgen varias interrogantes que dirigen la atención hacia las investigaciones en torno a cómo debemos preparar a nuestros maestros a lo largo de su profesión para enseñar a los estudiantes el currículo nacional, con miras a un desarrollo-país más competitivo y; más aún, cuál modelo didáctico empleado en la enseñanza de la Matemática generaría un mejor desempeño de las habilidades y destrezas que adquieren los estudiantes. En tal sentido, se plantean aquí las siguientes preguntas de investigación:

¿Qué competencias profesionales y conocimientos didáctico-matemáticos debe tener el docente de preescolar y primaria de la escuela pública panameña, para poder desarrollar y evaluar las competencias matemáticas de sus alumnos, exigidas por el currículo escolar nacional? y

¿Cómo se desarrollan en el docente dichas competencias y conocimientos, en el marco del perfeccionamiento docente en enseñanza de las matemáticas orientado a la mejora de la práctica en el aula, en pro del aprendizaje efectivo de los estudiantes en este campo de las ciencias?

7. Relevancia del estudio y justificación del tema

En concordancia a lo discutido en las secciones anteriores, queda claro que la relevancia de esta investigación está relacionada con el hecho de que la enseñanza de la Matemática tiene implicaciones a nivel social y a nivel económico. Hay suficientes evidencias en la literatura sobre el impacto de la calidad de la educación de las ciencias naturales (en

general) sobre la productividad y la competitividad de los países. Específicamente, la calidad de la enseñanza de la Matemática puede mejorar la ejecutoria profesional y la inserción laboral de una población en los diversos sectores de la economía de sus países. En este trabajo, se espera contribuir a la formación de docentes capaces de diseñar e implementar estrategias efectivas para la enseñanza de la Matemática en Panamá, de manera que los escolares adquieran las competencias matemáticas básicas necesarias para su desarrollo profesional y para el desarrollo de una sociedad más cohesionada y equitativa.

Aun cuando hay una diversidad de factores que inciden en la calidad de la enseñanza de la Matemática, una de las conclusiones del reporte de *Eurydice Network* (2018) señala que los docentes tienen un papel preponderante en el desarrollo de las reformas necesarias para mejorar la educación de la Matemática y, por ende, es menester fortalecer el conocimiento y las habilidades matemáticas y didácticas de los docentes, si se busca mejorar los resultados en la formación de sus alumnos.

En la realidad de las aulas de los países en desarrollo, las prácticas educativas en matemática son relativamente tradicionalistas, ya que han cambiado poco en las últimas décadas, quizás debido al bajo impacto de las investigaciones en Didáctica de la Matemática en la formación docente y en la planificación de políticas educativas. En otras palabras, los resultados de las investigaciones se difunden poco, y tampoco inciden mucho, en el sector docente y administrativo en servicio (Eurydice, 2018).

Para el sistema educativo panameño es un desafío de largo recorrido afrontar el desarrollo de las competencias clave de cada uno de sus actores: directivos, docentes y estudiantes para la enseñanza de las distintas disciplinas del currículo nacional (Iafrancesco, 2003).

El interés sobre las investigaciones en torno a la formación de los docentes de Matemática se puede ver a nivel internacional en las revisiones publicadas en los “Handbooks” de investigación en educación de la Matemática (Bishop et al., 1996; Llinares & Krainer, 2006, etc.) y en las publicaciones de revistas como el *Journal of Mathematics Teacher Education*.

Hay que resaltar que, en la investigación sobre la formación de docentes, existen diferentes contribuciones teóricas y empíricas donde se muestran resultados acerca de

esta problemática y su gran complejidad; sin embargo, estas mismas fuentes señalan que todavía hay una gran tarea investigativa a realizar sobre este tema. En este ámbito, la literatura señala diversos modelos didácticos para la formación de profesores con resultados significativos en determinados contextos.

No obstante, en la educación formal no es fácil reproducir los modelos desarrollados en otros contextos, debido al riesgo que implica su implementación, ya que se puede generar un divorcio entre la finalidad del modelo reproducido y la cultura de los actores de sistema educativo intervenido.

De hecho, los estilos de aprendizaje, las creencias, los conceptos propios, las preferencias y el esquema cognitivo de cada individuo junto con su acervo cultural constituyen barreras naturales que pueden limitar la reproducibilidad de los métodos y técnicas implantados con éxito en otros contextos (Cuéllar, 2014). El reto es determinar el o los modelos que mejor se adaptan a la realidad de cada país y a su respectivo sistema educativo, interviniendo si es necesario el modelo en base a evidencias y hallazgos fundamentados en las ciencias.

Esta investigación espera ofrecer un aporte al conocimiento en el campo de la Didáctica de la Matemática con el acceso a una mayor comprensión del desarrollo de competencias y conocimientos didáctico-matemático en los docentes de preescolar y primaria en Panamá. Hay que remarcar que en Panamá el currículum está basado en competencias (Blanco, 2008) tal como ya lo están haciendo algunos países de Latinoamérica. Para ello, se requieren estudios e investigaciones que proporcione conocimiento sobre este aspecto y que sirvan como base para la toma oportuna de decisiones.

La relevancia para Panamá del tema de investigación explicado en esta memoria despertó el interés de diversos organismos nacionales públicos, como la Dirección Nacional de Formación y Perfeccionamiento Profesional del Ministerio de Educación, el cual, mediante el patrocinio de la Secretaría Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación (SENACYT), extendió la experiencia de formación que aquí se explica a nivel nacional, con dos implementaciones más hasta el momento, una con la participación de seis regiones educativas del país y con 150 maestros y la que se está implementado ahora con 115 maestros.

8. Objetivos de la investigación

La finalidad de este estudio se concretó en los siguientes objetivos:

Objetivo general

Investigar el desarrollo y evaluación de la competencia de análisis e intervención didáctica de maestros de primaria mediante el diseño y la implementación de ciclos formativos en didáctica de la especialidad, a fin y efecto de que optimicen los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en sus aulas.

Objetivos específicos

OE1. Estudiar la oferta del Ministerio de Educación de Panamá y de la Universidad de Panamá para la formación inicial y permanente en Matemática y su didáctica, para los maestros de primaria y preescolar en el periodo 2013-2018, para inferir el peso que se otorga en esta formación a los contenidos de matemáticas, de didáctica de las matemáticas y de pedagogía general.

OE2. Determinar el perfil competencial docente que deben tener los maestros de primaria, según la administración educativa y las universidades que realizan la formación inicial.

OE3. Diagnosticar, haciendo uso de instrumentos especialmente diseñados para ello, el conocimiento y las competencias didáctico-matemáticas iniciales, de los maestros participantes en la investigación.

OE4. Generar un modelo de perfeccionamiento docente, fundamentado en los resultados obtenidos en los objetivos anteriores, así como en la investigación sobre la formación de docentes de Matemática, que permita optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las aulas panameñas de primaria y preescolar. En el marco de dicho modelo de capacitación, diseñar e implementar módulos formativos cuyo foco principal sea el desarrollo de la subcompetencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica y, en general, la competencia en análisis e intervención didáctica.

OE5. Investigar cómo se desarrolla la competencia en análisis e intervención didáctica en los maestros a lo largo de la implementación de los ciclos formativos señalados en el objetivo anterior.

9. Estructura de la memoria

La investigación desarrollada en este trabajo se organiza en el presente manuscrito en 8 capítulos. El primero introduce al lector en los antecedentes teóricos del problema, su contexto y situación actual, para establecer las preguntas y los objetivos de la investigación. En el segundo capítulo se explicita el contexto donde se realiza la investigación: la formación de maestros en Panamá y, en el tercero, se aborda el marco teórico que sustenta el resto del trabajo, el modelo de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas, basado en constructos del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. En el capítulo cuatro se detalla el diseño metodológico de la investigación y se describe cada fase del proceso de investigación. El capítulo cinco presenta los resultados obtenidos en los tres primeros objetivos que nos dan una información relevante de la situación actual de la formación de maestros en Panamá. A su vez, el capítulo seis explica el diseño y la implementación del dispositivo formativo para el desarrollo de los conocimientos y competencias de los maestros participantes, *El Diplomado Estrategias Didácticas para la Enseñanza de la Matemática*. En el capítulo siete se investiga el desarrollo de las competencias y conocimientos didáctico-matemáticos de dos participantes seleccionados como estudios de caso. Por último, en el capítulo ocho se exponen las conclusiones obtenidas en esta investigación para cada uno de los objetivos previstos, su difusión en revistas y congresos del área, así como sus limitaciones y posibles ampliaciones.

CAPÍTULO 2. MARCO CONTEXTUAL DE LA INVESTIGACIÓN

Resumen

En este capítulo 2 se detalla el marco contextual de la investigación. En particular, la descripción del currículo oficial en Matemática de Panamá, las generalidades de la carrera maestro en el país y las relaciones organizativas implícitas en la enseñanza de la Matemática.

La presente investigación se desarrolla en la República de Panamá en el periodo 2017-2018, cuyo sistema educativo se organiza en tres niveles. El primero corresponde a la educación básica general y comprende los siguientes subniveles: preescolar, primaria y secundaria. El segundo nivel corresponde a la educación media o bachillerato y el tercero corresponde al nivel de educación superior. En Panamá, el currículo de formación del maestro fortalece las competencias pedagógicas en detrimento del tiempo (asignaturas) dedicadas al conocimiento de la Matemática y su didáctica. Se trata de una característica común a muchos países (Pochulu, Font y Rodríguez, 2016). Esto se evidencia, entre otros aspectos, en la falta de dominio de los contenidos matemáticos de los maestros de Panamá, como han señalado diferentes investigaciones (Lebrija, Flores y Trejos, 2010).

Los datos indican que los niños panameños, cuando llegan a la secundaria, no alcanzan el dominio de los contenidos curriculares básicos en Matemática. Si bien es posible intuir que hay una relación entre la formación del maestro y los resultados en Matemática de sus alumnos; en el caso específico de Panamá, no se conocen aún los elementos del factor maestro que intervienen en esta problemática. Ante esta situación, es pertinente formular la siguiente interrogante: ¿qué tipo de intervención puede desarrollarse para solventar los problemas de competencias profesionales para la enseñanza de las Matemática de los maestros de primaria en Panamá?

1. Lineamientos de modernización del sistema educativo

La Constitución Política de la República de Panamá de 1972 y la Ley 47 Orgánica de Educación de 24 de septiembre de 1946, modificada por la Ley 34 de 1995 (de 6 de julio de 1995), establecen las bases legales que sustentan el desarrollo de diversos programas de mejora y transformación del sistema educativo en todos sus niveles (Santamaría, 1994).

En 1995 se firma el pacto de modernización del sistema educativo panameño en el cual se enfatiza la necesidad de visualizar las estrategias educativas nacionales como agenda de Estado (Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, 2014). A partir de este pacto se desarrolla la infraestructura educativa en el país, el uso de las tecnologías en la enseñanza, la actualización de planes y programas de estudio, entre otros avances. En esta misma línea de acciones, en el año 2017 se activan unas mesas de diálogo para la transformación del Sistema Educativo Panameño, (MEDUCA, 2017), en las cuales se reunieron los principales actores, representantes de los organismos públicos y de la sociedad civil, llevando a la discusión los siguientes ejes temáticos:

- La filosofía y la calidad de la educación,
- El perfil del desempeño de los maestros,
- La inversión en educación, así como las acciones de innovación.

A partir de estas mesas temáticas, se acordaron una serie de recomendaciones que sirven de base en la actualidad para la mejora y actualización de la calidad del Sistema Educativo del país.

Una de las recomendaciones en esta mesa temática fue que la motivación y disposición del docente debe provenir fundamentalmente de su verdadero compromiso profesional, ético, moral y personal, de manera que los objetivos pedagógicos, curriculares y metodológicos, sean elementos importantes para reforzar el compromiso binomial docente-alumno lo cual permitirá cambiar progresivamente la visión tradicional de la Matemática, como una de las principales causas del fracaso y rendimiento escolar.

2. La carrera docente en el sector público de Panamá

La formación del maestro se organiza también en tres niveles: inicial o formación universitaria de base (técnico superior o licenciatura), permanente o continua (cursos de especialización en servicio) y la especializada en posgrado (profesorado, maestría y doctorado).

El Ministerio de Educación, juntamente con las universidades oficiales, se encarga de coordinar, planificar y organizar todo lo concerniente a la formación de maestros. Los requisitos para ejercer la docencia en los centros de formación de maestros están regulados por decreto, y para ejercer la profesión se exige el título universitario respectivo.

Los lineamientos y normas que regulan las instituciones de formación inicial de maestros en el país abordan sus programas de estudio, la formación en servicio del maestro y los procesos de contratación o despido de maestros. Respecto a los incentivos para los maestros, las políticas en este ámbito son incipientes. La duración de la carrera de formación de maestro de primaria es de cuatro años en licenciatura. Algunas universidades miden el tiempo de formación por semestres, otras por trimestres y otras por cuatrimestres. El bachillerato pedagógico (escuela Normal) utiliza tres períodos escolares para la formación, y adiciona un año de nivel postmedio para la profesionalización del maestro de enseñanza primaria. Habitualmente, las carreras de profesorado duran 3-4 años, y las de Licenciatura 4-5 años, aproximadamente. Las universidades e institutos de formación públicos son autónomos (solo los públicos) el resto son monitoreados y evaluados por el Estado mediante un sistema de aseguramiento de la calidad. Cabe destacar que Panamá es uno de los seis países en la región que tienen un sistema de certificación de los programas de formación inicial de maestros, junto con Colombia, Costa Rica, México, Paraguay y República Dominicana.

Los tipos de grados posibles de formación son las siguientes:

- Profesorado en Preescolar,
- Profesorado en Educación Primaria,
- Profesorado en Educación Media Diversificada,
- Profesorado y Licenciatura en Educación,

- Licenciatura en Orientación Educativa y Profesional y
- Bachillerato Pedagógico, de nivel superior no universitario.

El contexto de esta investigación se relaciona con la carrera del maestro en el sector público y su formación posterior.

3. La organización institucional para el desarrollo y la capacitación del maestro en servicio

Sobre la formación de maestros en servicio, hay innumerables instituciones que ofrecen capacitación para maestros (gremios de educadores, universidades, cooperativas de educadores, ONGs). Sin embargo, los programas de capacitación en forma sistemática sólo son desarrollados por el Ministerio de Educación a través del Sistema Nacional de Desarrollo Profesional (SINDEPRO), de la Dirección Nacional de Formación y Perfeccionamiento Profesional y de la Universidad de Panamá. La Dirección crea el Sistema Nacional de Desarrollo Profesional (SINDEPRO), que tiene como propósito dar respuesta a las necesidades de articular, de hacer relevante la formación de maestros, y de racionalizar y diversificar la oferta de actividades de perfeccionamiento en el ámbito de la educación permanente, de manera que responda a las características, necesidades y proyecciones de la educación en todos los centros escolares del país. En muchos casos, el papel de la Dirección Nacional de Formación y Perfeccionamiento Profesional se reduce a certificar las actividades que diseñan, programan y ejecutan otras direcciones nacionales.

La Dirección Nacional de Formación y Perfeccionamiento Profesional tiene la facultad de certificar, a efectos de acreditación, las diferentes actividades de capacitación y de mejoramiento profesional, conforme a la normativa señalada previamente. La acreditación consiste en la asignación de puntaje a las actividades llevadas a cabo por los maestros del sistema educativo. Se regula por el Decreto Ejecutivo 210 de 1 de diciembre de 1998, adicionado al Decreto 203 del 27 de septiembre de 1996, y por el Decreto 127 de 16 de julio de 1998. Este puntaje tiene efectos en la carrera del maestro.

Si bien en Panamá la formación inicial y continua de los maestros está básicamente en manos de instituciones públicas (Ministerio de Educación y Universidad de Panamá), en

los últimos años han surgido instituciones particulares para el perfeccionamiento del maestro. El 10 de octubre de 1988, bajo el Decreto 202, se establece que la formación del maestro, inicial y continua (pública y privada) se encuentra bajo la administración del Ministerio de Educación, y se crea la Dirección Nacional de Formación y Perfeccionamiento Profesional (DNFP).

4. Carrera docente versus capacitación

Para mejorar la calidad de la educación en Panamá es necesario afrontar en los próximos años los desafíos relativos a la profesionalización del sistema educativo, la profesionalización de la acción de las instituciones educativas y sobre todo lo referente a la profesionalización de la función del maestro. De esta manera, será necesario diseñar y ejercer la conducción estratégica de las políticas de desarrollo educativo con una visión prospectiva capaz de producir las adecuaciones que demanda el entorno cambiante y de reorientar los procesos y las acciones. Asimismo, se debe fomentar la promoción de acuerdos nacionales que expresen la voluntad política de los gobiernos a favor de la educación, en torno a metas de mediano y largo plazo que generen el consenso y la participación de distintos sectores y actores sociales, movilicen los recursos y esfuerzos necesarios para el cumplimiento de las metas y otorguen continuidad y estabilidad a las políticas públicas. En este sentido el Rector de la Universidad Especializada de las Américas, Juan Bosco Bernal, indica que la capacitación del maestro en Panamá, como en muchos de los países de la región, padece la desactualización de sus contenidos y la discontinuidad de la experiencia de aprendizaje, lo cual pudiera solventarse mediante la capacitación en lugar de cambiar cada año los contenidos. La descontextualización no responde a las necesidades e intereses específicos de los educadores, sino a su desvalorización y desarticulación con el planeamiento y la evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje. A esto se le llama el síndrome de las 4D: desactualización, discontinuidad, descontextualización y desvalorización. (Bernal, J., comunicación personal, 5 de enero de 2018).

Para muchos investigadores, no hay políticas educativas serias sin políticas de preparación y capacitación de los maestros, ya que no hay mejora de la educación sin buenos maestros. Tal como señalan numerosos informes e investigaciones como: *¿What's*

worth fighting for in your school? y *The Right To Learn: A Blueprint for Creating Schools That Work* (Fullan y Hargreaves, 1996; Darling-Hammond, 1997), para afrontar el desafío de la sociedad actual es importante prestar una atención prioritaria a la calidad de la formación de los maestros. El ejercicio de la profesión es una experiencia en sí misma, sin embargo, los modelos artesanales de profesionalización, basados en el ensayo y error, por espontáneos y naturales que sean, resultan insuficientes.

Con relación al área de matemática, la sociedad está planteando nuevos requerimientos a los sistemas educativos que se han manifestado en profundas reformas educacionales en prácticamente todos los países de la región. Esto implica importantes modificaciones en la forma de concebir el papel de la Matemática en la formación de las nuevas generaciones, lo cual ha impactado en los programas de formación de maestros. Estos nuevos requerimientos conllevan seguramente de un personal especialista en matemáticas, el cual, si existe para en la secundaria, pero no para la primaria. Si bien en algunos casos, en escuelas piloto, se han realizado nombramientos de maestros especialistas en matemáticas— mientras no se cree esta figura del especialista de matemáticas en primaria a nivel general—, la solución pasa por mejorar la formación continua de los maestros de primaria.

CAPÍTULO 3. MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

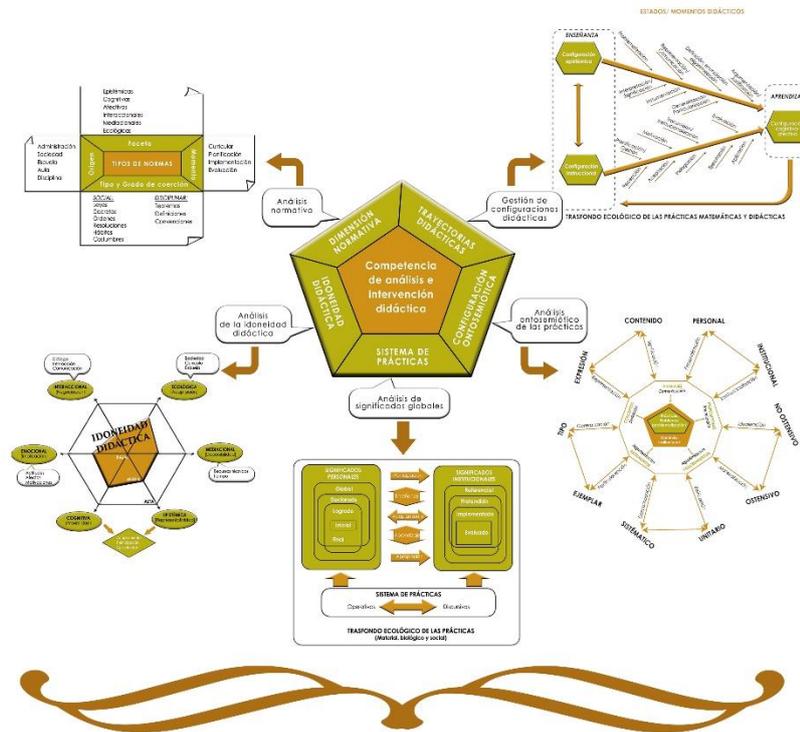
Resumen

En este capítulo se presentan las herramientas del modelo teórico que sirve de fundamento para la investigación que se presenta: el modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemática (modelo CCDM) del profesor de Matemática. Se trata de un modelo teórico que intenta articular de manera coherente las nociones de conocimiento matemático con las competencias del docente.

A lo largo de este capítulo se hace un resumen del modelo utilizado como referente teórico en esta investigación: el modelo de Competencias y Conocimientos y Didáctico Matemáticos del profesor (CCDM). Una de las competencias clave de este modelo es la competencia de análisis e intervención didáctica, ya que, si el profesorado no consigue ser competente en el análisis didáctico de procesos de instrucción, como un elemento clave para la evaluación de competencias de sus alumnos, “dará la espalda al currículo por competencias, ignorándolo o bien limitándose a tenerlo en cuenta sólo para los documentos oficiales (programación de departamento, documentos del centro, etc.)” (Font, 2011, p. 23).

El modelo CCDM presenta una articulación coherente entre los conocimientos y competencias necesarias para que los maestros puedan enseñar las matemáticas de una manera idónea. Los constructos de dicho modelo están basados en las herramientas del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (Godino, Batanero & Font, 2007 y 2019). En la Figura 2 se relacionan los constructos del CCDM con los del EOS. De esta manera, el modelo CCDM es un referente teórico para desarrollar trabajos de investigación formulándose interrogantes como ¿Qué competencias profesionales son necesarias desarrollar en el maestro de primaria, para que el proceso de enseñanza aprendizaje, sobre un determinado contenido, logre una mejor idoneidad didáctica?

MODELO CCDM/EOS



Conocimiento Didáctico- Matemático

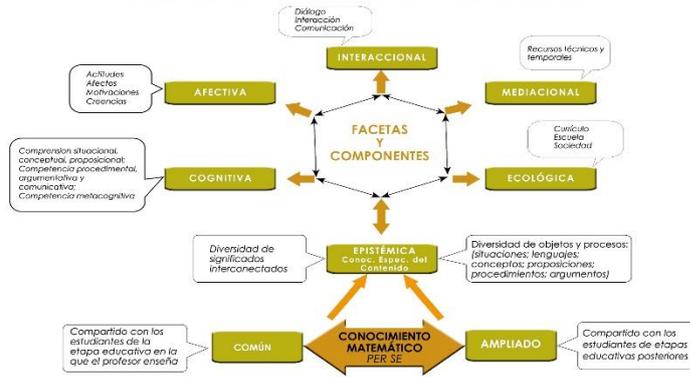


Figura 2. Articulación entre conocimientos y competencias desde una perspectiva ontosemiótica
Fuente: Godino y Giacomone, (2016, p. 601).

1. Tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas

En las últimas décadas han surgido nuevas corrientes metodológicas cuyas propuestas alcanzan los objetivos fundamentales del currículo, los contenidos que se consideran esenciales, los métodos de enseñanza y, por consiguiente, los mecanismos destinados a los procesos de evaluación en esta área del conocimiento.

Los resultados de todo este trabajo sugieren tendencias a seguir para la enseñanza de las matemáticas, las cuales se pueden inferir de las publicaciones más relevantes del área, - por ejemplo: manuales (*Handbooks*) sobre investigación en Educación Matemática (Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick, & Leung, 2003; English, Bartolini-Busi, Jones, Lesh, & Tirosh, 2008; Gutiérrez & Boero, 2006; Lester, 2007) o publicaciones de una serie de estudios de la Comisión Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática con sus siglas en inglés (ICMI) (Batanero, Burrill, & Reading, 2011; Fauvel & Maanen, 2000; Hanna, 1996; Holton, 2001; Mammana & Villani, 1998; Stacey, Chick, & Kendal, 2004)-, de la creación de *Topic Study Group*, en congresos (por ejemplo, el TSG 4 Nuevos avances y tendencias en materia de educación en el nivel superior de ICME 11), o en la publicación de revistas relacionadas específicamente con esta temática (como el *Journal of Mathematics Education Trends and Research*). Por otra parte, diversos autores del campo de la Educación Matemática han reflexionado de manera sistemática sobre cuáles son las nuevas perspectivas actuales en la enseñanza de las matemáticas (Font, 2008, Guzmán, 2007, Müller, 2000).

Las tendencias principales que se infieren de las publicaciones acabadas de comentar son las siguientes: la incorporación de nuevos contenidos; presentación de una matemática contextualizada; dar importancia a la enseñanza de procesos matemáticos (resolución de problemas, modelado matemático); enseñanza y aprendizaje del tipo activo (constructivista); considerar que el saber matemáticas implica ser competente en aplicarla a contextos extra matemáticos; principio de equidad en la educación matemática obligatoria e incorporación de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC) (Breda, Font & Lima, 2016). Dichas tendencias sobre la enseñanza de las matemáticas se tuvieron muy en cuenta en el diseño del dispositivo formativo: el Diplomado EDEM (ver capítulo 6).

Una de las bases sobre las que se construye esta nueva concepción de la enseñanza de la matemática en la escuela es una nueva postura epistemológica y metodológica que se tiene frente a la matemática disciplinar (que dejan de verse con ese carácter riguroso e intemporal, que le otorgaba a la matemática una imagen de disciplina acabada y sin posibilidades de construcción). Se trata de un punto de vista más constructivo que entiende las matemáticas como una construcción humana orientada a la resolución de

problemas. Como consecuencia de este punto de vista, la praxis en el aula también ha cambiado y se ha caracterizado por propuestas metodológicas basadas en el “hacer matemáticas” en la escuela. Un aspecto asociado a esta tendencia constructivista es el especial énfasis que se pone en el desarrollo de un aprendizaje significativo, en contraste con la tendencia de los enfoques tradicionales que asignaban primordial importancia al aprendizaje de un gran número de algoritmos y procedimientos de cálculo.

Otro de los grandes pilares que caracterizan la nueva visión que se tiene de la Matemática pone un énfasis fundamental en la necesidad de desarrollar la habilidad para utilizarla como herramienta para comprender e interpretar en forma más profunda el mundo real. Ello implica la capacidad para formular modelos matemáticos de una situación concreta, para trabajar matemáticamente a nivel del modelo y para interpretar nuevamente los resultados obtenidos en términos de la situación original. En esta perspectiva, una praxis en la que se tenga la posibilidad de matematizar el mundo a partir de la modelación de situaciones con las que se entre en diálogo implicará: interpretar datos, establecer relaciones y conexiones sobre la información encontrada en la situación, poner en juego conocimiento matemático, analizar regularidades, establecer patrones de cambio, buscar argumentos y justificaciones, proponer leyes de transformación o modelos para matematizar o predecir acontecimientos asociados a la situación estudiada.

Con relación a la necesidad de usar las matemáticas para interpretar el mundo que nos envuelve, el desarrollo del lenguaje matemático se considera hoy en día como uno de los objetivos fundamentales en los procesos de enseñanza de la Matemática, más aún cuando éste se ha convertido en un lenguaje indispensable en todo el ámbito de conocimiento humano actual, especialmente en el campo de las ciencias y de sus aplicaciones tecnológicas. La asimilación del lenguaje matemático es hoy tan importante en el aprendizaje escolar como lo es el dominio de la lengua materna. Incluso, en el lenguaje cotidiano y en los medios de comunicación, es cada vez más frecuente el empleo de elementos propios del lenguaje matemático, como son los gráficos, las tablas de valores, los porcentajes, las tasas de variación, los indicadores estadísticos, etc.

2. Competencia matemática

Las tendencias sobre la enseñanza de las matemáticas acabadas de comentar llevan a que actualmente se considere que saber matemáticas incluye la competencia para aplicarlas a situaciones no matemáticas de la vida real. Esta tendencia, en algunos países se ha concretado en el diseño de currículos para la educación primaria y secundaria basados en competencias. Dichos currículos contemplan la competencia matemática, la cual es entendida, en muchos casos, de manera similar a como se entiende en el informe PISA 2003 (OCDE, 2003). En este informe se entiende la noción de competencia como la habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar la Matemática en las situaciones en las que ellas puedan jugar un rol (Niss, 2003) y se consideran las siguientes competencias matemáticas más específicas:

- 1) Pensar y razonar. Formular preguntas características de la Matemática (“¿Hay...?”, “En ese caso, ¿cuántos?”, “Cómo puedo hallar...”); conocer los tipos de respuestas que da la Matemática a esas preguntas; diferenciar entre los diferentes tipos de afirmaciones (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, aseveraciones condicionadas); y entender y tratar la amplitud y los límites de los conceptos matemáticos dados.
- 2) Argumentar. Saber lo que son las demostraciones matemáticas y en qué se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático; seguir y valorar el encadenamiento de argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener un sentido heurístico (“¿Qué puede o no puede pasar y por qué?”); y crear y plasmar argumentos matemáticos.
- 3) Comunicar. Esto comporta saber expresarse de diferentes maneras, tanto oralmente como por escrito, sobre temas de contenido matemático y entender las afirmaciones orales y escritas de terceras personas sobre dichos temas.
- 4) Construir modelos. Estructurar el campo o situación que se quiere modelar; traducir la realidad a estructuras matemáticas; interpretar los modelos matemáticos en términos de “realidad”; trabajar con un modelo matemático; validar el modelo; reflexionar, analizar y criticar un modelo y sus resultados; comunicar opiniones sobre el modelo y sus resultados (incluyendo las limitaciones de tales resultados); y supervisar y controlar el proceso de construcción de modelos.

5) Formular y resolver problemas. Representar, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (por ejemplo, “puro”, “aplicado”, “abierto” y “cerrado”); y la resolución de diferentes tipos de problemas matemáticos de diversas maneras.

6) Representar. Descodificar y codificar, traducir, interpretar y diferenciar entre las diversas formas de representación de las situaciones y objetos matemáticos y las interrelaciones entre las varias representaciones; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación dependiendo de la situación y el propósito.

7) Emplear operaciones y de un lenguaje simbólico, formal y técnico. Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico y comprender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico/formal; manejar afirmaciones y expresiones con símbolos y fórmulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos.

8) Emplear soportes y herramientas. Tener conocimientos y ser capaz de utilizar diferentes soportes y herramientas (entre ellas, herramientas de las tecnologías de la información) que pueden ayudar en la actividad matemática; y conocer sus limitaciones.

En el marco del EOS, se ha considerado que esta formulación del término de competencia debe ser desarrollada para ser operativa, y para ello hay que realizar una caracterización de la competencia mediante niveles de desarrollo e indicadores que permita su desarrollo y evaluación.

Por una parte, el desarrollo de competencias en el aula requiere, por parte de los profesores, de una propuesta de tareas que permitan su desarrollo de manera progresiva. Por otra parte, el profesor debe considerar un plan para evidenciar dicho progreso y evaluar su desarrollo.

De acuerdo con lo planteado por Font y Adán (2013), Font, Breda y Sala (2015), Seckel y Font (2015), Breda, Silva & de Carvalho, (2016) y Seckel (2016), el punto de partida para el desarrollo y evaluación de una competencia matemática debe ser una tarea que produce la percepción de un problema matemático que se quiere resolver, para lo cual el alumno debe movilizar habilidades, conocimientos y actitudes, para realizar una práctica (o acción) que intente dar solución al problema.

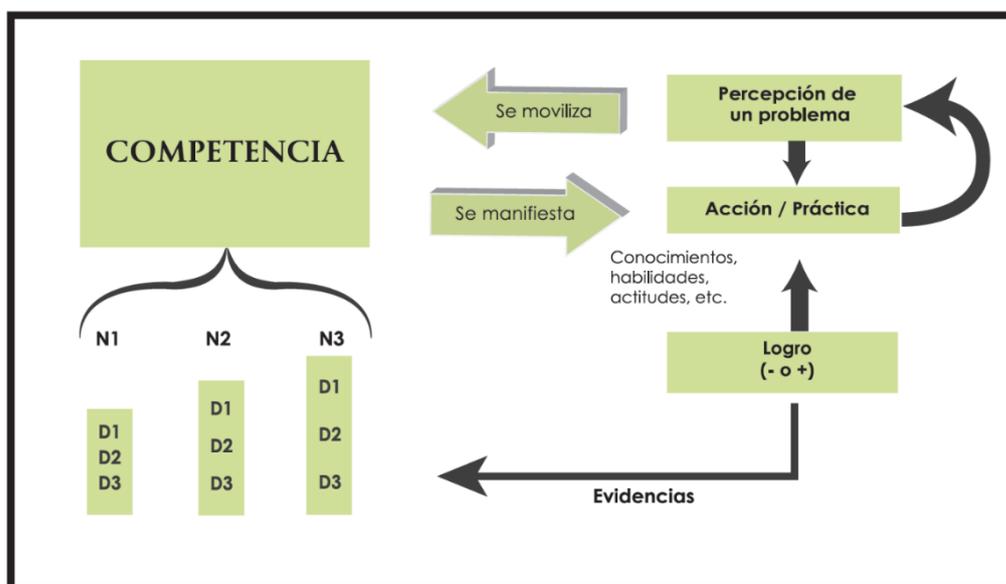


Figura 3. Conceptualización de competencia.

Fuente: Adaptación de un esquema propuesto en Seckel y Font (2015, p. 61)

Además, se puede esperar que dicha práctica se realice con más o menos éxito (logro) y, a su vez, dicho logro se puede considerar una evidencia de que la persona puede realizar prácticas similares a las que están descritas por alguno de los escritores de la competencia, el cual se suele asociar a un determinado nivel de competencia (Figura 3).

Con relación al desarrollo y la evaluación de las competencias matemáticas, hay un cierto consenso en que las competencias se desarrollan a partir de la resolución de tareas matemáticas y que, a su vez, se evalúan a partir de la actividad matemática realizada para resolver la tarea propuesta. en el caso de la evaluación, el profesor propone una tarea al alumno, éste la resuelve realizando cierta actividad matemática, después el profesor analiza la actividad matemática del alumno y encuentra evidencias de un cierto grado de desarrollo de una o varias competencias.

En Rubio (2012) se documenta que, para realizar la evaluación de la competencia matemática de sus alumnos, el futuro profesor, de acuerdo con el esquema de la Figura 4, debe tener competencia matemática. Pero esto no es suficiente, también debe tener competencia en el análisis de la actividad matemática. Mientras que la primera competencia no es específica de la profesión de profesor (es común a muchas de las profesiones que ocupan a los matemáticos, aunque cada profesión le puede dar un sello específico), la segunda si lo es.

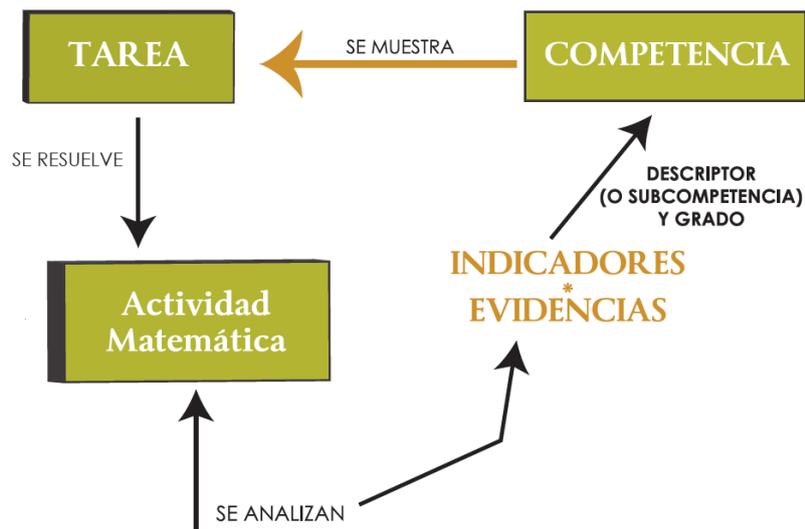


Figura 4. La evaluación de competencias Matemáticas.

Fuente: Adaptación de un esquema propuesto en Rubio (2012, p. 101)

Las competencias, sus niveles e indicadores suelen estar fijados en los documentos curriculares oficiales. Por otra parte, la actividad matemática muestra la competencia matemática del alumno y el análisis de dicha actividad, con el objetivo de hallar evidencias de que se cumplen los indicadores de un cierto nivel de competencia, es una competencia profesional específica del profesor de Matemática (Figura 5).

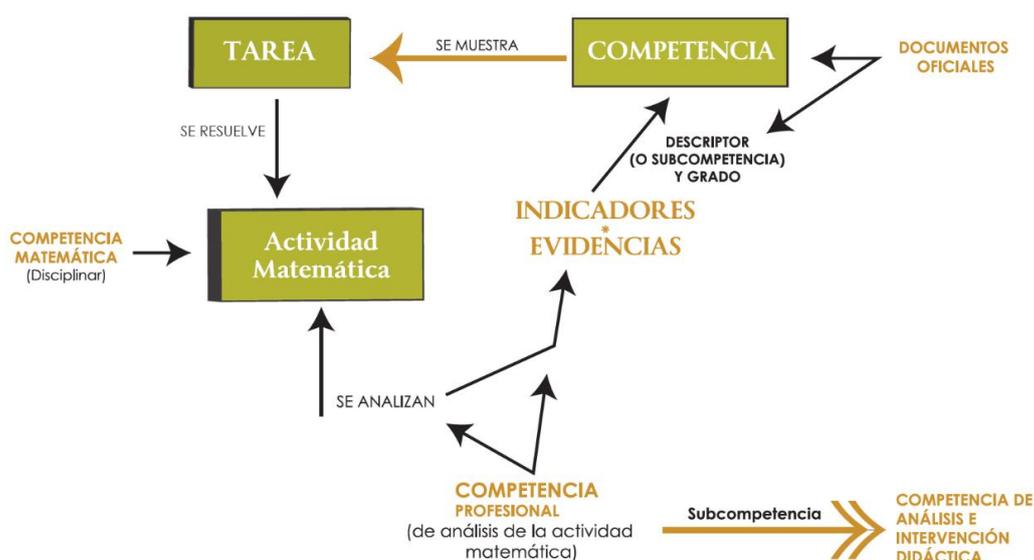


Figura 5. Competencia matemática y competencia profesional.

Fuente: Adaptación de Rubio (2012, p. 102)

Los currículos por competencias conllevan el problema de cómo conseguir que los profesores tengan la competencia profesional que les permita el desarrollo y la evaluación de las competencias matemática señaladas en el currículo. Dicho problema lleva a la siguiente pregunta: ¿Cuáles son las competencias profesionales que permiten a los profesores desarrollar y evaluar las competencias, generales y específicas de Matemática, prescritas en el currículum de secundaria? La respuesta a la cual, a su vez, depende de cómo se conteste a la pregunta previa: ¿Cuál es el conocimiento didáctico-matemático que necesita el profesorado para enseñar Matemática?

En un intento de responder a las preguntas anteriores, a nivel internacional, actualmente, hay mucho interés para describir y evaluar las competencias y el conocimiento matemático de los profesores necesario para enseñar matemáticas, puesto que son numerosos los estudios que constatan una relación entre el conocimiento y las competencias matemáticas de los maestros y los aprendizajes de sus estudiantes en esta materia (Bobis, Higgins, Cavanagh & Roche, 2012; Senk, Tatto, Reckase, Rowley, Peck & Bankov, 2012). En consecuencia, en las últimas décadas ha habido un incremento notable de las investigaciones sobre la formación de profesores de matemáticas, que se refleja en las revisiones incluidas en los *Handbooks* de investigación en educación matemática (Ponte & Chapman, 2006; Sowder, 2007), la publicación de *Handbooks* específicos (Jaworski & Wood, 2008; Lo, Leatham & Zoest, 2014), y la publicación de revistas específicas como *Journal of Mathematics Teacher Education*, o en la serie de *Springer Mathematics Teacher Education*, con varios títulos publicados. Se puede decir que actualmente se reconoce que la formación didáctica de los profesores es un campo de investigación científica y tecnológica que reclama atención por parte de la Didáctica de la Matemática, pues el desarrollo del pensamiento y de las competencias matemáticas básicas de los alumnos depende, de manera esencial, de dicha formación.

Hay un acuerdo generalizado en el área de Educación Matemática de que el profesor de matemática debe tener un cierto nivel de competencia matemática, es decir, ha de conocer y ser capaz de realizar las prácticas matemáticas necesarias para resolver los problemas matemáticos usualmente abordables por los estudiantes del nivel correspondiente, y debe saber articularlos con los contenidos temáticos posteriores. Hay, también, un acuerdo generalizado de que el profesor debe tener un conocimiento especializado del propio

contenido, de las transformaciones que se deben aplicar al mismo en los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como de las interacciones del contenido matemático a enseñar con diversos factores (psicológicos, sociológicos, pedagógicos, tecnológicos etc.) que condicionan dichos procesos.

En el modelo CCDM de acuerdo con Rubio (2012) se ha considerado que las dos competencias clave del profesor, necesarias para realizar el ciclo de la figura 4, son la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didácticas. Para ello, es necesario:

- 1) Caracterizar estas dos competencias y, más en general, las competencias profesionales en la formación del maestro de primaria, sus grados e indicadores.
- 2) Diseñar ciclos formativos para el desarrollo y evaluación de competencias profesionales del maestro de primaria.

Estos aspectos se pueden vincular mediante la figura 6 que muestra la relación que hay entre las tareas de un ciclo formativo y el desarrollo (y evaluación) de competencias profesionales. De acuerdo con este esquema, en el modelo CCDM interesa analizar las prácticas de los profesores para resolver las tareas profesionales propuestas, y el conocimiento matemático-didáctico activado en ellas, para encontrar indicadores que justifiquen la asignación de grados de desarrollo de la competencia profesional que se pretende evaluar.

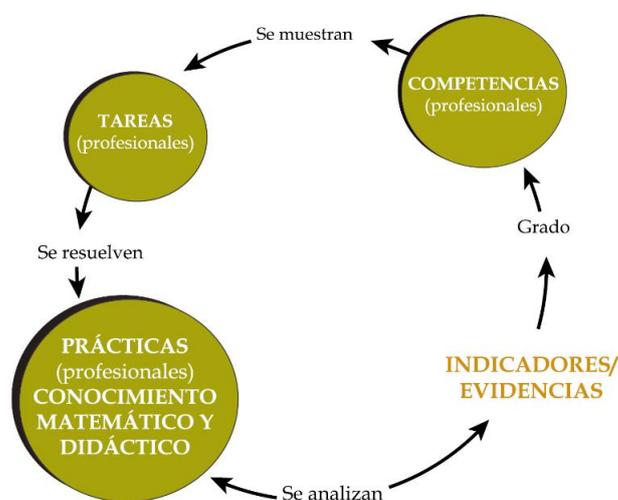


Figura 6. Evaluación y desarrollo de competencias profesionales.

En el capítulo siete se usa este esquema para investigar el desarrollo de la competencia en análisis e intervención didáctica en un proceso de formación dirigido a maestros de matemáticas de primaria. Para analizar las prácticas de los maestros y su conocimiento, tal como se muestra en la figura 7 se usa el modelo CCDM.

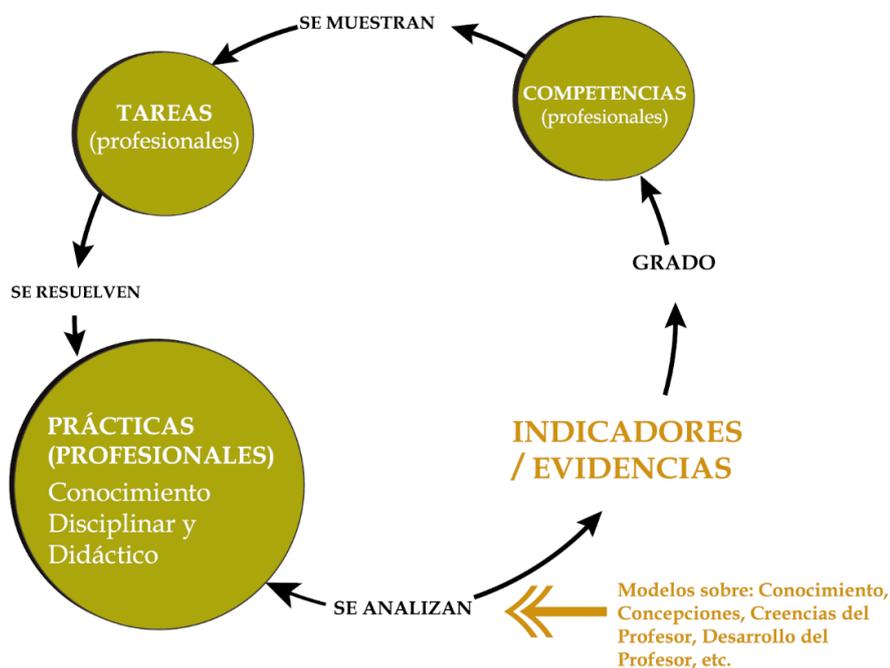


Figura 7. Evaluación y desarrollo de competencias profesionales.

3. Modelos para caracterizar la práctica, las competencias y los conocimientos del maestro de Matemática

Los estudios comparativos, entre países, han cobrado notoriedad a partir de los años noventa y han sido desarrollados en países como España, Chile, Colombia, Argentina, México y Panamá. Este quehacer investigativo ha dado lugar a la estructuración de cinco líneas de investigación en el campo de la formación docente (Messina, 1999). Estas líneas investigativas son:

- Formación maestro inicial,
- formación docente continua o en servicio,
- investigaciones sobre talleres de actualización maestro,
- trabajos sobre profesión,
- identidad y labor maestro, e

- investigaciones curriculares y aquellas vinculadas a saberes pedagógicos.

El área de la Educación Matemática no ha estado exenta de participar de esta agenda investigativa. Las mejores prácticas didácticas aplicadas por los educadores han sido objeto de análisis e investigación. Esto incluye el contenido matemático y las estrategias que los docentes emplean al enseñar la materia. Este tipo de investigaciones ha conllevado el desarrollo de marcos teóricos con sistemas de categorías que apoyan la práctica y la elaboración de planes de formación.

Existen investigaciones que han propuesto modelos teóricos para caracterizar las practicas del profesor, sus competencias y conocimientos. Algunos modelos ya se han señalado en la sección 4 del capítulo 1: a) La metodología “Lesson Study”, b) La metodología “Concept Study”, c) El modelo MKT, d) The Knowledge Quartet. e) -La competencia “mirar con sentido”, f) Aproximaciones socioculturales, g) Modelo de competencias y conocimientos del profesor de Matemática propuesto por Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción Matemática (EOS). A continuación, en la tabla 5 se hace un resumen comparativo de estos modelos

Tabla 5 Comparativo de modelos didácticos

<i>Modelo</i>	<i>Autor(es)</i>	<i>Conocimiento Matemático</i>	<i>Pedagogía Especializada</i>	<i>Pedagogía General</i>
Mirar con sentido”	(Mason, 2002).	pensamiento matemático		<ul style="list-style-type: none"> • estrategias usadas por los estudiantes. • interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes. • responder teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes.

Enfoque Onto Semiótico de la Instrucción Matemática	(Pino-Fan, Godino & Font, 2011)	Conocimiento matemático	Situación didáctica	<ul style="list-style-type: none"> • Constructos semánticos del lenguaje y los aspectos filosóficos (relativo al conjunto de saberes) implícitos en la praxis maestro.
Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT)	Grupo de Deborah Ball y colaboradores (Delaney, 2008)			<ul style="list-style-type: none"> • Calidad de la enseñanza.
Enfoque sociocultural	Varios autores, por ejemplo, en Planas e Iranzo (2009)	contenidos matemáticos		<ul style="list-style-type: none"> • Modelo de análisis para la descripción e interpretación de procesos de interacción en el aula la interacción social. uso operativo y la integración de nociones asociadas a distintas tradiciones teóricas socioculturales y semióticas

Lesson study	(Fernández, 2012).		<ul style="list-style-type: none"> • Se estudian las clases con la colaboración de otros maestros para planificar, observar y reflexionar sobre las lecciones
Concept analysis	(Brent, 2013), (Rowland, 2013).	Se examinan y elaboran modelos sobre la comprensión Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Explicitan y explica las estructuras lógicas y las asociaciones que son inherentes a los conceptos matemáticos
Knowledge quartet	(Rowland, 2013)	conocimiento del contenido matemático del profesor categorías de conocimiento: foundation, transformation, connection y contingency	<ul style="list-style-type: none"> • Análisis de las clases, grabadas en video, con el objetivo de caracterizar el conocimiento que el profesor activa durante la instrucción.

Fuente: elaboración propia.

En general se hallan más coincidencias que diferencias. Se puede decir que todos tienen un fin común: modelizar el conocimiento y/o las competencias necesarias para la enseñanza de las matemáticas. Los modelos convergen en que el conocimiento que necesitan los maestros para enseñar matemáticas debe estar formado por dos grandes componentes de conocimientos: uno específicamente matemático y otro didáctico. Con

relación al conocimiento matemático necesario para enseñar matemáticas, se coincide en que es necesario disponer de un conjunto de conocimientos propios de la etapa educativa en la que se enseña, pero, además, es preciso un conocimiento matemático más amplio y estructurado que comprenda conocimientos de etapas educativas posteriores.

Estos marcos teóricos coinciden al considerar que las competencias profesionales que debe tener un profesor de matemáticas le deben permitir planificar, implementar, describir, explicar, valorar y mejorar procesos de enseñanza-aprendizaje y en la importancia de la reflexión del profesor para conseguirlo, pero difieren, entre otros aspectos, en cuáles son las herramientas que necesitan los maestros para realizar este tipo de análisis didáctico y cuáles son los conocimientos necesarios para ello.

En línea con los referentes anteriores, esta investigación considera clave la reflexión sobre la práctica docente. De acuerdo con esta perspectiva, se va a utilizar como referente teórico el modelo CCDM basado en el EOS, el cual se resume en las secciones siguientes.

4. El Modelo CCDM

¿Qué conocimientos matemáticos y didácticos y qué competencias debe tener el maestro para poder desarrollar y evaluar las competencias matemáticas de sus alumnos? es la pregunta que origina este proyecto de tesis. El objetivo general es identificar los conocimientos matemáticos clave y el perfil competencial que deben tener los maestros para diseñar e implementar una propuesta formativa para el desarrollo y evaluación de dichos conocimientos clave y de dos competencias clave (la competencia matemática y la competencia en análisis e intervención didáctica), que esté alineada con las políticas públicas educativas de Panamá y las orientaciones de la UNESCO.

Para contestar a esta pregunta y para conseguir el objetivo general se usa, como referente teórico, el modelo llamado *Conocimientos y Competencias Didáctico–Matemática del profesor de Matemática* (modelo CCDM) (Breda, Pino-Fan y Font, 2017; Castro, Pino-Fan, & Velásquez-Echavarría, 2018; Godino, Giacomone, Batanero & Font, 2017; Godino, Giacomone, Font, & Pino-Fan, 2018; Pino-Fan, Font, & Breda, 2017) que se basa en constructos del llamado Enfoque Ontosemiótico (EOS).

En el marco del EOS se ha desarrollado un modelo teórico de conocimientos didáctico-matemáticos del profesor de Matemática (CDM) (Godino, 2009; Pino-Fan, Assis & Godino, 2015; Pino-Fan, Godino & Font, 2018). Una de las perspectivas de desarrollo de dicho modelo ha sido el encaje de la noción de conocimiento con la noción de competencia. Además, en el marco del EOS, se han realizado investigaciones sobre las competencias del profesor de Matemática (Font, Breda y Sala, 2015; Giacomone, Godino & Beltrán-Pellicer, 2018; Pochulu, Font & Rodríguez, 2016; Rubio, 2012; Seckel, 2016; Seckel & Font, 2015) las cuales han mostrado la necesidad de contar con un modelo de conocimientos del profesor para poder evaluar y desarrollar sus competencias. Estas dos agendas de investigación han confluído generando el modelo llamado Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemática del profesor de Matemática (modelo CCDM).

5. La noción de competencia y competencias clave

En el modelo CCDM, se considera prioritario responder a las siguientes preguntas: 1) ¿cómo se entiende la noción de competencia? y ¿cuáles son las competencias claves que debe tener el profesor de matemáticas?

La competencia en el modelo CCDM, se entiende desde la perspectiva de la acción competente siendo esta, el conjunto de conocimientos, habilidades, disposiciones afectivas para la acción, herramientas de reflexión, etc. que permite el desempeño eficaz en los contextos propios de la profesión de las acciones citadas en su formulación (Seckel y Font, 2015). Por tanto, tal como se ha explicado en la sección dos de este capítulo, se requiere realizar una caracterización de cada competencia mediante niveles de desarrollo e indicadores, que permita su desarrollo y evaluación. El modelo CCDM plantea que el desarrollo de una competencia se inicia al resolver un problema o tarea. La solución del problema pone en marcha habilidades, conocimientos y actitudes, necesarias para realizar una práctica que intente buscar una solución. Al obtener un éxito o logro relativo resulta de manifiesto que la persona puede realizar en el futuro prácticas similares que lo acercan a la competencia que se asocia a un determinado nivel de desarrollo.

En el modelo CCDM, se considera que las dos competencias clave del profesor de matemáticas son la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención

didáctica. Estas competencias están caracterizadas por la capacidad para diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje propias y de otros. Se caracterizan, además, por el uso de técnicas de *análisis didáctico* y criterios de idoneidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora. En esta investigación el foco ha sido la competencia de análisis e intervención didáctica.

La opción de considerar clave la competencia de análisis e intervención didáctica es coherente con la que afirman muchos otros investigadores. Se sabe que el desarrollo de la profesión del maestro en el área de matemáticas es una práctica compleja que requiere una combinación de tipos de conocimientos, competencias y habilidades, “no solo es importante saber qué matemáticas conocen los profesores sino también cómo las conocen y qué son capaces de movilizar para la enseñanza” (Chapman, 2014, p. 295) y hay acuerdo en que el maestro que dicta la clase de matemáticas debe ser competente en la observación de tareas, no solo para evaluarlas por competencias, sino para desarrollar su labor de manera idónea: “El desarrollo de las competencias profesionales se activan en gran medida por medio del aprendizaje reflexivo, que permite comprender la complejidad de los procesos educativos” (Alsina, Planas y Calabuig, 2009, p. 256); por lo cual, debe ser competente y reflexionar sobre los análisis tanto epistémicos como cognitivos y gestionar de manera idónea propósitos pedagógicos.

6. Características destacadas de la competencia de análisis e intervención didáctica

La competencia de análisis e intervención didáctica está formada por diferentes subcompetencias (Breda, Pino-Fan & Font, 2017; Godino, Giacomone, Batanero & Font, 2017):

- 1) Subcompetencia de análisis de la actividad matemática.
- 2) Subcompetencia de análisis y gestión de la interacción y su efecto sobre el aprendizaje de los estudiantes;
- 3) Subcompetencia de análisis de normas y meta normas; y

4) Subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción.

7. Subcompetencia en el análisis de la actividad matemática

Rubio (2012) plantea que, cuando los profesores no son competentes en el análisis de prácticas, procesos y objetos matemáticos, exhiben limitaciones en la evaluación de las competencias matemáticas de sus alumnos.

Este resultado sugiere que la competencia de análisis de la actividad matemática debe formar parte de la competencia de análisis e intervención didáctica (como una subcompetencia). Este análisis de la actividad matemática es esencial en la formación docente, sin embargo, es una subcompetencia que presenta dificultades para los profesores presentes y futuros.

De acuerdo con una investigación empírica efectuada por Stahnke, Schueler y Roesken-Winter (2016), se encontró que los profesores de matemáticas tienen dificultades para analizar las tareas de la materia y que esto influye en el potencial educativo que imparten a sus estudiantes.

En el área de Educación Matemática, no hay un paradigma que indique cómo se debe realizar el análisis de la actividad matemática. Desde el modelo CCDM, se asume que las herramientas teóricas del EOS permiten dicho análisis a partir de prácticas, objetos y procesos matemáticos.

El desarrollo de esta subcompetencia permite responder a preguntas como: ¿Cuáles son los significados parciales de los objetos matemáticos que se quieren enseñar? y ¿Cómo se articulan entre sí? También permite analizar los objetos matemáticos y procesos activados en las prácticas matemáticas. Esa identificación de los objetos y procesos que están inmersos en las prácticas matemáticas permite comprender el progreso del aprendizaje y facilita evaluar las competencias matemáticas de los alumnos.

8. Subcompetencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas y su efecto sobre el aprendizaje

Esta subcompetencia le permite al maestro describir con detalle la interacción; los conflictos y su resolución; los patrones de interacción; los errores, dificultades y resultados de aprendizaje. A su vez, le permite la gestión del proceso de instrucción. Para modelar la gestión de la interacción, en el EOS se ha introducido la noción de configuración didáctica (Godino, Contreras y Font, 2006), entendida como herramienta para modelizar la articulación de las acciones del profesor y los alumnos en torno a una tarea y un contenido determinados, en donde el conocimiento emerge del propio proceso de interacción. Por tanto, se requiere que el maestro de matemáticas tenga competencia en el diseño y gestión de configuraciones didácticas para asegurar el aprendizaje y concretar la instrucción.

9. Subcompetencia de análisis normativo

Los procesos de enseñanza y aprendizaje están apoyados y son dependientes de una trama compleja de normas y meta normas de distinto origen y naturaleza (Godino, Font, Wilhelmi y Castro, 2009). Es necesario reconocer esa interrelación para comprender el desarrollo de los procesos de instrucción y conducirlos hacia niveles óptimos de idoneidad. Poseer la competencia de análisis normativo de los procesos de instrucción Matemática, permite que el docente pueda responder a preguntas como: ¿Qué normas condicionan el desarrollo de los procesos instruccionales? ¿Quién, cómo y cuándo se establecen las normas? y ¿Cuáles y cómo se pueden cambiar para mejorar el aprendizaje?

10. Subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción

Se define como idoneidad didáctica el grado en que el proceso de instrucción reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y

los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno).

Para la valoración de procesos de instrucción, el EOS propone como herramienta esencial la noción de idoneidad didáctica. Fijado un tema específico en un contexto educativo determinado la noción de idoneidad didáctica (Breda, Font, Lima & Perira, 2018; Breda, Font & Pino-Fan, 2018; Godino, 2013) lleva a poder responder preguntas del tipo: ¿Cuál es el grado de idoneidad didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje implementado? ¿Qué cambios se deberían introducir en el diseño e implementación del proceso de instrucción para incrementar su idoneidad didáctica en futuras implementaciones?

Un proceso de instrucción permite alcanzar un alto grado de idoneidad didáctica cuando articula de manera coherente y sistémica, los seis criterios en los que se descompone la noción de idoneidad didáctica:

- 1) Idoneidad epistémica, este concepto se refiere a que las matemáticas enseñadas deben ser “buenas matemáticas”. Para ello, hay que valorar si no se han cometido errores, si se han propuesto tareas que activan los procesos relevantes de la actividad matemática (como son la resolución de problemas, la modelización, la argumentación, etc.).
- 2) Idoneidad cognitiva, esta faceta expresa el grado en que los aprendizajes pretendidos/implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los aprendizajes logrados a los pretendidos/implementados.
- 3) Idoneidad interaccional, es el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje.
- 4) Idoneidad mediacional, destaca la disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales que son desarrollados en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- 5) Idoneidad afectiva, esta faceta establece el interés y motivación del alumnado en el proceso de estudio.

- 6) Idoneidad ecológica, este es el grado de adaptación del proceso al proyecto educativo del centro, al currículo y al entorno social, entre otras variables.

Para cada una de estas facetas existen componentes e indicadores con una escala valorativa. Se trata de un sistema de rúbricas que permite valorar, o autovalorar, los elementos que conforman un proceso de instrucción idóneo en el área de matemáticas.

11. Conocimientos del profesor de matemáticas

La literatura cita diversos modelos que aluden al conocimiento que debe tener un docente de matemáticas para gestionar adecuadamente los aprendizajes de sus estudiantes (Hill, Ball y Schilling, 2008; Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005; Schoenfeld y Kilpatrick, 2008). Ese conocimiento permite que el docente que educa maestros pueda analizar tanto las prácticas que los profesores realizan, como el conocimiento didáctico matemático inmerso en ellas. Este análisis posibilita que se puedan encontrar indicadores que sustenten la adjudicación del grado de desarrollo de la competencia profesional que se pretende evaluar.

En el marco del CCDM, Pino-Fan, Assis y Castro (2015) propone un modelo para caracterizar los conocimientos didáctico-matemáticos (CDM) en el que se consideran tres dimensiones: matemática, didáctica y meta didáctico-matemática.

La primera dimensión, matemática, se refiere al conocimiento que les permite a los profesores resolver problemas o tareas matemáticas del nivel educativo en el que impartirán clase (conocimiento común). Ese conocimiento facilita la vinculación de los objetos matemáticos del nivel educativo con aquellos objetos matemáticos que se estudiarán en niveles posteriores (lo que se denomina conocimiento ampliado).

Los autores de los diversos modelos del conocimiento coinciden en que, además del contenido matemático, el profesor debe tener conocimientos sobre los factores que influyen en la planificación e implementación de la enseñanza del contenido matemático. A partir de estos factores, la segunda dimensión didáctica del CDM propone seis subcategorías del conocimiento del profesor:

- Faceta epistémica, esta subcategoría se refiere al conocimiento especializado de la dimensión matemática expresada en: uso de diversas representaciones, argumentos, estrategias de resolución de problemas y significados parciales de un objeto matemático. Esta faceta incorpora nociones tales como el conocimiento profundo y amplio de las matemáticas (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008) o la del conocimiento especializado del contenido (Hill, Ball y Schilling, 2008).
- 2) Faceta cognitiva, esta subcategoría hace alusión a los aspectos cognitivos de los estudiantes en términos de dificultades, errores, conflictos, aprendizaje y otros.
 - 3) Faceta afectiva, la subcategoría destaca el conocimiento de los aspectos afectivos, emocionales y actitudinales de los estudiantes.
 - 4) Faceta interaccional, es la subcategoría que destaca el conocimiento que debe tener el docente de matemáticas sobre las interacciones profesor-estudiantes, estudiante-estudiante, estudiante-recursos, dentro del salón de clase.
 - 5) Faceta mediacional, es la subcategoría que puntualiza el conocimiento sobre los recursos y medios que pueden potenciar los aprendizajes de los estudiantes, y los tiempos designados para la enseñanza.
 - 6) Faceta ecológica, esta subcategoría se relaciona con los conocimientos curriculares, contextuales, sociales, políticos, económicos, entre otros, que influyen en la gestión de los aprendizajes.

La tercera dimensión del CDM, denominada metadidáctica, se refiere al conocimiento necesario para reflexionar sobre la propia práctica (Schön, 1983; Schoenfeld y Kilpatrick, 2008), esto permite que el docente valore el proceso de instrucción y posteriormente realice un rediseño mejorado. Las tres dimensiones descritas anteriormente están presentes en las diferentes fases del proceso de instrucción de un determinado contenido matemático: estudio preliminar, planificación, implementación y valoración (Pino-Fan, Godino & Font, 2018).

12. Registro Tabular del modelo CCDM (RT-CCDM)

En Font, Breda, Giacomone y Godino (2018), las categorías de conocimientos y competencias acabadas de comentar se recogen en la tabla 6, llamada Registro Tabular del modelo CCDM. Esta organizada por categorías de más a menos generalidad. La primera categoría (supra categoría) está formada por 5 categorías de primer nivel: Tipo de análisis, Fases del proceso de estudio, Dimensiones del conocimiento, Profundidad de análisis y Competencias, las cuales se descomponen a su vez en subcategorías de distintos niveles.

La primera supra categoría, Tipo de análisis, con tres valores o categorías de nivel 2 (descriptivo, explicativo y valorativo), ha sido sugerida por las regularidades observadas en los estudios empíricos realizados usando como referente teórico el EOS. Dichas regularidades también han sugerido la supra categoría Profundidad en el análisis, con cuatro valores —Por ejemplo, para el caso de una narrativa, N0: Narrativa superficial (el lector no se hace una idea de lo que pasó en el episodio, N1: Narrativa que capta los elementos esenciales (el lector se hace una idea de lo que pasó en el episodio), N2: Análisis detallado de aspectos de la narrativa siguiendo un modelo de análisis (por ejemplo, si se hace una descripción de la actividad matemática se identifican algunas prácticas, objetos primarios y procesos), N3: Análisis experto de la narrativa de acuerdo con un modelo (por ejemplo, se hace una descripción pormenorizada de la actividad matemática se identifican exhaustivamente las prácticas, objetos primarios y procesos)—; las supra categorías de conocimientos y competencias se concretan en los tipos de conocimientos y competencias contemplados en el modelo CCDM acabados de resumir. La supra categoría <<fases del proceso de instrucción>> tiene 5 valores de nivel 2 (Análisis a priori, diseño, implementación, valoración y rediseño).

Tabla 6. Registro tabular del modelo CCDM

<i>Categorías de nivel (supra categoría)</i>	<i>Categorías de nivel 2</i>	<i>Categorías de nivel 3</i>	<i>Categorías de nivel 4</i>	<i>Categorías de nivel 5</i>
<i>Tipos de análisis</i>	Descriptivo Explicativo; Valorativo			
<i>Fases del proceso</i>	Análisis a priori	Significados de		

<i>de estudio</i>		referencia Revisión de investigaciones (dificultades, etc.) Orientaciones curriculares Consulta de libros de texto y otras propuestas Recursos materiales-temporales	
	Diseño		
	Implementación		
	Valoración	Criterios de idoneidad	
	Rediseño		
<i>Dimensiones del conocimiento</i>	Matemática	Conocimiento común: Conocimiento ampliado	
	Didáctico-matemática	Epistémica Ecológica Cognitiva Afectiva Interaccional Mediacional	
	Meta-didáctico-matemática	Normas Meta-normas Criterios de idoneidad	epistémica cognitiva afectiva interaccional mediacional ecológica
<i>Profundidad del análisis</i>	N1: N2 N3		
<i>Competencias</i>	Competencia matemática	Comunicar; Matematizar, Representar; Razonar y argumentar; Elaborar estrategias; Usar lenguaje simbólico, formal y	

Competencia de análisis e intervención didáctica	técnico y operaciones		
	Análisis de la actividad matemática	Análisis de significados globales (prácticas) Análisis de configuraciones (objetos) Análisis de procesos	
	Gestión de interacciones	Tipo de interacción	Magistral; dialógica; adidáctica; personal;
		Conflictos	Epistémicos; cognitivos; interaccionales
	Análisis normativo	Origen Momento Faceta Tipo y grado de coerción	
	Valoración idoneidad	Epistémica	Errores; Ambigüedades; Riqueza de procesos; Representatividad
	Ecológica	Sociedad; escuela; currículo	
	Cognitiva	Conocimientos previos; adaptaciones curriculares; aprendizajes	
	Afectiva	Actitudes; emociones; motivaciones/intereses	
	Interaccional	Diálogo;	

			Mediacional	interacción; negociación; autonomía Recursos; tiempo; número de alumnos
--	--	--	-------------	---

En esta investigación utilizaremos este registro tabular para describir los conocimientos y las competencias de los dos maestros tomados como estudios de caso (ver capítulo siete).

CAPÍTULO 4. DISEÑO METODOLÓGICO

Resumen

En el capítulo se explica el diseño de la investigación, se describen los participantes del estudio, se explican las fases de la investigación y se explicita el proceso de análisis de los datos. Coherentemente con el modelo teórico descrito en el capítulo anterior, se propone un diseño de investigación cualitativo que presenta tanto aspectos de un diseño de experimentos del desarrollo de las competencias y conocimientos del profesor, como de una investigación de tipo Investigación – Acción.

El tema tratado en la presente disertación aborda una investigación sobre los conocimientos y competencias requeridas para la enseñanza de las matemáticas por los maestros de primaria y preescolar, en un contexto-país y desde el aspecto de la formación del docente en servicio. En tal sentido, se destaca es este estudio la descripción de la estructura de la oferta de formación inicial docente, su relación con los procesos de reformas educativas implementadas, así como sus experiencias y praxis, para realizar un diagnóstico sobre el subsistema de formación y el desempeño en el aula, a los fines de elaborar una intervención efectiva que optimice o mejore el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

La teoría en la cual se fundamenta este estudio es el *Modelo de Conocimientos y competencias del profesor de Matemáticas* (Godino, Giacomone, Batanero & Font, 2017). Coherentemente con este enfoque teórico, se propone un diseño de investigación cualitativo que presenta tanto aspectos *de un diseño de experimentos del desarrollo de las competencias y conocimientos del profesor*, como de una investigación de tipo *Investigación – Acción*. Es decir, el marco metodológico general de la investigación que se presenta sigue en cierta manera la estructura de una investigación-acción, pero el diseño e implementación del dispositivo formativo, el Diplomado, consiste en un *experimento del desarrollo de las competencias y conocimientos del profesor*.

Utilizando como marco teórico constructos del EOS se han realizado una serie de investigaciones y experimentos de diseño que, por una parte, han permitido el desarrollo

del modelo CCDM y, por otra parte, han permitido ponerlo a prueba en situaciones empíricas. En efecto, en diferentes investigaciones y contextos de formación, se han diseñado e implementado ciclos formativos para que los profesores (o futuros profesores) desarrollen las competencias de este modelo y aprendan los conocimientos que se contemplan en él (por ejemplo, Pochulu, Font & Rodríguez, 2016; Rubio, 2012; Seckel, 2016). Se trata de ciclos formativos en los que se pretende enseñar a los participantes algunos (o todos) los tipos de análisis didáctico contemplados en el modelo de análisis didáctico propuestos por el EOS (Font, Planas & Godino, 2010), ya que se supone que realizar estos tipos de análisis didácticos permite desarrollar la competencia clave de este modelo, la competencia de análisis e intervención didáctica, y también el aprendizaje de los diferentes tipos de conocimientos contemplados en el modelo CCDM. Estos ciclos formativos en el EOS son considerados *experimentos del desarrollo de las competencias y conocimientos del profesor* (EDCCP) y son un tipo de Teacher Development Experiment (TDE). Según Simon (2000), los TDE estudian el desarrollo profesional del profesor en formación o en servicio, y se fundamentan en los principios de los experimentos de enseñanza (Cobb & Steffe, 1983; Steffe & Thompson, 2000), lo que significa que un equipo de investigadores estudia el desarrollo del profesor a la vez que lo promueve como parte de un ciclo continuo de análisis e intervención. Las investigaciones TDE también contemplan el estudio de casos.

Dado que uno de los objetivos de esta investigación es el diseño de un dispositivo formativo para el desarrollo y la evaluación de la competencia de análisis e intervención didáctica, en particular de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica, en el diseño de dicho dispositivo se realizó una adaptación significativa al diseño ya aplicado y experimentado en másteres de formación de profesores de secundaria de matemáticas. A continuación, explicamos en qué consistió tal adaptación

En diversos másteres de Formación del Profesorado de Secundaria de Matemáticas, el uso de los criterios de idoneidad didáctica ha tenido un papel relevante, ya que son un contenido a enseñar con el objetivo de que sean usados como pauta para organizar la propia práctica. El ciclo formativo implementado es una adaptación de otro ciclo formativo implementado por primera vez en Rubio (2012), con profesores en formación del Máster de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de la Universitat

de Barcelona, y después rediseñado para la formación de profesores de futuros profesores de primaria de Chile (tal como se explica en Seckel, 2016). Dicho ciclo se distribuye en dos asignaturas: *Innovación e investigación sobre la propia práctica* y *Trabajo Fin de Máster* (TFM), de acuerdo a la siguiente secuencia (Font, Breda & Pino-Fan, 2017; Font, Breda, Seckel & Pino-Fan, 2019; Giménez, Font & Vanegas, 2013):

a) *Análisis de casos (sin teoría)*. Se propone a los alumnos la lectura y análisis de episodios de clase para que hagan un análisis a partir de sus conocimientos previos.

b) *Emergencia de los niveles de análisis didáctico-propuestos por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS)*. La puesta en común de los análisis realizada por los diferentes grupos permite observar como el gran grupo contempla los diferentes tipos de análisis didáctico-propuestos por el EOS, aunque cada grupo sólo contemple alguno de ellos.

c) *Tendencias en la enseñanza de las matemáticas*

El episodio analizado se ha seleccionado de manera que los asistentes apliquen de manera implícita alguna de las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas. Seguidamente se hace observar a los asistentes que han utilizado esta tendencia de manera implícita. A continuación, el profesor hace un resumen de las principales tendencias en la enseñanza de las matemáticas.

d) *Teoría (criterios de idoneidad)*. Se explican elementos teóricos a los alumnos, en concreto se les explican los criterios de idoneidad propuestos en el EOS (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica).

e) *Lectura y comentario de partes de algunos trabajos final de máster de cursos anteriores*, en los que los futuros profesores de cursos anteriores utilizaron los criterios de idoneidad para valorar la unidad didáctica que implementaron.

En las asignaturas *Prácticas* y *Trabajo Final de Máster* los alumnos utilizarán los criterios de idoneidad para *valorar su propia práctica*, en concreto la unidad que han diseñado e implementado. Tienen que hacer un rediseño y mejorar algunos de los aspectos que la valoración realizada indica que se deben y pueden mejorar.

En el caso del Diplomado para maestros de Panamá, el dispositivo diseñado en esta investigación, se trata de un curso de cuatro meses dónde en el último módulo se

concentran las etapas *d* y *e* de la secuencia anterior y, a diferencia de lo que se hace en el máster de secundaria no se explican con detalle los componentes e indicadores de los CI, lo que se hace es lo siguiente: 1) en los módulos anteriores (1-3) se trabajan algunos indicadores y componentes de manera aislada, 2) en el último módulo final se les pone una narrativa de una futura maestra sobre la observación que esta hizo de la clase de otra maestra y se les pide, entre otras preguntas, que propongan una mejora de la implementación de la tarea observada. 3) Se explica que esta consigna pide mejorar las tareas y se les plantea la pregunta ¿qué criterios se deben tener en cuenta para mejorar una secuencia de tareas? 4) se presenta un video donde se reflexiona sobre esta pregunta y se introducen por primera vez los CI, haciéndoles observar que algunos de ellos han sido tenidos en cuenta cuando han sugerido cómo mejorar la tarea. 5) Se explica que la noción de idoneidad didáctica está compuesta por seis criterios de idoneidad didáctica parciales, cada uno, a su vez, desglosado en componentes e indicadores, cuya función es señalar aspectos a mejorar en la práctica del profesor y que algunos de estos componentes e indicadores ya han aparecido en los módulos anteriores. Por ejemplo, en la sección 1.1 del módulo uno del Diplomado, se reflexionó sobre la importancia de que al enseñar matemática se haga a partir de contextos reales y próximos al estudiante y se les hace observar que esta reflexión nos sugiere el componente <<intereses y necesidades>> y los indicadores <<Selección de tareas de interés para los alumnos>> y <<Proposición de situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional>> de la idoneidad emocional. 6) Se presenta la lista completa de criterios, componentes e indicadores y algunos de ellos se relacionan con reflexiones realizadas en los módulos anteriores. Por último, los maestros tienen que diseñar una secuencia de tareas, implementarlas y valorar usando los CI (etapas *d* y *e* del ciclo formativo del máster de secundaria)

De los tres grandes enfoques sobre cómo entender la investigación en las ciencias sociales (positivista, interpretativa y crítica), la Investigación-Acción se sitúa en la perspectiva crítica y también en la interpretativa (Kemmis & McTaggart, 2000; Lomax, 1990). De acuerdo con Lomax (1990), nuestra investigación tiene aspectos de una investigación-acción ya que se pretende una intervención en la práctica profesional con la intención de conseguir una mejora. Se trata de diagnosticar la situación actual y centrar el estudio en cambiar los factores que amerita el contexto (locales y organizacionales). La

investigación realizada pretende aplicar mejoras en la práctica docente mediante un proceso iterativo de intervención-evaluación-análisis crítico o reflexión basada en evidencias (aunque en esta memoria se explica solo la primera fase de este proceso iterativo, ya que la segunda fase, la experimentación a nivel nacional de dos ediciones del Diplomado, con 150 maestros y 115 respectivamente, no se aborda en esta memoria).

Las naturalezas de las fuentes de información utilizadas son principalmente:

- Datos estadísticos, documentales, de archivos y otros datos secundarios colectadas por el investigador; y,
- Datos primarios, obtenidos de los sujetos bajo estudio, a lo largo de una intervención formativa diseñada para tal fin.

Los datos se organizan en esquemas, cuadros de metaanálisis documental, entrevistas, cuestionarios, encuestas y observaciones en el aula de clase (por medio de videos). Los datos se registran en forma de documento textual, en tanto que usa como fuente primaria de insumos básicamente el documento escrito por los participantes, y los otros datos se transcriben a textos. De dichos documentos se hace el estudio de su contenido, que básicamente es una técnica de interpretación de textos.

Todo contenido de un texto o una imagen pueden ser interpretado de una forma directa y manifiesta o de una forma soterrada de su sentido latente. Por tanto, se puede percibir de un texto o una imagen el contenido manifiesto, obvio, directo que es representación y expresión del sentido que el autor pretende comunicar. Se puede, además, percibir un texto, latente velado, indirecto que se sirve del texto manifiesto como de un instrumento, para expresar el sentido velado que el autor está transmitiendo (a veces sin ser consciente de ello). Por tanto, se considera que los textos albergan un contenido que leído e interpretado adecuadamente nos permite inferir los criterios que los profesores consideran valiosos para diseñar, implementar y rediseñar sus clases, así como sus conocimientos y competencias. Tanto los datos expresos (lo que el autor dice) como los latentes (lo que dice indirectamente) cobran sentido y pueden ser captados dentro de un contexto. Texto y contexto son dos aspectos fundamentales en el análisis de contenido. En nuestro caso el contexto es un determinado dispositivo formativo: el Diplomado EDEM. La lectura y la organización de los datos se desarrollan a partir de unas categorías

deductivas que parten de la teoría: sobre todo los indicadores y componentes de los criterios de idoneidad didáctica y, más en general, los constructos del modelo CCDM.

El acceso a los participantes de estudio requirió tanto de permisos individuales, a través de un proceso de consentimiento informado, como de permisos institucionales; es decir, de las organizaciones oficiales involucradas, que fueron:

- La Dirección de Panamá Centro, y
- El Departamento de Jornada Extendida del Ministerio de Educación.

Los sujetos de estudio que participaron en la investigación constituyen un *grupo primario* pequeño (9 maestros) y eran de la Escuela Omar Torrijos Herrera.

1. Tipo de estudio

Desde el punto de vista de la dimensión temporal, esta investigación se realiza en un solo grupo social, en un solo período de tiempo que va desde el mes de marzo hasta julio 2018. Incluye fases de estudio diagnóstico y de diseño, más unas fases de implementación y análisis.

La intervención o ciclo formativos se desarrollaron entre el 5 de marzo al 27 de julio 2018; es decir, es una formación de más de seis meses. En tal sentido, esta investigación es *Longitudinal breve* y sigue una estrategia de tipo *Estudio de Casos Antes/Después* (de la intervención).

Sobre el grado de control del sistema social bajo estudio, se acota que no se establecieron grupos-control para este estudio.

Esta investigación contó con el financiamiento de la Universidad de Panamá (SENACYT), de Panamá, identificada como el proyecto Fondo VIP- CUFI- 2017- CNET-P-008.

2. Participantes del estudio

El universo de interés para este estudio es el sistema de educación pública de primaria y preescolar de República de Panamá; y muy especialmente, el sistema de formación

permanente y continua de los docentes. La población que puede ser beneficiada por esta investigación son los maestros adscritos en dicho sistema a dedicación exclusiva². Esta investigación se desarrolla en el periodo 2017-2018, bajo un marco institucional avalado por el Ministerio de Educación (MEDUCA-038/PC/2018) y la Universidad de Panamá (Convenio de Colaboración Educativa N.º 29-2018), los cuales son los entes rectores de la formación docente en el país. Para el período 2015, Panamá contaba con 3.244 escuelas públicas de preescolar y 3.293 de primaria, en las cuales laboran 24.031 docentes con una relación hombres: mujeres de 4.733: 19.298, según datos del Instituto Nacional de Estadística y Censo (INEC) hasta el año 2015 (ver figuras 8 y 9).

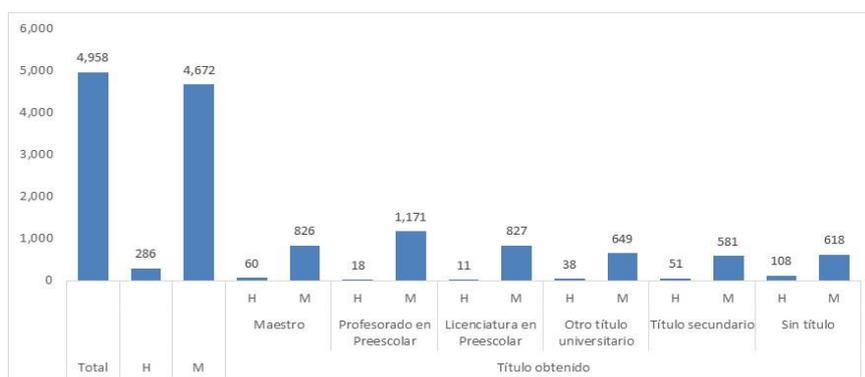


Figura 8. Gráfico de distribución del personal docente en educación inicial, por género, para el año 2015

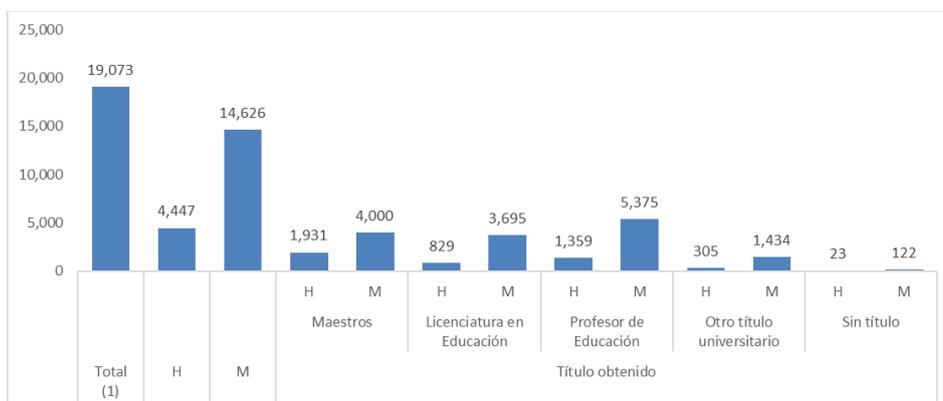


Figura 9. Gráfico de distribución del personal docente en educación primaria, por género, para el año 2015

² En el argot local las escuelas que cuentan con docentes a dedicación exclusiva se identifican como escuelas de jornada extendida que presentan una jornada lectiva de 7:00 am a 12:45 pm y de 12:50 pm a 2:45 pm la jornada extracurricular de lunes a viernes.

De momento, en las cuatro ediciones realizadas (o en curso) del Diplomado EDEM, hasta la fecha en la que se escribe esta memoria, se han beneficiado directamente 277 maestros.

3. Sujetos de estudio

La selección de los sujetos de estudio, en esta investigación es de tipo *no probabilístico*, debido a las regulaciones que impone el país sobre el acceso a la información oficial y a los permisos para implementar la intervención formativa propuesta.

El MEDUCA seleccionó la institución educativa bajo estudio y la Dirección del plantel (escuela) designó los participantes (docentes) disponibles para participar en el dispositivo formativo. La intervención propuesta se realizó durante el año lectivo de la escuela participante y, por lo tanto, requirió adicionalmente del aval de la administración del plantel. Llegados a este punto, los participantes fueron consultados a los fines de obtener el grupo voluntario y definitivo de estudio.

El MEDUCA seleccionó la escuela piloto que fue la *Escuela Omar Torrijos Herrera* de la Provincia de Panamá; corregimiento de Ancón. La Dirección del plantel, seleccionó un grupo de 14 participantes para el estudio. Del grupo preseleccionado, solo 9 aceptaron voluntariamente participar en la intervención. Los dos casos de estudio fueron seleccionados entre estos 9 maestros. La Tabla 7 muestra las características de los docentes que participaron en el Diplomado, y, con más detalle, de los dos casos de estudio seleccionados

Tabla 7. Autoridades y Sujetos de Estudio

INSTITUCIÓN	FUNCIÓN	GRADO	HOMBRE	MUJER	Observación
MEDUCA	Directora Regional de Panamá Centro			1	
	Departamento de Jornada Extendida			1	
Universidad de Panamá	Director de Educación Continua		1	1	
Escuela Omar Torrijos Herrera	Director de Plantel			1	
	Docente	Prescolar	1	1	
		Primer grado			1
		Segundo Grado	1		

		Tercer Grado		1	Licenciado en Educación y de una etnia indígena
		Cuarto Grado		3	
		Multigrado	1		Licenciado en Educación
CASOS DE ESTUDIO					
	Maestra A	Preescolar		1	Licenciado en Educación y de una etnia indígena
	Maestro B	Multigrado	1		Licenciado en Informática

4. Variables cualitativas

Las variables cualitativas de estudio principales son: el conocimiento matemático (dividido en seis facetas), la competencia de análisis e intervención didáctica (dividida en cuatros subcompetencias), de los maestros de primaria y preescolar. Su presencia y desarrollo se infiere a lo largo de un ciclo formativo en didáctica especializada que ha sido diseñado para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las aulas de la escuela pública en Panamá.

5. Recolección de datos

Los tres primeros objetivos (OE1, OE2 y OE3) apuntan hacia el análisis de las características educativas iniciales de los maestros de primaria en el área de matemáticas para determinar conocimientos y competencias. Para este propósito, además de obtener datos a partir de documentos oficiales, se administró un instrumento ad hoc para la recopilación de datos y se utilizó un instrumento diagnóstico para evaluar conocimientos matemáticos de los educadores participantes.

El resto de los datos se recolectaron a partir de las respuestas de los participantes a las tareas del Diplomado que persigue diseñar e implementar ciclos formativos (CF) para el desarrollo de la competencia en análisis e intervención didáctica y de la competencia matemática (objetivos OE4 y OE5).

6. Descripción de la plataforma virtual

El acceso a los módulos formativos se realizó desde una plataforma institucional de la Universidad de Panamá, denominada: *Campus Virtual*. Esta plataforma virtual, es una herramienta que permite crear y gestionar asignaturas de forma sencilla, incluir gran variedad de actividades y hacer un seguimiento exhaustivo del trabajo del alumnado. Cualquier información relacionada con la asignatura está disponible de forma permanente permitiéndole al alumno acceder a la misma en cualquier momento y desde cualquier lugar. Persigue también que el educando se familiarice con el uso de los medios informáticos, aspecto de gran importancia en la actual sociedad de la información.

El Campus Virtual es administrada por una unidad académico-técnica del mismo nombre responsable de administrar la plataforma tecnológica de la Universidad de Panamá.

7. Instrumentos de recolección de datos

El objetivo específico OE2 implicaba la confección, para primaria, de un perfil competencial docente, inferido a partir de las competencias contempladas por la administración educativa y las universidades que forman maestros, que deben tener los docentes, para poder realizar una enseñanza idónea de las matemáticas. Para ello, se elaboró el instrumento, *Matriz de las competencias genéricas y profesionales específicas del maestro en Panamá* (Tabla 12), para clasificar las propuestas de competencias de las docentes contempladas en las carreras de las tres instituciones que legalmente forman maestros en Panamá (Escuela Normal Juan Demóstenes Arosemena; Universidad de Panamá; Universidad Autónoma de Chiriquí-UNACHI). Este instrumento se tuvo en consideración para confeccionar las tareas que deberían desarrollar los maestros en la plataforma y también fue utilizado para diseñar la prueba diagnóstica y las tareas de evaluación, en los maestros para conocer así sus capacidades antes y durante la intervención.

A partir del instrumento anterior y de los currículos de las licenciaturas en educación primaria del país se elaboró una *Matriz Temática Conceptual de Competencia de Análisis e Intervención Didáctica del Egresado en Panamá* (Tabla 13). Esta matriz facilita la visualización de la problematización e identificación de las debilidades y fortalezas en la

formación inicial del docente desde la oferta académica de la Licenciatura en Educación Primaria, con relación a las subcompetencias de la competencia de análisis e intervención didáctica.

Al inicio y al final del Diplomado, los maestros contestaron un cuestionario titulado *Instrumento de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* (Tabla 8), en el cual se pretendía saber cuáles de los componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica ellos tenían en cuenta para orientar su práctica (antes de iniciar el Diplomado y después de finalizarlo).

Tabla 8. Instrumento de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Epistémica	Errores	Utiliza notación matemática correcta y exige a sus estudiantes presentar su trabajo con notación precisa también.	1
		Como docente de matemáticas no me permito tener errores numéricos o algebraicos en el tablero.	2
	Ambigüedades	Identifica deficiencias en sus conocimientos y/o experiencias que pueden dificultar el desarrollo de las actividades planeadas.	3
		Utiliza el vocabulario preciso y manifiesta corrección y propiedad en la expresión escrita y oral.	4
	Riqueza de procesos	Promueve formas alternas de resolver problemas o de explicar soluciones ofrecidas por los estudiantes. Alienta a los estudiantes a hacer y explorar conjeturas relacionados al tema.	5
		Fomenta el desarrollo del pensamiento matemático a partir de la resolución de problemas.	6
	Representatividad	Conoces con profundidad los contenidos que vas a enseñar.	7
		Usa una variedad de ejemplos pertinentes al estudiante.	8
Ecología	Adaptación al currículo	Las actividades promueven el entendimiento de los aspectos clave del tema.	9
		Utiliza notación matemática correcta y exige a sus estudiantes presentar su trabajo con notación precisa también.	10
	Conexiones intra e interdisciplinarias	Decide qué contenidos y cómo abordarlos teniendo en cuenta las orientaciones curriculares.	11
		Identificas las habilidades que deben desarrollar tus estudiantes en un tema o unidad.	12
	Utilidad sociolaboral	Atiende a cabalidad todos los estándares, procesos y conceptos señalados por el Marco Curricular con relación al tema que se propone enseñar.	13
		Conecta los conceptos y temas de su especialidad con las otras disciplinas y con sus aplicaciones a la realidad, en un contexto apropiado para los estudiantes.	14
	Innovación didáctica	Presenta en la clase varios ejemplos que permiten al estudiante relacionar el tema de manera clara y directa con su experiencia.	15
		Utiliza efectivamente una variedad de técnicas instruccionales como: aprendizaje cooperativo, descubrimiento, resolución de problemas, inquirir, tareas colaborativas, etc., que permite responder a la inserción laboral de estudiantes.	16
Cognitiva	Conocimientos previos	Les das a conocer a tus alumnos la relación de la asignatura que impartes con el plan de estudios de su carrera a futuro.	17
		Mantiene un diario reflexivo sobre su práctica docente y lo utiliza como instrumento para la autoevaluación y auto mejoramiento.	18
		Asiste a todas de las reuniones y talleres que le instruyen sobre cómo optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Posteriormente se observa mejoramientos significativos correspondientes en su desempeño en su práctica.	19
		Por lo general, detecta dificultades de aprendizaje en sus estudiantes antes de comenzar un tema.	20
		Los conocimientos previos de tus estudiantes resultan limitantes para abordar nuevos conocimientos.	21

	Adaptación curricular a las diferencias individuales	El plan incluye las tareas pertinentes para alcanzar las expectativas de aprendizaje y muestra una estrategia efectiva de retroalimentación a los estudiantes de esas tareas.	22
		Demuestra sensibilidad ante las necesidades de todos los estudiantes con atención especial al excepcional y los de educación especial y fomenta esa sensibilidad de parte de todo el grupo.	23
		Utiliza múltiples estrategias de enseñanza para atender los diversos estilos de aprendizajes.	24
	Aprendizaje	Acomoda la planificación para llevar todos los estudiantes al nivel deseado de entendimiento del concepto o de competencia con el proceso.	25
		Muestra dominio cabal de los fundamentos de la matemática y de las estrategias efectivas para su enseñanza que permite a todos los estudiantes a aprender.	26
		Escucha las recomendaciones de pares y supervisores, analiza debidamente dichas sugerencias junto con ellos y encuentra una forma de implantar las recomendaciones que beneficia al aprendizaje de sus estudiantes.	27
	Alta demanda cognitiva	Las tareas retan a los estudiantes a adaptar lo que han aprendido e integrar conceptos para hacer la tarea. Les provee la ayuda que necesitan cuando lo necesitan. A la vez, estimula a los estudiantes a examinar a lo que han aprendido y cómo llegaron a entenderlo.	28
		Promueve la creatividad y originalidad de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje.	29
		Impulsas a tus alumnos a desarrollar ideas y/o proyectos innovadores.	30
Afectiva	Intereses y necesidades	Se complementa el material del libro de texto con ejemplos, actividades ó tareas pertinentes que resultan de interés a la mayoría de los estudiantes y efectivos para su aprendizaje.	31
		Se presenta en la clase varios ejemplos que permiten al estudiante relacionar el tema de manera clara y directa a su experiencia.	32
		Fomenta la perseverancia de sus alumnos para resolver una tarea propuesta.	33
	Actitudes	Su objetividad y trato justo hacia los estudiantes siempre resulta evidente a ellos y exige trato justo entre ellos en su clase.	34
		Consideras que el ambiente que promueves en clase es el adecuado para que los estudiantes logren el aprendizaje.	35
		Busca y aprovecha oportunidades para demostrar y fomentar apreciación por la belleza y el valor estético de la materia y el aprendizaje.	36
	Emociones	Muestra dinamismo en su labor como maestro de matemática, además de transmitir su entusiasmo a los estudiantes.	37
		Suelo responder de modo tranquilo y con voz moderada a las cuestiones matemáticas que plantea el estudiante.	38
		En las sesiones de clases incorporas el uso de material manipulativo.	39
Mediacional y al horario asignado.	Recursos materiales	Usa las TIC para el desarrollo de tus clases.	40
	Número de alumnos, horario y condiciones del aula 40	Adapta tu planificación a las condiciones del aula y al número de alumnos y al horario asignado.	41
		Adecúa la secuencia didáctica al horario asignado (por ejemplo: realiza actividades con material manipulativo en las últimas horas).	42
	Tiempo	Durante tu implementación, elimina tareas por falta de tiempo.	43
		Dedica el tiempo necesario para resolver las dificultades de los alumnos.	44
		Invierte el tiempo en los contenidos más importantes del tema.	45
Interaccional	Interacción docente-disciente	Muestra tener seguridad y confianza en la gestión de las interacciones, incluso cuando es necesario repasar o explorar un tema no planificado, o afrontar preguntas inesperadas.	46
		En todo momento reacciona de forma profesional y aprovecha las preguntas, respuestas, comentarios y hasta el comportamiento inesperado, para ampliar la comprensión de los estudiantes del tema.	47
		Haces uso apropiado y efectivo de preguntas diversas que promueven discusión en la sala de clases para promover el entendimiento de los conceptos y procesos fundamentales.	48
		Aprovecha una participación relevante de algún estudiante, para compartirla con el grupo e implicar a los demás.	49

	Interacción entre discentes	Promueves la participación colaborativa en algunos trabajos de tus estudiantes.	50
			51
	Autonomía	Diseña tareas en la que los alumnos juegan un papel activo.	52
		Procuro enseñar a los estudiantes que una buena toma de decisiones depende de identificar los elementos del problema, para que sean independientes en la solución de un problema.	53
		Fomenta que los estudiantes asuman parte de la responsabilidad de su estudio.	54
	Evaluación formativa	Utiliza una variedad de técnicas de evaluación, de manera diagnósticas, formativas y sumativas para evidenciar el logro de los objetivos.	55
		Corrige los trabajos de los estudiantes pronto. Cuando los devuelve, los comenta con ellos y procura resolver sus dificultades.	56

Al finalizar el Diplomado se realizó una entrevista semiestructurada individual con cada maestro y con la directora de la escuela y también se realizó una reunión, casi al final del Diplomado, de la investigadora y el director de tesis con los maestros participantes. El objetivo de la reunión y de las entrevistas era conocer sus opiniones respecto a qué aspectos ellos sugerían modificar para mejorar futuras implementaciones del Diplomado, las cuales efectivamente se han tenido en cuenta en las implementaciones posteriores.

En la tabla siguiente se muestra la relación entre los objetivos y los instrumentos:

Tabla 9. Relación entre los objetivos y los instrumentos.

<i>OE1. Estudiar la oferta del Ministerio de Educación de Panamá y de la Universidad de Panamá para la formación inicial y permanente en Matemática y su didáctica, para los maestros de primaria y preescolar en el periodo 2013-2018, para inferir el peso que se otorga en esta formación a los contenidos de matemáticas, de didáctica de las matemáticas y de pedagogía general.</i>	Recolección de datos sobre la oferta de perfeccionamiento docente del MEDUCA
<i>OE2. Determinar el perfil competencial docente que deben tener los maestros de primaria, según la administración educativa y las universidades que realizan la formación inicial.</i>	Matriz de las competencias genéricas y profesionales específicas del maestro en Panamá
<i>OE3. Diagnosticar, haciendo uso de instrumentos especialmente diseñados para ello, el</i>	Matriz temática Conceptual de la Competencia de Análisis e Intervención Didáctica
	Prueba Diagnóstica

<p><i>conocimiento y las competencias didáctico-matemáticas iniciales, de los maestros participantes en la investigación.</i></p>	<p>Instrumento de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Cuestionario Inicial de criterios que orientan su práctica)</p>
<p><i>OE4. Generar un modelo de perfeccionamiento docente, fundamentado en los resultados obtenidos en los objetivos anteriores, así como en la investigación sobre la formación de docentes de Matemática, que permita optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las aulas panameñas de primaria y preescolar. En el marco de dicho modelo de capacitación, diseñar e implementar módulos formativos cuyo foco principal sea el desarrollo de la subcompetencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica y, en general, la competencia en análisis e intervención didáctica.</i></p>	<p>Diseño e implementación del Diplomado EDEM</p>
<p><i>OE5. Investigar cómo se desarrolla la competencia en análisis e intervención didáctica en los maestros a lo largo de la implementación de los ciclos formativos señalados en el objetivo anterior.</i></p>	<p>Respuestas de los participantes en el Campus Virtual</p> <p>Instrumento de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas</p> <p>Entrevista semiestructurada a los dos maestros (estudio de casos)</p> <p>Entrevista semiestructurada a la directora</p>

8. Selección de los casos de estudio

Se seleccionaron dos maestros para un estudio de caso en profundidad (maestros A y B) en base a su disponibilidad para participar en esta investigación. Ambos maestros aceptaron participar, después de ser informados de los objetivos de la investigación.

Los datos que se utilizaron para hacer estos estudios de caso fueron los obtenidos de sus respuestas a las tareas del campus virtual del Diplomado y de una entrevista semiestructurada realizada al finalizar el Diplomado.

9. Técnicas de tratamiento de datos

Para el tratamiento de datos se utilizaron técnicas que proveyeron datos primarios y secundarios (Tójar, 2006). Los datos primarios fueron provistos por cuestionarios (Director Escolar, diagnóstico, etc.) Los datos secundarios fueron obtenidos mediante la técnica de análisis documental (categorización de las competencias de las Universidades con Facultades de Formación de Maestros; cursos de formación continua ofrecidos, respuestas de los participantes, etc.) (Marshall & Rossman, 2006). Se utilizó la triangulación de fuentes (documentos oficiales, entrevista con la directora, producciones de los maestros) (Lucca & Berrios, 2009).

Para el desarrollo del Diplomado se contó con un participante clave, nombrado por la administración de la escuela, para facilitar todo el proceso y el acceso de la investigadora al escenario y a los participantes.

10. Análisis cuantitativo

El cuestionario *Instrumento de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* (Cuestionario Inicial de criterios que orientan su práctica), administrado al inicio del Diplomado al grupo de maestros de la Escuela Piloto formado por 30 maestros, fue validado primero por dos expertos en el área de Educación Matemática, lo cual implicó algunos cambios respecto al primer cuestionario elaborado, después se aplicó a un grupo de futuros maestros de la Facultad de Educación de la Universidad de Panamá, por último, sus respuestas fueron analizados con el software SPSS 20 y se obtuvo que la fiabilidad de Alfa de Cronbach era 0.98.

11. Análisis cualitativo

Para el análisis y obtención de resultados a partir de las producciones de los maestros estudios de caso (maestros A y B), se realizó una triangulación de datos, de sus respuestas a las tareas del Diplomado, con los obtenidos en las respuestas iniciales y finales al *Instrumento de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las*

matemáticas y también de sus respuestas a las entrevistas. También se tuvo en cuenta la reunión final con todos los maestros y la entrevista a la directora.

12. Descripción, valoración e interpretación de los datos

Para fines de este estudio los datos analizados provienen de la transcripción y análisis en profundidad de las entrevistas, de los cuestionarios, la prueba diagnóstica y las respuestas a las tareas propuestas en el campus virtual. La recolección de estos datos cualitativos se realizó con instrumentos codificados por categoría temática (basada en los criterios, componentes e indicadores de idoneidad didáctica). Para la reducción de los datos, se utilizó una adaptación del Código de Lofland que permitió tener categorías mutuamente excluyentes y exhaustivas ((Miles & Huberman, 1994; Tójar, 2006).

13. Fases de la investigación

La siguiente figura resume las fases de la investigación.

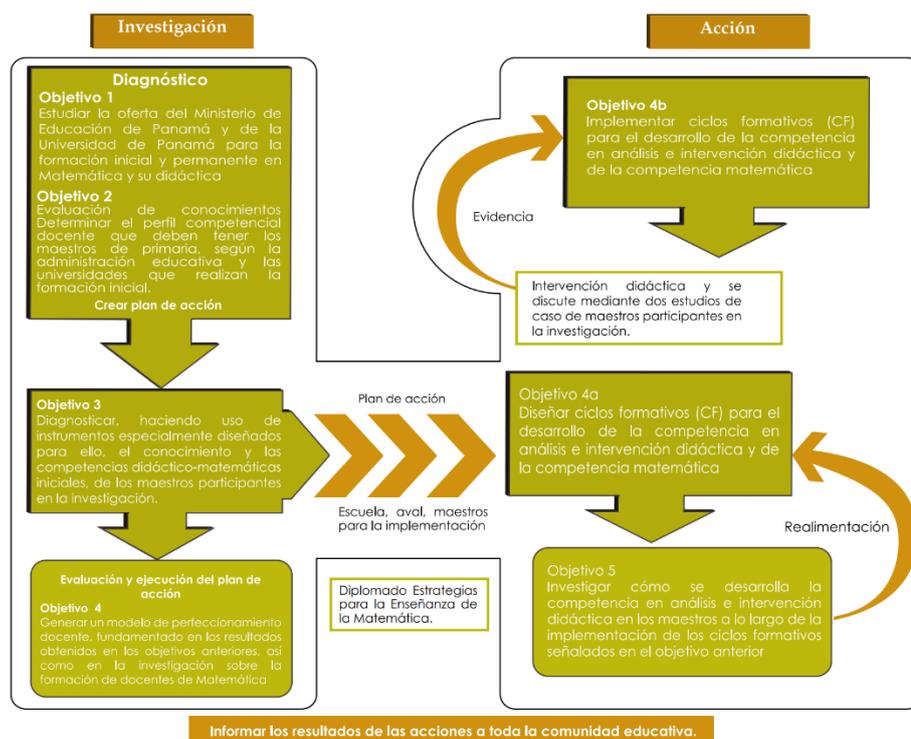


Figura 10. Fases de la Investigación.

14. Consideraciones ético-sociales

Esta investigación se realizó tomando en cuenta las siguientes consideraciones (Wray-Bliss & Bell, 2009; Winter, 1989):

1. Los participantes no estuvieron sujetos a ninguna intervención que pusiese en riesgo su estado físico o mental.
2. Las actividades se realizaron con el mayor respeto a la dignidad de los participantes. Se mantuvo un lenguaje respetuoso sin ofensas ni discriminación en todo el proceso.
3. Cada participante e institución otorgó el consentimiento informado, pleno y voluntario para realizar las actividades y fines de la investigación. El consentimiento informado fue realizado después de que la investigadora proporcionó la información suficiente para permitir que los maestros comprendieran las implicaciones de su participación y para llegar a una decisión completamente informada, considerada y libre sobre si se debían o no participar en el estudio, sin ejercer presión alguna o coacción.
4. El desarrollo del trabajo fue visible y abierto a las sugerencias de los participantes. Además, la investigadora informó a los participantes sobre los hallazgos y resultados de la investigación en un evento organizado para tal fin del 5 al 9 de noviembre del 2018.
5. Las personas, comités y autoridades pertinentes otorgaron el aval y los permisos correspondientes por adelantado. Adicionalmente, en este manuscrito se reconocen y declaran las afiliaciones y medios de financiamiento relacionadas al estudio.
6. Se garantizó la privacidad y confidencialidad de la identidad y datos personales de los participantes.
7. La investigación se realizó con rigor y seriedad metodológica, los análisis se triangularon con investigadores de reconocida trayectoria que no habían tenido contacto con los participantes a los fines de evitar sesgos o exageraciones que alterasen los objetivos de estudio
8. Los participantes tuvieron y, de hecho, cumplieron con una asistencia voluntaria, con libertad para retirarse del proceso en cualquier etapa del estudio.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS DE LOS TRES PRIMEROS OBJETIVOS

Resumen

Los resultados obtenidos en los tres primeros objetivos nos dan una información relevante de la situación actual de la formación de maestros en Panamá. Por una parte, los cursos de formación continua, ofrecidos a los maestros en el periodo 2013-2018 por el Ministerio de Educación y la Universidad de Panamá, evidencian un desequilibrio en el tipo de formación a favor de la didáctica general, y en detrimento de la formación en matemáticas y su didáctica; además, la propuesta de formación permanente en Panamá contempla relativamente poco la modalidad de reflexión sobre la práctica. Por otra parte, en el perfil competencial docente que deben tener los maestros de primaria, según la administración educativa y las universidades que realizan la formación inicial de maestros, se da poco peso a la competencia digital (entre las competencias genéricas) y, con relación a las competencias específicas del maestro de primaria, se observa poco énfasis en la competencia matemática y en algunas de las subcompetencias de la competencia de análisis e intervención didáctica (como es la subcompetencia de análisis normativo y la subcompetencia de análisis de la valoración de la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción). A su vez, La evaluación diagnóstica de los participantes muestra: a) que la mayoría siguió cursos de didáctica general y no de matemáticas o de didáctica de matemáticas, b) que tienen un conocimiento matemático común limitado y bajo nivel de desarrollo de su competencia matemática y también poco nivel de competencia de análisis e intervención didáctica. De esta manera, se consigue una visión global de lo que ocurre con la formación de los maestros, la cual se tuvo en cuenta en el diseño e implementación del Diplomado EDEM.

Los problemas que vive la educación panameña, en su mayoría, son atribuidos a las competencias del docente. Estos van desde problemas básicos comunes hasta los

relativos al proceso enseñanza-aprendizaje. De allí que el docente es considerado un factor clave en el mejoramiento de la calidad de la educación.

De esta manera, un sistema o subsistema educativo de calidad es la expresión de variables y relaciones de elevada calidad. El logro de lo antes expuesto no será posible si no se considera, en la formación del docente, sólidas bases teóricas y metodológicas que le permitan al maestro:

- Desempeñarse con efectividad en la sala de clases.
- Asumir su responsabilidad en la gestión de los establecimientos, promoviendo activamente la elevación de la calidad de la enseñanza.
- Abandonar la metodología tradicional transmisiva, con la que se ha venido desempeñando, para asumir una metodología más activa.

Se debe tomar en cuenta, por otro lado, que los enfoques curriculares cambian y se transforman exigiendo al maestro una formación continua para asumir las nuevas tendencias sobre la enseñanza que se incorporan en los nuevos currículos.

1. La formación del docente en Panamá

A principios del 2001, se realiza en nuestro país, el diálogo por la transformación del sistema educativo panameño, con participación de los principales actores y representantes de organismos y la sociedad civil.

Este diálogo estableció cuatro mesas temáticas en donde se discutieron aspectos como: filosofía y calidad de la educación, perfil de desempeño docente, inversión en educación y acciones innovadoras; las cuales dieron como resultado la elaboración de una serie de recomendaciones que servirían de base para mejorar y actualizar el sistema educativo panameño.

Un grave problema que surge al investigar sobre la formación de profesores, según Rozada (2007), es la ausencia de teorizaciones sistemáticas sobre esta temática y también la poca conexión con la práctica que se ha producido hasta ahora. En Panamá es evidente, la ausencia de teorizaciones sobre la formación docente, ya que se destaca la importancia de la distancia que existe entre la producción de conocimientos y su puesta en práctica en los centros escolares. Los docentes de los primeros niveles generalmente han sido

excluidos de los debates educativos, lo que ha producido una situación de alienación profesional; se ha expropiado al profesorado del saber educativo, con lo cual su pensamiento quizás ha logrado alcanzar un nivel alto en la materia que enseña, pero suele ser más bien pobre en lo que tiene que ver con el campo de la educación, situación que convierte a los docentes en piezas funcionales del engranaje del sistema educativo.

La formación en servicio (continua y permanente) en Panamá, necesita capacitar un docente autónomo, capaz de responder a las demandas y exigencias planteadas por una sociedad en constante cambio; en particular por los avances del conocimiento matemático, didáctico y tecnológico.

En esta línea, la formación permanente (oferta del Ministerio de Educación de Panamá) (MEDUCA) pretende facilitar un proceso de actualización continuo al profesorado. Una de las instituciones que colabora de manera significativa con el Ministerio de Educación para conseguir este objetivo es la Universidad de Panamá (UP).

Para esta universidad, la oferta de formación permanente en matemáticas y su didáctica para los maestros de primaria y preescolar en el periodo 2013-2018, concibe al docente como un profesional capacitado (idóneo) para construir el conocimiento matemático, a partir de la experiencia a que se enfrenta en el salón de clase.

El análisis de los cursos de formación continua, ofrecidos a los maestros en los últimos seis años por el MEDUCA y la UP, evidencia un desequilibrio en el tipo de formación a favor de la didáctica general, y en detrimento de la formación en matemáticas y su didáctica (tal como se puede observar en la Figura 11). Este tipo de formación continua va en la misma línea de la formación inicial que reciben:

- Didáctica general (área muy fortalecida en los pensum de estudios de la Licenciatura)
- Didáctica Especializada (en matemáticas)

- Conocimiento Matemático (área muy debilitada en los pensum de estudios de la Licenciatura en Primaria).

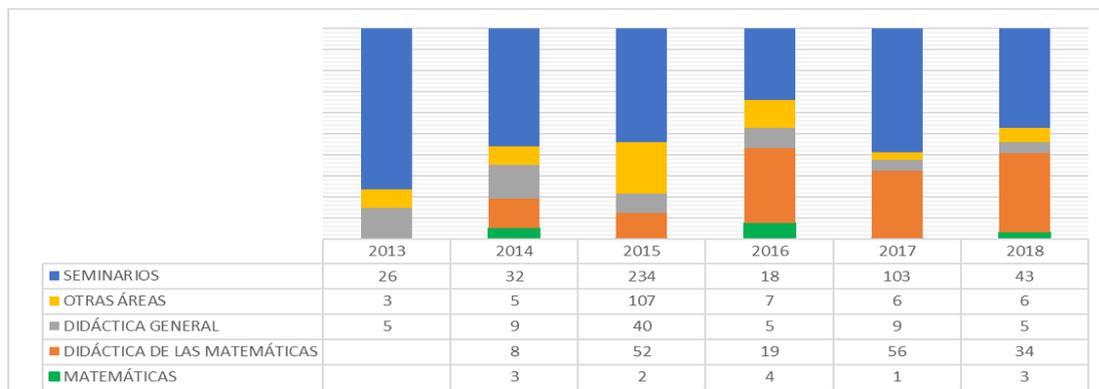


Figura 11. Capacitaciones docentes en matemática, didáctica general y específica, en los últimos cinco años.

Fuente: elaboración propia a partir de la información suministrada por el MEDUCA y la UP

Las modalidades de la formación, en perfeccionamiento continuo, ofertadas por el Ministerio de Educación y las universidades públicas y particulares del país (además de la UP, se contó con los datos de todas las universidades del país que resulten ser muy variadas). A continuación, la tabla 10 muestra las diferentes modalidades.

Tabla 10. Clasificación de modelos formativos según la modalidad adoptada.

Clasificación de modalidades		
Formación orientada verticalmente	Formación orientada horizontalmente	Acciones institucionales de apoyo
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Seminarios ▪ Conferencias ▪ Cursos 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Talleres ▪ Intercambio de experiencias ▪ Academias ▪ Trabajos colegiados ▪ Co-teaching ▪ Coaching 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Cursos externos ▪ Itinerarios de formación ▪ Elaboración de publicaciones ▪ Asistencia a congresos o eventos

Fuente: elaboración propia

Las modalidades anteriores responden a diferentes enfoques de formación de profesores. Contreras (1999) considera los siguientes cuatro enfoques: el de intervención, el enfoque tecnocrático que impulsa fuertemente la planeación didáctica, el enfoque enciclopédico y el de reflexión en la práctica (el profesor reflexivo, el profesor crítico, entre otros). Por otra parte, detrás de estas modalidades de formación, existen tres concepciones teóricas distintas: el experto técnico, el profesional reflexivo y el intelectual crítico (ver tabla 11). De la información de la tabla 10 concluimos que la propuesta de formación permanente en Panamá contempla relativamente poco la modalidad de reflexión sobre la práctica.

Tabla 11. Referentes teóricos tras los distintos enfoques de formación docente.

	El experto técnico	El profesional reflexivo	El intelectual crítico
Características principales	Este paradigma se basa a su vez en la teoría de la racionalidad técnica que propugna que la práctica profesional consiste en la solución instrumental de problemas mediante la aplicación de un conocimiento teórico y técnico que proviene de la investigación científica.	El concepto del docente como profesional reflexivo, justamente trata de cómo el profesional se enfrenta a aquellas situaciones que no puede resolver solamente con repertorios técnicos, sino que requiere un proceso que él denomina reflexión en la acción, dónde la enseñanza se caracteriza por actuar sobre situaciones que son inciertas, inestables y singulares.	La concepción del profesor como intelectual crítico implica que no solo deben desarrollar una comprensión de las circunstancias en que ocurre la enseñanza, sino que desarrollar en conjunto con sus estudiantes, las bases para la crítica y la transformación de las prácticas sociales de su entorno.
Tipo de formación docente asociada	La formación del profesor consistiría solamente en entrenarlo en adquirir mayores habilidades o destrezas (las famosas competencias).	Se concibe al profesor como un investigador de su propia práctica, lo que permite mejorar su actuación y su capacidad para crear situaciones regidas por criterios y valores educativos.	

Fuente: Adaptación de Contreras (1999).

2. Competencias genéricas y profesionales y su relación con la competencia de análisis e intervención didáctica

El objetivo inicial responde a las preguntas ¿Qué competencias didácticas y conocimientos matemáticos debe tener el docente de preescolar y primaria de la escuela pública panameña, para poder desarrollar y evaluar las competencias matemáticas de sus alumnos, exigidas por el currículo escolar nacional? Es por ello por lo que se comenzó con la fase diagnóstica, elaborando la Matriz Temática Conceptual de Competencias Didáctico-Matemática (Tabla 12) y Matriz de las competencias genéricas y profesionales específicas del profesor de matemáticas (Tabla 13) del Egresado en Panamá.

Se reconoce que el profesor de matemáticas debe lograr en el ejercicio de su labor docente, no solo que sus estudiantes sean competentes en la resolución de problemas matemáticos, sino también que conozcan, comprendan, aprecien y valoren positivamente las matemáticas. Desde los procesos de instrucción matemática, también se debe procurar atender la formación de los estudiantes como ciudadanos responsables, críticos, democráticos y capacitados para desempeñar una profesión en la sociedad. Por esta razón, distintos autores han identificado diversas competencias genéricas o transversales que deben ser contempladas desde las diferentes áreas curriculares.

Dichas competencias suelen ser clasificadas en tres grupos: instrumentales, interpersonales y sistémicas. Entre las instrumentales se proponen: comunicación verbal y escrita, uso de las tecnologías digitales; entre las interpersonales, trabajo en equipo y ciudadanía. Entre las sistémicas se encuentra: aprender a aprender, y pensamiento crítico y complejo.

Diversos investigadores se han interesado por determinar las competencias que deben tener los profesores de matemáticas y han propuesto listas de competencias, clasificadas en genéricas y específicas, en las que se hallan, entre otras, competencias relacionadas con la reflexión sobre la práctica práctica (pensar cómo se desarrolló una situación en clase y qué se podría hacer para mejorarla). En esta investigación se ha tomado como principal referente la propuesta de competencias genéricas y específicas de En Font et al. (2012) ya que, según estos autores, la competencia en análisis e intervención didáctica es

una de las competencias específicas clave que deben desarrollar los profesores de matemáticas.

En la tabla siguiente (Tabla 12), se ha hecho una adaptación de la propuesta de Font et al. (2012) y se han agrupado las competencias en dos tipos: las propias de cualquier profesor (transversales) y las específicas del profesor de matemáticas. Para las transversales se han seleccionado cinco: 1) Saber ser profesional. Ciudadanía, 2) Comunicación, 3) Lengua extranjera, 4) Aprender a aprender. Organizar formación continua y 5) Relación con las familias. Entre las específicas del profesor de matemáticas se han considerado tres: 6) Competencia matemática, 7) la competencia de análisis e intervención didáctica y 8) Innovación e inicio a la investigación. Estas siete competencias son las columnas de la tabla 12, en las filas se ha tenido en cuenta las matrices de competencias de los programas de las licenciaturas permitidas legalmente en Panamá y la Ley Orgánica de Educación.

Tabla 12. Matriz de las competencias genéricas y profesionales específicas del maestro en Panamá.

Competencias genéricas o transversales del profesor						competencias profesionales específicas del profesor			
	Saber ser profesional. Ciudadanía	Comunicación	Lengua extranjera	Aprender a aprender/ Organizar formación continua	Competencia digital	Relación con las familias	Competencia Matemática	Competencia en análisis e intervención didáctica	Innovación e inicio a la investigación
Artículo 331- Ley Orgánica de Educación No. 60 año, 2004	Participa en la vida de su comunidad escolar. Orgullo por la profesión. Saber trabajar en equipo. Líder. Formar en el estudiante valores nacionales y universales.	Dominio de comunicación verbal y no verbal. Líder.		Autocrítico. Actualización permanente Saber trabajar en equipo. Saber y corresponder al área profesional e intelectual.		Participa en la vida de su comunidad escolar.	Dominio del contenido que imparte. Saber y corresponder al área profesional e intelectual.	Dominio de técnicas metodológicas. Versatilidad en la práctica. Saber hacer. Habilidad pedagógica.	
Universidad De Panamá	Nobleza de carácter. Considera los temas o ejes transversales y su relación con valores dando importancia a la formación ciudadana y vida en democracia. Fortalece el desarrollo del potencial humano.	Aplica la comunicación oral, escrita y gestual de manera eficiente.					Favorece el desarrollo del pensamiento lógico matemático, creativo y crítico del estudiante en centros educativos unigrado y multigrado, en la educación permanente del sistema formal y no formal. Considera los temas o ejes transversales y su relación con valores dando importancia a la formación ciudadana y vida en democracia. Fortalece el desarrollo del potencial humano.	Diagnóstica la realidad del entorno educativo para generar proyectos con enfoques participativos e innovadores. FODA. Investiga, comparte, aplica	

UNACHI	<p>Analiza críticamente las políticas educativas por su relación histórica en el ámbito nacional y regional latinoamericano e internacional.</p> <p>Educa en formación ciudadana y en democracia.</p> <p>Educa en valores</p>	<p>Domina los saberes de la disciplina.</p>	<p>Domina los fundamentos teóricos-metodológicos que sustenta una evaluación integral.</p> <p>Domina el marco teórico del enfoque curricular en la didáctica de la matemática.</p> <p>Planifica y orienta el proceso de enseñanza-aprendizaje.</p> <p>Planifica el proceso de enseñanza-aprendizaje atendiendo las necesidades educativas.</p> <p>Diseña y operacionaliza estrategias de enseñanza.</p> <p>Desarrolla el pensamiento lógico, crítico y creativo del alumno.</p> <p>Domina la metodología curricular</p> <p>Crea y evalúa ambientes favorables y desafiantes para el aprendizaje.</p> <p>Diseña e implementa acciones educativas que integra necesidades especiales</p>	<p>los resultados para transformación sistemática de las prácticas educativas</p>
--------	---	---	---	---

Fuente: Elaboración propia

En la tabla anterior, se observa que, en las listas de competencias de los programas de las licenciaturas permitidas legalmente en Panamá y de la Ley Orgánica de Educación, se da poco peso al desarrollo de la competencia matemática y a la competencia reflexiva (además de la competencia en lengua extranjera y la competencia digital). Se observa también un limitado énfasis en destrezas de relaciones con la familia.

En el modelo CCDM el desarrollo de las competencias transversales puede ser conectado con el desarrollo de las cinco subcompetencias que componen la competencia de análisis e intervención didáctica (Carvajal 2018). Por ejemplo, para esta autora, la competencia digital se puede contemplar con el criterio mediacional de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica. La comunicación verbal y escrita se puede contemplar en la gestión de los procesos de instrucción. La competencia de trabajo en equipo puede ser conectada con la competencia de análisis e intervención didáctica, en particular en la subcompetencia de valoración de la idoneidad de la gestión del proceso de instrucción, etc. Dicho de otra manera, poner el énfasis en los dispositivos formativos para profesores en el análisis e intervención didáctica conlleva una actitud crítica y reflexiva hacia la propia práctica docente, y, por tanto, la asunción de responsabilidad social en el ejercicio de la profesión.

De esta manera, según Carvajal (2018), el desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica se convierte, metafóricamente hablando, en un motor de desarrollo para las otras competencias. Por ejemplo, en Vanegas, Y., Giménez, J. & Font, V. (2015) se documenta cómo el desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica contribuye al desarrollo de la competencia en ciudadanía de los futuros profesores de matemáticas y, en Carvajal y Giménez (2015) y Carvajal (2018), al desarrollo de su competencia digital.

Usando la metáfora del terminal del aeropuerto, la competencia de análisis e intervención didáctica es como un terminal de un aeropuerto formado por muchos espigones y las otras competencias son como los aviones que llegan a los espigones (Figura 12). En esta figura se muestra la estrecha relación que hay entre las dos competencias clave del modelo CCDM (la competencia de análisis e intervención didáctica y la competencia matemática) y como el desarrollo de una influye en el desarrollo de la otra y viceversa. También se muestra como cada una de ellas se puede considerar, metafóricamente, como un espigón de aeropuerto que

atrae a otras competencias que suelen aparecer en los currículos y en las investigaciones sobre competencias del profesorado

Relación entre competencias

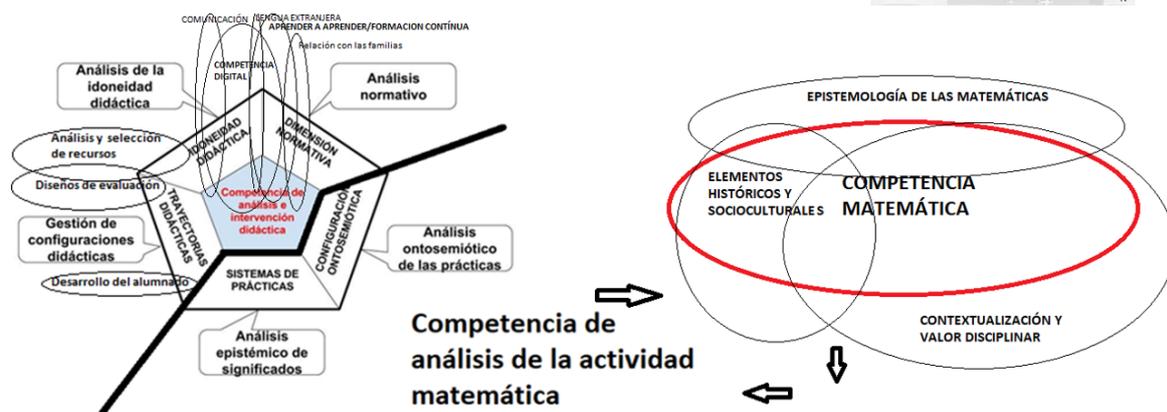


Figura 12. La competencia de análisis e intervención didáctica y su relación con otras competencias.
Fuente: Diapositiva de V. Font en la presentación de una ponencia invitada en la SEIEM 2018.

Siguiendo la metáfora anterior, en la que se considera que la competencia de análisis e intervención didáctica tiene un territorio compartido con otras competencias y que su desarrollo se puede considerar como un motor de desarrollo de las otras competencias, a continuación, se presenta la Tabla 13 donde se relaciona la competencia de análisis e intervención didáctica (una de las dos competencias clave del profesor de matemáticas en el modelo CCDM) y las competencias de la formación inicial del maestro egresado en Panamá. Para elaborarla se ha seguido el mismo procedimiento que para la Tabla 12.

Con relación a las competencias específicas del maestro de primaria, se observa poco énfasis en la competencia matemática y en algunas de las subcompetencias de la competencia de análisis e intervención didáctica (como es la subcompetencia de análisis normativo y la subcompetencia de análisis de la valoración de la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción).

Tabla 13. Matriz Temática Conceptual de Competencia de Análisis Didáctico-Matemática del Egresado en Panamá.

Subcompetencia							
Perfil de egreso	Análisis de actividad matemática	Análisis y gestión de interacciones didácticas	Análisis normativo y meta normas	Análisis y Valoración de la idoneidad didáctica			
				Epistémica	Cognitiva	Afectiva	Interaccional
Artículo 331-Ley Orgánica de Educación No. 60 año, 2004	Dominio del contenido que imparte.	Dominio de técnicas metodológicas. Saber hacer. Dominio de comunicación verbal y no verbal. Líder. Habilidad pedagógica.	Dominio del contenido que imparte. Saber y corresponder al área profesional e intelectual.			Autocritico. Actualización permanente. Versatilidad en la práctica.	Formar en el estudiante valores nacionales y universales. Participa en la vida de su comunidad escolar. Participa en la vida de su comunidad escolar.
Universidad De Panamá	Diagnóstica la realidad del entorno educativo para generar proyectos con enfoques participativos e innovadores. FODA.	Diagnóstica la realidad del entorno educativo para generar proyectos con enfoques participativos e innovadores. FODA. Planifica y orienta el proceso de enseñanza-aprendizaje.		Investiga, comparte, aplica los resultados para transformación sistemática de las prácticas educativas.	Fortalece el desarrollo del potencial humano.	Planifica el proceso de enseñanza-aprendizaje atendiendo las necesidades educativas.	Utiliza instrumentos que se requieren para asegurar la eficiencia en el sistema educativo. Analiza críticamente las políticas educativas por su relación histórica en el ámbito nacional y regional latinoamericano e internacional.

UNACHI	Planifica y orienta el proceso de enseñanza-aprendizaje.	Domina el marco teórico del enfoque curricular en la didáctica de la matemática.		Aplica la comunicación oral, escrita y gestual de manera eficiente.	Considera los temas o ejes transversales y su relación con valores dando importancia a la formación ciudadana y vida en democracia.
		Domina los fundamentos teóricos-metodológicos que sustenta una evaluación integral.			Diagnóstica la realidad del entorno educativo para generar proyectos con enfoques participativos e innovadores.
		Favorece el desarrollo del pensamiento lógico matemático, creativo y crítico del estudiante en centros educativos unigrado y multigrado, en la educación permanente del sistema formal y no formal.			FODA.
	Domina los saberes de la disciplina.	Domina la metodología curricular.	Crea y evalúa ambientes favorables y desafiantes para el aprendizaje.	Diseña y operacionaliza estrategias de enseñanza.	Orienta acciones educativas en la escuela y la comunidad interactuando social y educativamente para favorecer los procesos de desarrollo.
		Desarrolla el pensamiento lógico, crítico y creativo del alumno.			Educa en valores.
		Diseña e implementa acciones educativas que integra necesidades especiales			Educa en formación ciudadana y en democracia.

Fuente: Elaboración propia

El Diplomado se diseñó e implementó teniendo en cuenta el desarrollo de las competencias contempladas en la Tabla 12, entre ellas la competencia digital, y, en especial, el desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica (Tabla 13), sobre todo el desarrollo de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica.

Con relación a la noción de idoneidad profesional para ejercitar una profesión en el contexto de la enseñanza de la Matemática en primaria y preescolar en Panamá (la cual es un requisito para ejercer la docencia en la educación pública panameña), resulta que, a pesar de contar con este concepto, el país no cuenta con la definición de los perfiles profesional, cognitivo ni competencial del docente. La idoneidad en este caso es elemento que está asociado al perfil legal del educador (Decreto Ejecutivo 365) pero que no se ha desarrollado.

Se considera que este trabajo, a partir de la descripción de las competencias genéricas y específicas de la Tabla 12 y su relación con la competencia de análisis e intervención didáctica (Tabla 13) aporta información sobre las competencias que son consideradas adecuadas para la enseñanza de la disciplina y puede ayudar al desarrollo de la noción de idoneidad profesional; ya que se puede considerar que un maestro de primaria en la República de Panamá debería ser capaz de lograr incorporar estas competencias para lograr el desarrollo de un conocimiento matemático adecuado de sus alumnos.

Por otra parte, hay que resaltar que en este trabajo tiene un rol importante la noción de idoneidad didáctica, pero no se refiere a la idoneidad del profesor, se refiere a la idoneidad de un proceso de instrucción, lo cual es muy diferente ya que el mismo profesor puede hacer procesos de instrucción con grados de idoneidad muy diferentes según el momento, el contexto, etc.

3. Diagnóstico de conocimientos y competencias iniciales

Al inicio (y al final del Diplomado), los maestros contestaron el cuestionario titulado *Instrumento de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* (Tabla 8), en el cual se pretendía saber cuáles de los componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica, ellos tenían en cuenta para orientar su práctica antes de iniciar el Diplomado (y después de finalizarlo). Dichos criterios, componentes e indicadores, de acuerdo con Arceo-Luna, Breda, Font y Páez (2019) se pueden interpretar

como creencias, si se entiende, de acuerdo con Peirce (1877), la creencia como una disposición para la acción. Por tanto, este cuestionario inicial nos informaba de los criterios que los maestros consideraban valiosos para orientar su práctica.

Se trata de un cuestionario tipo Likert, donde, para cada afirmación del cuestionario, los maestros podían escoger entre cuatro opciones según su acuerdo o desacuerdo con ellas (0, nunca; 1, en ocasiones; 2, casi siempre; 3, siempre). Los resultados de los nueve participantes en el Diplomado fueron los siguientes:

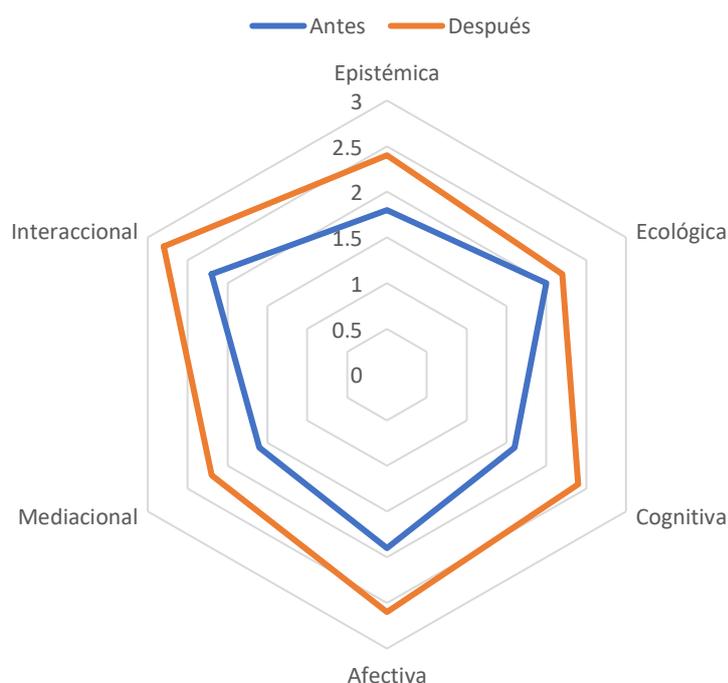


Figura 13. Representación de los criterios considerados valiosos por los maestros, agrupados por dimensiones de la idoneidad didáctica (antes y después del Diplomado).

Los resultados están agrupados por criterios y no por maestros. La figura muestra que los nueve maestros tienen en cuenta diferentes criterios para orientar su práctica (tanto al inicio como al final), pero que esos criterios que afirman que más tiene en cuenta en sus clases son el ecológico (seguramente por la formación docente obtenida durante su carrera) el afectivo, el interaccional y el de medios (seguramente desarrollados en sus años de experiencia), pero el criterio epistémico y cognitivo (la materia y si los alumnos la han aprendido) están menos presentes. Al finalizar el Diplomado, se observa que ahora todos los criterios se tienen en cuenta en su práctica docente.

Al inicio del Diplomado se aplicó a los participantes el siguiente instrumento diagnóstico durante 2h 30m:

  <p style="text-align: center;">DIPLOMADO ESTRATEGIAS PARA LA ENSEÑANZA IDÓNEA DE LA MATEMÁTICA</p>	<p>INSTRUMENTO D-02 CUESTIONARIO PARA LA COMPETENCIA MATEMÁTICA</p>
<p>CONFIDENCIALIDAD: <i>Estimado maestro por este medio solicito tu ayuda, realizando una serie de problemas. Con el que identificaremos las competencias docentes que caracterizan a los maestros panameños; tus respuestas nos orientarán para mejorar el perfil del docente. La información suministrada será resguardada de manera confidencial, teniendo como utilidad fines estrictamente académicos.</i></p>	
<p>Nombre: _____ Edad: _____</p>	
<p>Sexo: M: _____ F: _____</p>	<p>Carreras o licenciaturas que ha estudiado:</p>
<p>Cursos de formación y/o actualizaciones docentes: Sí: _____ No: _____ ¿Por qué, usted se actualiza?</p>	<p>Describe alguno(s) de los cursos de actualización que ha recibido, o que recuerde con mayor agrado de 2013 al 2018:</p>

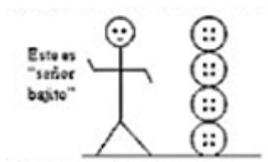
BLOQUE 1

1. ¿Qué contenido matemático debe usar los estudiantes para dar la respuesta correcta a la siguiente tarea? ¿Para qué nivel educativo sería adecuado este problema y cuáles serían las posibles dificultades en las respuestas incorrectas de los estudiantes?

Fíjate en los productos que aparecen en este escaparate y en sus precios.



- Elena sólo tiene la cuarta parte de lo que cuesta el tobogán. ¿Cuánto dinero le falta para poder comprárselo?
 - Una empresa ha ido a la tienda y se gastó 2400 dólares comprando carritos de control remoto. ¿Cuántos coches a control remoto ha comprado?
 - Manuel tiene el triple de dinero que lo que cuesta el coche amarillo. Si se lo compra, ¿Cuánto dinero le sobra?
 - Inventa un problema. En el problema tiene que parecer la frase: “tengo la mitad de dinero”.
2. La maestra María está evaluando las siguientes respuestas de Nicolás, Ruth y Florencio del siguiente problema:



La altura de “señor bajito” es 4 botones, mientras la altura de señor alto” es de 6 botones. Si usamos clips, la medida de “señor bajito es de 6 clips” ¿Cuál será la altura de “señor alto” medida con clips?

Respuestas de los niños:

Nicolás: “señor alto” mide 10 clips, porque él es alto, por tanto $4+6=10$.

Ruth: “señor alto” mide 8 clips, $6-4=2$, y $6+2=8$ clips.

Florencio: “señor alto” mide 9 clips. “Señor bajito” mide 6 clips, 2 más que 4. Por tanto, por cada dos botones hay un clip más. Lo mismo debería suceder con “señor alto” por lo que $(2+1) + (2+1) + (2+1) = 9$

- Resuelva el problema
- ¿Qué contenido matemático deben usar los estudiantes para dar una solución correcta a este problema?
- ¿Hay algún estudiante que ha dado la respuesta correcta? ¿Por qué?
- Trata de precisar la causa del error de los niños que están equivocados.

BLOQUE 2

- Al responder, no debería demorarse más de 2 o 3 minutos por cada problema. Imagine que usted está respondiendo a situaciones reales de aula y seleccione la alternativa más parecida a lo que usted haría o diría en ese momento.

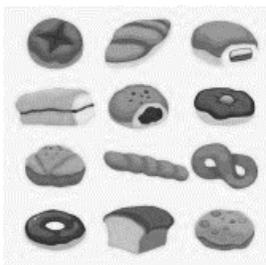
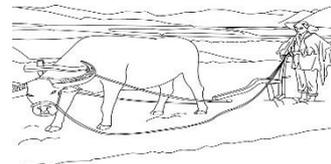
1. Una persona trabaja 8 horas diarias. ¿Qué fracción del día trabaja esta persona?

- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{5}$



2. Un hombre vende $\frac{1}{3}$ de su terreno, arrienda $\frac{1}{8}$ de lo que le queda y lo restante lo cultiva. ¿Qué porción del terreno cultiva?

- a) $\frac{7}{12}$ b) $\frac{11}{24}$ c) $\frac{5}{12}$ d) $\frac{13}{24}$



3. Responde a las siguientes interrogantes

- Un pan, otro pan, pan y medio y medio pan. ¿Cuántos panes son? _____

- Pan y pan y medio, dos panes y medio; cinco medios panes, ¿Cuántos panes son? _____

BLOQUE 3

Responde las siguientes preguntas

1. ¿Por qué en los diseños curriculares de Panamá, se contempla una enseñanza cíclica de algunos conceptos? Identifica algunos conceptos que aparezcan cíclicamente en los diferentes niveles de la educación primaria.
2. ¿Cómo crees que se forman las actitudes negativas hacia las matemáticas? ¿Se han puesto de manifiesto en tú salón de clases y como has intervenido?
3. Utilizas una variedad de técnicas de avalúo, diagnósticas, formativas y sumativas (proyectos, exámenes, pruebas cortas, portafolios, mapas conceptuales, etc.) para evidenciar el logro de los objetivos.

La prueba consta de cuatro secciones. En la primera se pregunta sobre el tipo de formación continua recibida, la segunda está formada por problemas matemáticos de aritmética y medida en donde se pregunta sobre aspectos didácticos (conocimiento común, faceta epistémica, cognitiva y ecológica), la tercera integra preguntas sobre aritmética para

determinar conocimiento matemático (conocimiento común) y la cuarta incluye tres preguntas abiertas (de tipo: curricular, afectivo y evaluación) para evaluar el conocimiento didáctico de tipo general.

Dada la imposibilidad de realizar una prueba diagnóstica exhaustiva, se optó por una selección de tareas que proporcionen información sobre su conocimiento matemático (conocimiento común), el análisis de la actividad matemática (faceta epistémica, ecológica y cognitiva) y otros conocimientos (faceta afectiva, cognitiva, mediacional e interaccional) relacionados con la práctica docente.

La implementación del instrumento diagnóstico de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas permitió obtener los siguientes resultados:

- a) Con relación a los cursos de formación continua recibidos en el Ministerio de Educación (Tabla 14), se obtuvo que solo dos maestros habían tomado cursos de matemáticas y su didáctica –uno de ellos, después se tomó como estudio de caso (llamada maestra A)–, los otros siete maestros habían tomado cursos de didáctica general, entre ellos el segundo estudio de caso (llamado maestro B).

Tabla 14. Cursos de formación recibidos por los maestros.

Maestro	Edad	Sexo	Antigüedad docente	Niveles que ha impartido	Formación profesional	Cursos de actualización
M1 (estudio de caso, llamado Maestro A)	44	F	23	3°, 4°, 6°	Profesora de educación primaria	Estrategias metodológicas para la enseñanza de la geometría 5° y 6°. Dificultades en el aprendizaje matemático.
M2	48	M	10	1° - 5°	Lic. En Ciencias de la Educación Profesorado en Educación Primaria	Como enseñar matemática de manera lúdica.

M3	50	M	27	1° - 6°	Licenciatura en educación primaria	Elaboración de proyectos.
M4 (estudio de caso, llamado Maestro B)	50	M	18	1° - 6°	Profesorado en educación especialidad orientación Licenciatura y profesorado en educación primaria.	
M5	48	F	17	preescolar	Profesorado de Preescolar	
M6	48	M	2 años 8 meses	1° - 6°	Licenciado en programación y análisis de sistemas computacionales	Pizarra digital. Praxis en el aula habilidades para la vida.
M7	54	F	28	Todos los grados	Profesorado en Educación Primaria	Uso pedagógico de las nuevas tecnologías en educación.
M8	37	F	15	Todos los grados	Maestro de enseñanza primaria Normal Superior. J.D.A.	
M9	58	F	19	Grupos de inicial	Profesorado en Educación inicial y primaria.	

- b) Con respecto al conocimiento común sobre los contenidos contemplados en la prueba diagnóstica, que se puede inferir de las respuestas de los maestros, hay que resaltar que solo cuatro (la maestra A y tres maestros más) respondieron correctamente las dos preguntas del bloque I (aritmética y medida); motivo por el cual, uno de ellos, que no había recibido cursos de matemáticas y su didáctica, fue seleccionado para el estudio de caso (maestro B).
- c) Los dos maestros seleccionados como estudios de caso también respondieron razonablemente bien a la otra pregunta de tipo matemático del bloque II (pregunta de medida).

- d) La falta de conocimiento común de los otros siete maestros se evidencia cuando responden mal las preguntas o no contestan y, también, cuando intentan explicar la dificultad de la pregunta 1 y la causa del error en la pregunta 2 del mismo bloque.
- e) En consecuencia, se puede inferir un bajo nivel de competencia matemática en la mayoría de los maestros, si exceptuamos a los dos estudios de caso.
- f) Con relación al análisis de la actividad matemática las respuestas mostraron un nivel superficial (dieron respuestas anecdóticas o no contestaron) o bien de nivel 1 (solo tres maestros, en particular los dos maestros tomados como estudio de caso).
- g) Con relación a las respuestas del bloque III, la mayoría de respuesta fueron superficiales exceptuando tres (en particular, las de los dos maestros tomados como estudios de caso).

La prueba diagnóstica, además de intentar evaluar los conocimientos de los maestros pretendía conocer su nivel de competencia en el análisis de la actividad matemática. El nivel de competencia demostrado para esta subcompetencia ubica a tres maestros (en particular, a los dos maestros estudio de caso) casi en el nivel 1 (N1) ya que en sus respuestas hacen una descripción en términos de prácticas, o/y objetos y procesos que se entiende. En general, concluimos que el nivel de competencia de análisis e intervención didáctica de los nueve participantes se halla entre N0 y N1.

Como conclusión, se tiene que los maestros de la Escuela Omar Torrijos Herrera presentan un tipo de análisis didáctico de nivel 0 o 1 (para los dos casos de estudio el nivel se acerca a N1) y un déficit de conocimiento matemático común significativo, si exceptuamos a tres maestros (dos de los cuales son los dos maestros estudio de caso), y en consecuencia bajo nivel de competencia matemática.

Tabla 15. Instrumento de diagnóstico/ Evaluación de conocimientos de los maestros participantes.

Pregunta	CONOCIMIENTO COMÚN, CONOCIMIENTO DIDÁCTICO-MATEMÁTICO Y META DIDÁCTICO-MATEMÁTICO Indicadores de evidencia												
	<i>Conocimiento común (CC= +)</i>	<i>Conocimiento Didáctico Matemático (CDM=++)</i>	<i>Conocimiento Meta-didáctico-matemática (CMDM= ++++)</i>	<i>Maestro B</i>	<i>Maestro A</i>	<i>Mtro. C</i>	<i>Mtro. D</i>	<i>Mtro. E</i>	<i>Mtro. F</i>	<i>Mtro. G</i>	<i>Mtro. H</i>	<i>Mtro. I</i>	
Problema 1 del Bloque I	Usa su CC para resolver problemas matemáticos En la respuesta d, crea un problema bien formulado	Reconoce el contenido matemático, el nivel educativo e infiere posibles dificultades	En la respuesta d, crea un problema que, además de estar bien formulado, resulta muy adecuado para un determinado nivel educativo, con alta demanda cognitiva	CC= + Resuelve bien la tarea mediante las 4 operaciones. No reconoce el contenido matemático, ni el nivel educativo, ni tampoco infiere posibles dificultades El problema que crea es el mismo que se le ha propuesto, solo cambia el contexto (ahora es un supermercado con otros productos).	CC= + CDM=++ La profesora en el ejercicio 1 reconoce el contenido matemático, lo hace explícito. Asigna el contenido a un grado escolar. Explica posibles dificultades que tendrían los estudiantes. Crea un problema similar al propuesto, pero	Sí	No	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	

					resulta un poco confuso.								
Problema 2 del Bloque I.	Usa su CC para resolver problemas matemáticos	Reconoce el contenido matemático, el nivel educativo y reconoce y analiza las respuestas erróneas y la correcta.	Reflexiona sobre la idoneidad de este problema para ser usado en su salón de clase ³	CC + CDM ++	Identifica el contenido de razones y proporciones. Identifica las respuestas erróneas y la correcta, pero no explica porque lo son.	CC + CDM ++	Sí	No	Sí	No	No	No	Sí
	Reconoce las respuestas erróneas y la correcta					Resuelve la tarea e Identifica el contenido de razones y proporciones. Identifica el error además identifica la respuesta correcta.							
Bloque II.	Usa su CC para resolver problemas matemáticos			CC +	Resuelve las tres tareas correctamente	CC +	Sí	Sí	No	No	Sí	No	No
Bloque III Pregunta 1		Conocimiento del currículum	Valora la enseñanza cíclica como una buena estrategia de instrucción.	CDM + Reconoce en el currículum de matemáticas los contenidos cíclicos en las cuatro operaciones y en las fracciones.		CDM + Identifica este tipo enseñanza cíclica para las operaciones básicas	Sí	Sí	Sí	No	Sí	No	Sí

³ En la prueba diagnóstica no se observó este indicador, ahora bien, posteriormente esta maestra utilizó esta tarea en su unidad didáctica (ver capítulo 7).

Bloque III Pregunta 2	Identifica actitudes negativas y positivas en las matemáticas	Valora la importancia de los aspectos emocionales para no generar actitudes negativas hacia las matemáticas	CC + CMDM +++	Reconoce en tercera persona que las actitudes negativas se deben a metodologías inadecuadas, poco concretas y desvinculadas del contexto.	CDM ++ CMDM +++	Sí	No	No	No	No	Sí	Sí
	Reconoce y propone como intervenir para solucionar en las actitudes negativas hacia las matemáticas		Afirma que procura usar una metodología lúdica para evitar que sus estudiantes pueden generar actitudes negativas	Reconoce que las actitudes negativas se deben a una forma de enseñar las matemáticas	Afirma que cambia de metodología cuando intuye que sus estudiantes pueden generar actitudes negativas							
Bloque III Pregunta 3	Conoce y usa diferentes técnicas de evaluación (Diagnóstica, Formativa, Sumativa)	Valora la importancia de conseguir un buen aprendizaje mediante el uso de diferentes métodos de evaluación	CDC ++ Afirma que utiliza diferentes técnicas de evaluación y da ejemplos.	CDM ++ Afirma que utiliza diferentes técnicas de evaluación	Sí	No	No	Sí	Sí	No	Sí	

Fuente: Elaboración propia a partir de las categorías contempladas en el modelo CCDM

Los resultados muestran que los maestros tienen falta de conocimientos y competencias para la enseñanza de las matemáticas y la oferta formativa que se les ofrece, por parte del ministerio, solo responde parcialmente a estas necesidades. Esta situación es preocupante si tenemos en cuenta el perfil competencial que se supone deben tener los maestros, según la administración educativa y las universidades que los forman.

CAPÍTULO 6. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE LA INTERVENCIÓN

Resumen

En este capítulo se explica el diseño y la implementación del dispositivo formativo para el desarrollo de los conocimientos y competencias de los maestros participantes: El Diplomado Estrategias Didácticas para la Enseñanza de la Matemática EDEM. Dicho Diplomado se focaliza en el desarrollo y la evaluación de la competencia de análisis e intervención didáctica, en particular de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica, y su diseño se realizó a partir de una adaptación significativa al diseño ya aplicado y experimentado en másteres de formación de profesores de secundaria de matemáticas en otros países.

Se abordan en este capítulo los detalles de la intervención educativa realizada para investigar el proceso de desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica en el docente. La descripción de la intervención pretende, entre otros aspectos, facilitar la reproducibilidad de la implementación.



Este capítulo se relaciona con el objetivo específicos OE4, pues está vinculado al diseño e implementación de un *Diplomado en Estrategias Didácticas para la Enseñanza de la Matemática (EDEM)*. La implementación se realizó en una escuela con maestros de primaria y preescolar.

El *Diplomado en Estrategias para la Enseñanza Idónea de la Matemática*, tiene como objetivo general proporcionar una formación profesionalizadora para los maestros de educación primaria que quieran dedicarse a la docencia de las Matemáticas. Para ello, este dispositivo formativo se plantea desde la perspectiva de las funciones, necesidades y exigencias del ejercicio profesional en el sistema educativo panameño y en la sociedad actual. Pretende capacitar al maestro de matemáticas

de primaria para que pueda enseñar los contenidos matemáticos de una manera idónea. Para su diseño se tuvo en cuenta la visión global de lo que ocurre en la formación de maestros de Panamá obtenida en los objetivos 1-3.

A continuación, se ve la ilustración (Figura 14) del aula virtual de este diplomado.

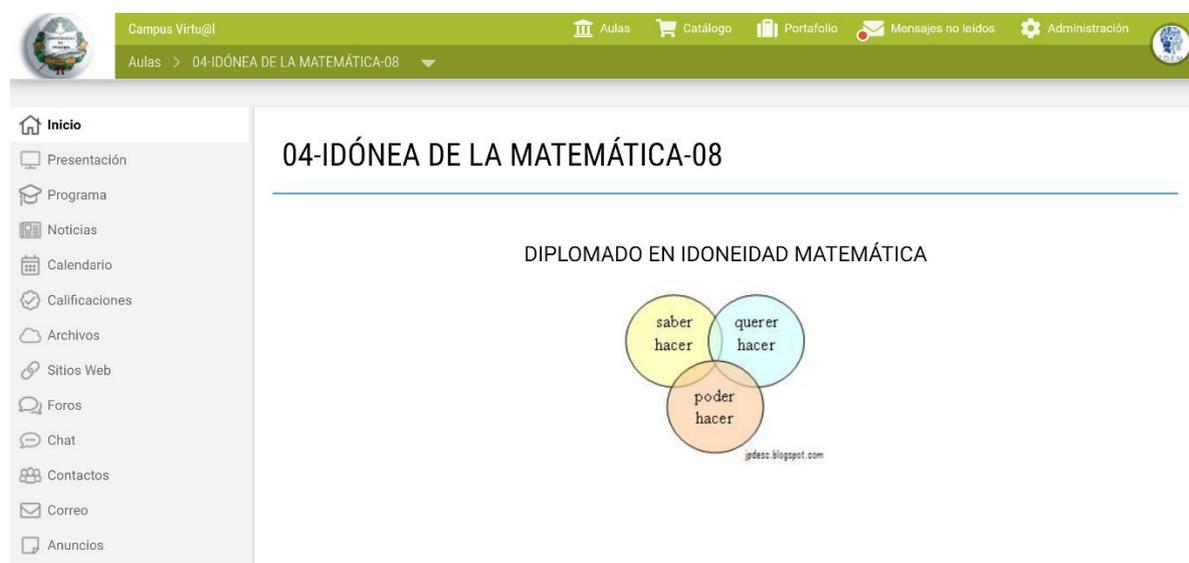


Figura 14. Aula virtual del Diplomado EDEM.

Para conseguir este objetivo, de capacitación docente, el diplomado utiliza, de acuerdo con las tendencias sobre la enseñanza de las matemáticas comentadas en el capítulo 3, un enfoque basado en problemas de contexto extramatemático para que los participantes (y sus estudiantes) puedan dar sentido a las estructuras conceptuales que configuran las matemáticas, así como una para realizar una enseñanza de las matemáticas en la que el estudiante tenga un papel activo.

Se trata de una manera coherente de formar al maestro con un enfoque que privilegia la resolución de problemas como la fuente principal de generación de conocimiento matemático. Por esta razón, el primer módulo del diplomado está dedicado a la reflexión sobre la importancia de los problemas en la enseñanza de las matemáticas. Para ello, se proponen tareas de creación y resolución de problemas.

Los otros módulos, amplían y profundizan el conocimiento y comprensión de los contextos y las situaciones problemáticas que dan significado a los contenidos matemáticos en la escuela primaria. Por otra parte, se pretende que los asistentes elaboren actividades y

secuencias didácticas sustentadas, tanto en su experiencia como en su comprensión del enfoque didáctico.

Las actividades han sido concebidas para que los docentes participantes vivan experiencias de aprendizaje que les sirvan de referencia en su trabajo diario. Las estrategias están diseñadas para abarcar la etapa de primaria y no para un grado escolar en específico.

El Diplomado contó con el aval del Ministerio de Educación de Panamá y de la Universidad de Panamá y se implementó en la Escuela Omar Torrijos.

Marco institucional:	Ministerio de Educación Universidad de Panamá Senacyt Escuela Omar Torrijos de Panamá
Disciplina:	Didáctica de las Matemáticas
Línea de acción:	Diplomado profesional de 204 horas, distribuido en cuatro (4) Módulos
Teoría educacional:	Modelo de Conocimientos y Competencias del Profesor de matemáticas

1. Objetivos, competencias, conocimientos, destrezas, habilidades y actitudes

El objetivo general del Diplomado fue proporcionar a los maestros de educación preescolar y primaria una formación profesionalizadora que les permita, diseñar, implementar, valorar y mejorar secuencias didácticas, adaptadas a los diferentes contextos en los que se realiza la enseñanza de las matemáticas a nivel primario, a fin y efecto de impartir una enseñanza idónea. Al finalizar el diplomado, se pretende conseguir los siguientes objetivos específicos:

1. Diseñar, implementar, valorar y mejorar una secuencia de tareas para la enseñanza de las matemáticas teniendo en cuenta el contexto específico de realización.
2. Conocer con profundidad y utilizar las matemáticas necesarias para la enseñanza elemental correspondiente a la educación preescolar y primaria.

3. Utilizar en sus secuencias didácticas las nuevas tendencias en Educación Matemática contempladas en la propuesta de derechos fundamentales del aprendizaje; relacionadas, entre otros aspectos, con la motivación, la incorporación de la resolución de problemas, la evaluación, el fomento de la creatividad y la innovación en la enseñanza de la Matemática.

El Diplomado pretende desarrollar las siguientes competencias profesionales:

- C1: Conocer en profundidad y aplicar los contenidos curriculares de las matemáticas para el nivel preescolar y primaria, así como el cuerpo de conocimientos didácticos en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- C2. Conocer, analizar y aplicar propuestas docentes innovadoras en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, coherentes con la propuesta de derechos fundamentales del aprendizaje.
- C3. Planificar, desarrollar, valorar y mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje potenciando procesos educativos que faciliten la adquisición de las competencias propias de la enseñanza de las matemáticas, atendiendo al nivel y formación previa de los estudiantes, así como la orientación de estos, tanto individualmente como en colaboración con otros docentes y profesionales del centro.

Se pretende, también, que el egresado de este diplomado tenga conocimientos sobre:

- a) Las estructuras conceptuales de la matemática elemental: Aritmética y álgebra, Geometría y medida, Estadística y probabilidad.
- b) El análisis e identificación de dificultades y obstáculos en el aprendizaje de contenidos matemáticos.
- c) Elementos teóricos y metodológicos para el diseño, implementación y valoración de secuencias didácticas.
- e) Los recursos y estrategias didácticas más actuales en el ámbito de la matemática escolar de nivel primario.

También el maestro debe demostrar las siguientes habilidades y destrezas:

- a) Domina la Matemática necesaria para la enseñanza de las matemáticas elementales de la Educación Primaria.
- b) Diseña y aplica estrategias didácticas idóneas para la construcción del conocimiento matemático en el aula y su aprendizaje significativo.
- c) Desarrolla habilidades para la diversificación curricular, al atender la pertinencia cultural, el desarrollo evolutivo del educando y la funcionalidad del contenido.
- d) Analiza y reflexiona, con actitud crítica y creativa, su práctica pedagógica considerando las bases de la didáctica de la Matemática.
- e) Selecciona y aplica técnicas e instrumentos de evaluación asegurando la coherencia entre los criterios e indicadores de logros de aprendizaje del área de Matemática.

Además, también se pretende fomentar en los participantes, las siguientes actitudes:

- a) Interés por mejorar su desempeño docente, diseñando e implementando proyectos de aprendizaje.
- b) Trabajar en forma cooperativa y participativa.
- c) Respeto por el intercambio de puntos de vista sobre la práctica docente.

Perfil de ingreso

El Diplomado en Estrategias para la Enseñanza Idónea de la Matemática en la educación primaria está pensado para maestros en servicio con:

- Disposición para recibir formación que les permita mejorar la enseñanza de las matemáticas en primaria.
- Disposición para conocer y utilizar en sus secuencias didácticas las nuevas tendencias en Educación Matemática contempladas en la propuesta de derechos fundamentales del aprendizaje.
- Dominio de la herramienta computacional básica que les permita formarse con un modelo educativo en línea a distancia que potencia especialmente los procesos de enseñanza y aprendizaje en ambientes virtuales en línea (vía internet). Para los docentes

que no tengan el conocimiento digital necesario, se realizará una formación específica previa al Diplomado.

Los objetivos, competencias, conocimientos, habilidades y destreza, actitudes y disposiciones acabadas de comentar están en línea con la prioridad nacional establecida por el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD) respaldada por la Presidencia en la Mesa del Diálogo “Compromiso Nacional por la Educación”. Esta establece que el maestro de primaria debe:

- Poseer una sólida capacitación matemática, vinculada a las ciencias y a la tecnología e interesados en resolver problemas pedagógicos-didácticos de la enseñanza en los distintos niveles.
- Acceder a los conocimientos matemáticos sin parcializar el saber, con interés científico, humanístico, social, estético y ético.
- Contar con perfeccionamiento y actualización permanente y la posibilidad enriquecer su trasfondo académico mediante el contacto transdisciplinario.
- Tener conocimientos de las matemáticas y sus aplicaciones para un mejor desarrollo de la enseñanza.
- Poseer capacidad para producir material educativo mediante la utilización de diferentes tecnologías.
- Demostrar una actitud reflexiva y capacidad para colaborar en investigaciones educativas vinculadas al campo de la enseñanza matemática.
- Tener capacidad para el análisis crítico de las problemáticas pedagógicas y socioculturales que se generan en la comunidad educativa.

Características del Diplomado y del campus virtual

Se usó el campus virtual de la Universidad de Panamá y se diseñó un curso que tiene ciertas características de un curso MOOC (Massive Open Online Course) combinado con actividad presencial. Al inicio del Diplomado, cada participante recibió una carpeta física del curso y una cuenta en la plataforma web para acceder al campus virtual.

La actividad principal se desarrolló en la misma aula virtual de cada maestro. El participante fue respondiendo las tareas de los diferentes módulos, lo que permitió una evaluación formativa sistemática y permanente, en el tiempo disponible de cada maestro. Además, recibió un reporte semanal de su avance por objetivos de aprendizaje y habilidades, especialmente pensado para los participantes que van teniendo más dificultades. Los participantes también recibían un aviso de los ejercicios o actividades que estaban presentando más dificultad a los alumnos del Diplomado. Otra característica por señalar es que los maestros podían experimentar con sus estudiantes muchas de las tareas que se les proponían en el Diplomado. Además, un sábado de cada mes, al finalizar cada módulo, se realizó una reunión presencial con todos los participantes

2. Descripción del Diplomado

Los módulos en los que se concreta el programa del Diplomado tienen como objetivo general que los docentes participantes mejoren su nivel de dominio del contenido matemático que es objeto de estudio en la escuela primaria, y desarrollen competencias para diseñar e implementar cada vez mejores procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Se parte del supuesto de que, con una mayor preparación en matemáticas y una mejor comprensión de los planteamientos que sobre su aprendizaje y enseñanza se proponen en los planes y programas de estudio de educación básica vigentes (2014), el (la) maestro(a) mejorará su práctica docente y, consecuentemente, se conseguirá una elevación significativa en la calidad de la educación matemática que reciben los niños en la escuela.

Uno de los núcleos de la formación en didáctica de las matemáticas lo constituye el diseño e implementación del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para primaria de acuerdo con el currículo actual, que permita su planificación, implementación, valoración y mejora. Por eso, este Diplomado se organiza en cuatro módulos. En cada módulo, usando la plataforma interactiva del campus virtual se desarrollan foros, análisis de videos y estudios de caso, entre otros. Cada módulo incluye sesiones de tutorías en línea individuales y una sesión presencial de todo el grupo al finalizar el módulo. En todos los módulos se pretende orientar a los maestros para que realicen procesos de enseñanza y aprendizaje con participación del alumno

Los complementos matemáticos se enseñan, por una parte, poniendo énfasis en los procesos matemáticos y, por otra parte, en la profundización en el estudio de los contenidos del currículo de primaria con una perspectiva histórica.

La didáctica de los contenidos analiza los conceptos claves, y su construcción, así como las metodologías para su enseñanza y aprendizaje. También se trata del uso de contextos adecuados, las conexiones entre cada bloque y el resto de los contenidos matemáticos del currículo, la presentación que se hace en libros de texto y otros materiales, así como las dificultades de aprendizaje y los errores más frecuentes de los alumnos. La reflexión sobre los recursos materiales y tecnológicos y sobre una buena evaluación, también está presente para permitir reducir obstáculos cognitivos, acercarse a la realidad del alumnado, entender el valor de las matemáticas y permitir la interdisciplinariedad.

La acción docente implica la intervención, reflexión e innovación constante para desarrollar los contenidos del currículo. Se requieren herramientas para la planificación e implementación, pero también son necesarias herramientas para la valoración y mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje. El cuarto módulo (Intervención y reflexión sobre la propia práctica) presenta herramientas para la elaboración de secuencias didácticas, su implementación, valoración y mejora de manera que permita al maestro la reflexión y mejora de su propia práctica.

Módulo I- Introducción a la Educación Matemática

El primer módulo está pensado como una introducción al Diplomado. Por otra parte, este módulo se centra en la actividad matemática y en particular en la resolución de problemas. Un segundo aspecto trata sobre algunas teorías del aprendizaje de las matemáticas y sus implicaciones pedagógicas a nivel cognitivo, afectivo y social y sobre los recursos que se usan en el proceso de enseñanza-aprendizaje, además de reflexionar sobre qué hay que entender por dificultad y error. En este módulo también se dan a conocer los documentos oficiales sobre el currículum del área de matemáticas, y, por último, se dan orientaciones para el diseño de secuencias didácticas. Abarca un periodo de 4 semanas y trece tareas relacionadas con: didáctica de las matemáticas, historia matemática, resolución de

problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, teoría sobre aprendizaje criterios para elaborar secuencias de tareas.

Módulo II- Matemáticas y su didáctica I

Este módulo comienza reflexionando sobre la construcción del número en las primeras edades, así como cuándo se puede considerar que alguien comprende los números, y también su importancia en el currículo. A continuación, se trabaja el sistema de numeración decimal, las operaciones básicas de la aritmética (suma, resta, multiplicación y división), después se focaliza en el aprendizaje y enseñanza de los conceptos básicos de la medida (profundizando en la medida de la longitud, masa y tiempo) para, a continuación, trabajar las fracciones, porcentajes y decimales y se finaliza con el estudio de la proporcionalidad aritmética. Tiene una duración de cinco semanas y veinticinco tareas.

Módulo III- Matemáticas y su Didáctica II

Este módulo tiene como primer objetivo tratar la didáctica de la geometría y la de las magnitudes geométricas. Los contenidos se pueden agrupar en cuatro bloques: 1) geometría plana, 2) geometría del espacio y 3) transformaciones. 4) superficie, volumen y capacidad y proporcionalidad geométrica, 5) Teorema de Pitágoras. En este módulo la medida se trata desde el punto de vista geométrico y se completa el estudio realizado en el módulo anterior en el que se ha tratado la medida básicamente desde el punto de vista numérico. En este módulo se pretende fomentar el uso de: a) los materiales para la construcción y manipulación de figuras planas y sólidos geométricos, b) los instrumentos de dibujo (regla, escuadra y compás), c) las Tics (en especial el programa Geogebra). También se pretende que los maestros puedan experimentar y conocer las características de una "investigación geométrica". Después de la geometría se hace una breve introducción a la estadística y la probabilidad. Esta programación tiene una duración de seis semanas y consta de veintiocho tareas.

Módulo IV- Intervención y Reflexión sobre la propia práctica

Este Módulo pretende que el maestro diseñe actividades de aprendizaje aplicando contenido didáctico de los módulos anteriores y el mismo está programado para tres semanas. El alumno debe realizar un trabajo de diseño e implementación de una secuencia de tareas para después valorarlo y rediseñarlo. Para ello se les suministra la pauta de los criterios de idoneidad didáctica con sus componentes e indicadores de la siguiente manera:

1) en los módulos anteriores se trabajan algunos indicadores y componentes de manera aislada, 2) en este módulo final se les pone una narrativa de una futura maestra sobre la observación que esta hizo de la clase de otra maestra y se les pide, entre otras preguntas, que propongan una mejora de la implementación de la tarea observada. 3) se explica que esta consigna pide mejorar las tareas y se les plantea la pregunta ¿qué criterios se deben tener en cuenta para mejorar una secuencia de tareas? 4) se presenta un video donde se reflexiona sobre esta pregunta y se introducen por primera vez los CI, haciéndoles observar que algunos de ellos han sido tenidos en cuenta cuando han sugerido cómo mejorar la tarea. 5) Se explica que la noción de idoneidad didáctica está compuesta por seis criterios de idoneidad didáctica parciales, cada uno, a su vez, desglosado en componentes e indicadores, cuya función es señalar aspectos a mejorar en la práctica del profesor y que algunos de estos componentes e indicadores ya han aparecido en los módulos anteriores y 6) Se presenta la lista completa de criterios, componentes e indicadores y algunos de ellos se relacionan con reflexiones realizadas en los módulos anteriores. Por último, los maestros tienen que diseñar una secuencia de tareas, implementarlas y valorar usando los CI. A continuación, siguen las programaciones de los cuatro módulos. Para el primero, se detallan las consideraciones que se tuvieron en cuenta en su diseño e implementación. Para los otros tres módulos se hace una presentación más sucinta:

Tabla 16. Mes 1.

Módulo 1. INTRODUCCIÓN A LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Objetivo General: Este módulo pretende ser una introducción al Diplomado, asó como resaltar la importancia de la resolución de problemas en la actividad matemática y de la relación de las matemáticas con las situaciones de la realidad. También trata sobre algunas teorías del, además de reflexionar sobre qué hay que entender por dificultad y error. También se dan orientaciones para el diseño de secuencias didácticas

SEMANA 1	Objetivos Específicos	Contenidos	Metodología		Estrategias	Recursos
			Actividades	Técnicas		
Día 1 1:00 pm 3:30 pm	Conocerá la programación analítica del diplomado, entrega de enlace y material virtual. Autoevaluará los conocimientos previos sobre el tema.	Bienvenida y auto presentación. Presentación de la programación analítica.	Inauguración y bienvenida.	Instrucción verbal	Instrucción verbal	Lista de los participantes
			Exposición dialogada de la técnica del taller.	Exposición dialogada.	Trabajo individual. Discusión dirigida.	Personas en el grupo Listados Evaluaciones
Día 2 1:00 pm 3:30 pm	Reflexionar y discutir de manera colectiva sobre las propias creencias hacia las Matemática con el objetivo de: a) Conocer la diferencia entre la actividad matemática y las organizaciones de los productos de la actividad matemática	Las matemáticas y su historia. Los orígenes de las matemáticas (Babilonia, Egipto, Grecia, Roma, India, ...). Las matemáticas como instrumento de análisis y organización de la realidad. Las matemáticas como actividad y como producto. Objetos matemáticos: significados y significantes	Se utilizará una plataforma interactiva con una metodología que combinará la clase expositiva con la resolución de problemas, comentario de artículos, análisis de videos y el estudio de casos.	Instrucción verbal	Instrucción verbal reflexión	Lista de los participantes.
Día 3 1:00 pm 3:30 pm	b) Entender las matemáticas como el resultado de una actividad social que va evolucionando históricamente					
Día 4 1:00 pm 3:30 pm	c) Considerar las matemáticas como una actividad humana realizada socialmente, que tiene por objetivo la resolución de problemas;					
Día 5 1:00 pm 3:00 pm	d) Entender que los objetos matemáticos surgen y se aplican en diferentes contextos y que se representan por diferentes notaciones.					
	Objetivos Específicos					

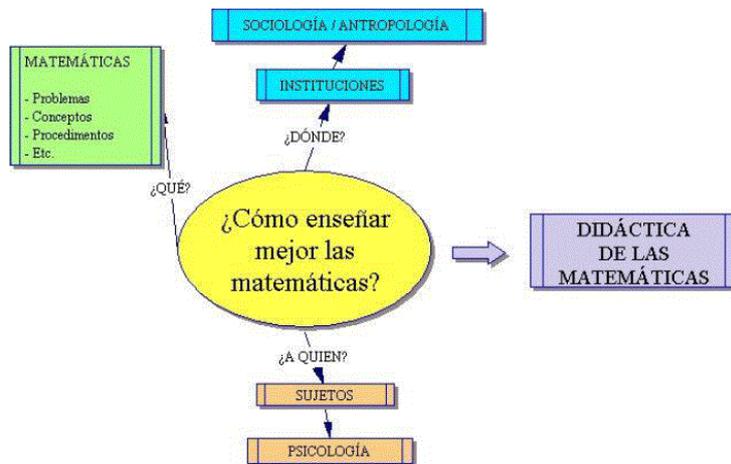
SEMANA 2			Actividades	Técnicas	Estrategias	
Día 1 1:00 pm 3:30 pm	Analizar diferentes teorías sobre el aprendizaje de las Matemáticas y sus implicaciones para la enseñanza.	Actividad matemática y resolución de problemas. Ejercicios, problemas e investigaciones. Técnicas, métodos y estrategias para la resolución de problemas.	Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.	Instrucción verbal	Instrucción verbal reflexión	Lista de los participantes
Día 2 1:00 pm 3:30 pm	Conocer diferentes modelos de enseñanza y las tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas.	La Didáctica de las matemáticas como saber científico, tecnológico y técnico. <ul style="list-style-type: none"> • Disciplina autónoma, pluridisciplinariedad y transdisciplinariedad • Conexión teoría-práctica 		Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.	Trabajo individual. Reflexión. Discusión dirigida.	Personas en el grupo Listados Evaluaciones
Día 3 1:00 pm 3:30 pm	Clarificar la naturaleza de la Didáctica de las Matemática y sus relaciones con otras disciplinas	La identificación y formulación de los problemas básicos en la orientación, fundamento, metodología y organización de la Educación Matemática como una disciplina,				
Día 4 1:00 pm 3:30 pm	Reflexionar sobre las relaciones de la Didáctica de las Matemáticas con la práctica de la enseñanza, la tecnología educativa y el conocimiento científico	La existencia de distintas definiciones, incluso discrepantes,				

		de la Educación Matemática como disciplina.				
Día 5 1:00 pm 3:00 pm	Analizar la dependencia de los problemas de investigación respecto de los paradigmas y metodologías de investigación.	El papel que deben jugar los "macro-modelos", esto es marcos de referencia generales que relacionan significativamente los múltiples aspectos de la Educación Matemática y los micro modelos, que proporcionan información detallada sobre áreas restringidas del aprendizaje matemático				
SEMANA 3	Objetivos Específicos	Contenidos	Metodología		Estrategias	Recursos
			Actividades	Técnicas		
Día 1 1:00 pm 3:30 pm	Conocer el currículum del área de matemáticas para la educación primaria y sus novedades más relevantes: Competencias y Derechos fundamentales del aprendizaje.	Resumen de las principales teorías de aprendizaje: Conductismo,	Se utilizará una plataforma interactiva con una metodología que combinará la clase expositiva con la resolución de problemas, comentario de artículos, análisis de videos y el estudio de casos.	Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.	Trabajo individual. Discusión dirigida. Reflexión	Personas en el grupo Listados Evaluaciones
Día 2 1:00 pm 3:30 pm	Conocer el currículum del área de matemáticas para la educación primaria y sus novedades más relevantes: Competencias y Derechos fundamentales del aprendizaje.	Resumen de las principales teorías de aprendizaje: Gestalt,			Trabajo individual.	Personas en el grupo Listados Evaluaciones
Día 3 1:00 pm	Conocer el currículum del área de matemáticas para la educación primaria y sus novedades más	Resumen de las principales teorías de				

3:30 pm	relevantes: Competencias y Derechos fundamentales del aprendizaje.	aprendizaje: Piaget y constructivismo.... Implicaciones para la enseñanza.			Discusión dirigida.	
Día 4 1:00 pm 3:30 pm	Distinguir elementos del currículum (conceptos, procedimientos, procesos, valores, etc.) y reconocerlos en actividades concretas.	Diferentes modelos de enseñanza de las matemáticas. Tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas			Reflexión.	
Día 5 1:00 pm 3:00 pm	Conocer las principales nociones de Didáctica de las Matemáticas, así como su aplicación.	Competencias básicas. Competencias para la vida, Competencia Matemática.				
SEMANA 4	Objetivos Específicos	Contenidos	Metodología		Estrategias	Recursos
			Actividades	Técnicas		
Día 1 1:00 pm 3:30 pm	Conocer las estrategias y técnicas de evaluación de los aprendizajes en Matemáticas y de atención a la diversidad.	Introducción a la didáctica de las matemáticas. Nociones básicas (Dificultad, error y obstáculo; contrato didáctico; tarea y actividad, situaciones didácticas, etc.)	Se utilizará una plataforma interactiva con una metodología que combinará la clase expositiva con la resolución de problemas, comentario de artículos, análisis de videos y el estudio de casos.	Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.	Trabajo individual. Discusión dirigida. Reflexión.	Personas en el grupo Listados Evaluaciones
Día 2 1:00 pm 3:30 pm	Conocer las estrategias y técnicas de evaluación de los aprendizajes en Matemáticas y de atención a la diversidad.	Introducción a la didáctica de las matemáticas. Nociones básicas (Dificultad, error y obstáculo; contrato didáctico; tarea y actividad, situaciones didácticas, etc.)				Personas en el grupo Listados Evaluaciones

<p>Día 3 1:00 pm 3:30 pm</p>	<p>Conocer criterios para la secuenciación, selección y organización de contenidos de una unidad didáctica.</p>	<p>La evaluación y sus momentos: Inicial, formativa y sumativa. Orientaciones para la evaluación.</p>				<p>Personas en el grupo Listados Evaluaciones</p>
<p>Día 4 1:00 pm 3:30 pm</p>		<p>La gestión del aula y la atención a la diversidad.</p>				<p>Personas en el grupo Listados Evaluaciones</p>
<p>Día 5 1:00 pm 3:00 pm</p>		<p>Programación, secuenciación de contenidos y diseño de tareas. Plan de clase.</p>			<p>Personas en el grupo Listados Evaluaciones</p>	

Introducción - Información adicional



Objetivos

- Introducir a los docentes en el área de la Didáctica de las Matemáticas
- Poner de manifiesto sus concepciones iniciales sobre la Didácticas de las Matemáticas.

Antes de realizar la primera actividad mande un saludo al profesor por correo interno: [aquí](#) (en la sección de asunto colocar **saludo**).



Tarea 1: Cuestionario inicial

- 1) ¿Qué esperas que te aporte una asignatura sobre Didáctica de las Matemáticas?
- 2) Intenta definir "Didáctica de las Matemáticas"
- 3) Explica qué entiendes por "saber matemáticas"
- 4) Explica qué entiendes por "aprender matemáticas"

5) Explica qué entiendes por "enseñar matemáticas"



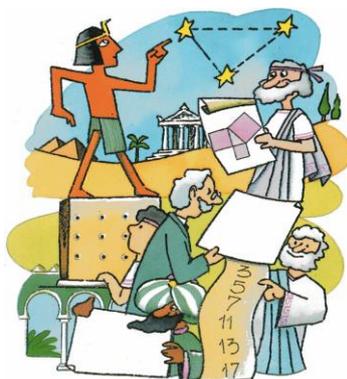
Coloque sus respuestas en el foro: [cuestionario inicial](#).

Fuente: primera pantalla del módulo 1 del Diplomado

1.1. La realidad en la Matemática

Información adicional

Algo muy importante para la Matemática

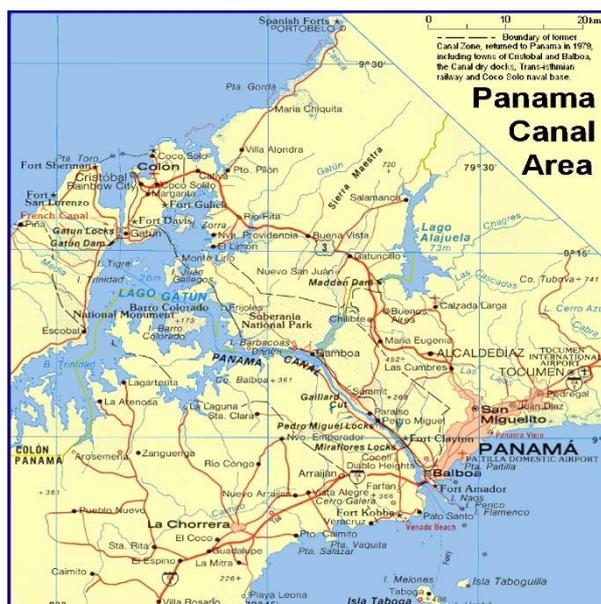


Objetivos Específicos	Contenido	Estrategia Metodológica
1. Reflexionar y discutir de manera colectiva sobre las propias creencias hacia las	1.- Las matemáticas y su historia. Los orígenes de las matemáticas (Babilonia,	Se utilizará una plataforma interactiva con una metodología que

Objetivos Específicos	Contenido	Estrategia Metodológica
<p>Matemática con el objetivo de:</p> <p>a) Conocer la diferencia entre la actividad matemática y las organizaciones de los productos de la actividad matemática; b) Entender las matemáticas como el resultado de una actividad social que va evolucionando históricamente; c) Considerar las matemáticas como una actividad humana realizada socialmente, que tiene por objetivo la resolución de problemas; d) Entender que los objetos matemáticos surgen y se aplican en diferentes contextos y que se representan por diferentes notaciones.</p>	<p>Egipto, Grecia, Roma, India, ...). Las matemáticas como instrumento de análisis y organización de la realidad. Las matemáticas como actividad y como producto. Objetos matemáticos: significados y significantes</p>	<p>combinará la clase expositiva con la resolución de problemas, comentario de artículos.</p> <p>Evaluación</p> <p>a) Trabajos de reflexión y de síntesis, individuales o en grupo.</p>

Las siguientes informaciones han sido tomadas de un mapa, una estación de autobuses y de la prensa. Indica para cada una de ellas los conocimientos matemáticos necesarios para su comprensión.

a) Se quiere calcular la distancia real entre Panamá y Colón con este mapa

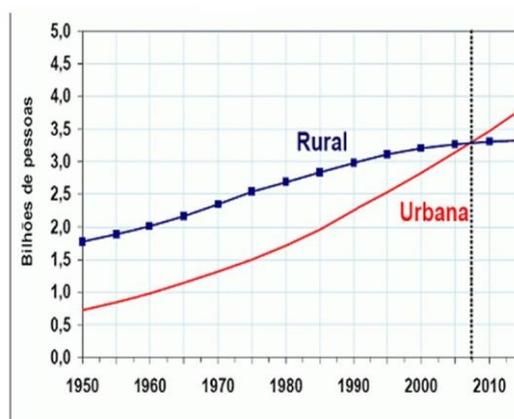


b) En el Terminal Nacional de Transporte se anuncia el siguiente horario:

Origen	Hora de salida	Destino	Hora de llegada	Tipo de bus
Panamá	11h 10 min.	David - Chiriquí	17h 20 min.	Expreso

Encontramos la siguiente información en la prensa

Poblacion Mundial





ampliación:

¿Qué contenidos matemáticos son necesarios para encontrar la distancia entre Panamá y Colón, para poder interpretar la información de la tabla y la de la gráfica?

Las matemáticas surgen de la realidad y hay muchos contextos diferentes en los que se aplican. Las matemáticas son el resultado de la actividad humana realizada socialmente cuyo objetivo es la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Como ampliación de esta idea puede leer la lectura Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas de Reeuwijk (1997), la cual nos ayudará a profundizar la relación entre matemáticas y la realidad. Como trabajo voluntario puede hacer un resumen y enviar por correo interno con el nombre de **resumen 1**(asunto).

La historia de las matemáticas puede ayudar no solo a la comprensión de los diversos temas que componen el currículum de primaria, sino también a planificar su enseñanza. Como tarea lea el primer capítulo del libro: "**La Matemática de Pitágoras a Newton**" (Lombardo [Radice.pdf](#), 1983). Presente una [Reflexión](#) sobre la importancia de conocer la historia que esta detrás de los conceptos matemáticos que estudia con sus alumnos en clase.

Para cerrar este clase busque información por Internet sobre los aportes de las culturas prehispánicas como la Maya, la Inca, etc. y, a ser posible, alguna local (como por ejemplo la cultura Guna) en la Matemática. Coloque el resultado de su búsqueda en el foro [Sobre historia](#). Se trata de encontrar y compartir información como la que se halla en páginas web como la siguiente:

<https://sobrehistoria.com/sistema-de-numeracion-maya-y-numeros-mayas/>



Reflexión: Es muy importante que al enseñar matemática se haga a partir de contextos reales y próximos al estudiante.

Fuente: primera pantalla del módulo 1 del Diplomado

1.2. Ejercicio o Problema⁴

Introducción - Información adicional



Un Ejercicio o un Problema?

Objetivos Específicos	Contenido	Estrategia Metodológica
1. Entender las matemáticas como una actividad humana realizada socialmente, que tiene por objetivo la resolución de problemas	2.- Actividad matemática y resolución de problemas. Ejercicios, problemas e investigaciones. Técnicas, métodos y estrategias para la resolución de problemas.	Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo. Evaluación

⁴ La sección 1.1 y 1.2 de este módulo, y su gestión, son una adaptación de la secuencia didáctica que se halla en Font (2005) y Godino, Batanero y Font (2003).

Objetivos Específicos	Contenido	Estrategia Metodológica
		a) Foros de discusión y lecturas para envío por correo interno.



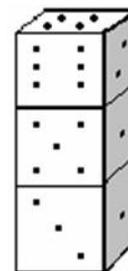
MI TAREA **Tarea 2:** Diga con sus palabras ¿qué es un ejercicio y qué es un problema? Presente sus aportes en los siguientes foros [Ejercicio](#) y [Problema](#)



MI TAREA **Tarea 3:** Vas a comprar unos víveres en el supermercado pagas con B/. 100.⁰⁰ balboas y solo te gastas B/. 67.¹⁵ balboas ¿Cuánto dinero te sobra? En tu opinión, ¿Se trata de un ejercicio o problema?



MI TAREA **Tarea 4:** ¿Cuánto suman los puntos de las caras horizontales de los dados que no se ven? ¿Encontrar la suma de los dados es un ejercicio o un problema, para usted?



MI TAREA **Tarea 5:** Lea el archivo [ejercicio o problema](#) y envíe un problema que le ha colocado a sus alumnos en la escuela por [correo interno](#), indique porque es un problema para ellos. Mándelo con el nombre de [ejemplo-problema](#) (en la sección de asunto).



MI TAREA **Tarea 6:** Vea el siguiente archivo [Resolución](#) y comente las fases para resolver un problema y las dificultades para llevarlas a cabo en el siguiente foro [Fases](#).



MI TAREA **Tarea 7:** Resolvamos un problema como si fuéramos alumnos de preescolar, primaria y secundaria. En una granja tenemos gallinas y conejos, en total hay 23 cabezas y 76 patas. ¿Cuántos animales de cada clase tenemos?

Envíe en un [correo](#) como tarea 6 explicando los contenidos, las representaciones y las estrategias que ha utilizado en las tres resoluciones.



Reflexión: Un problema se puede resolver de muchas maneras diferentes y es la forma de resolución la que sitúa al problema en una etapa educativa u otra.



MI TAREA **Tarea 8:** Cuántos gajos tiene una mandarina⁵.

⁵ Esta tarea ha sido adaptada de una tarea creada por la Dra. Gemma Sala de la Universitat de Barcelona.



¿De qué manera puede resolver este problema? Sugerencia busque mandarinas y cuente la cantidad de gajos, (luego de pelarla y contar los gajos, para no desaprovechar, puede comérsela).

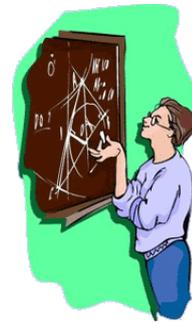
Mande sus respuestas en [correo](#) como **tarea 7**.



Ampliación:

Problemas para practicar. En el siguiente documento tiene usted una lista de problemas para mejorar su técnica de resolución de problemas.

Ampliar conocimiento



Esta actividad consiste en resolver los problemas de la lista que sigue, para aumentar sus conocimientos y estrategias matemáticas. **RP** Cada problema resuelto de dos maneras diferentes y (2) con un comentario de cómo ha sido el proceso de resolución que ha seguido el grupo (una reflexión sobre el proceso de resolución), (3) una reflexión sobre la evolución emocional durante la resolución del problema y (4) proponer una posible adaptación del problema para sus alumnos.

No es obligatorio, pero inténtalo. 😊



*La mejor manera de ser un buen resolutor de problemas requiere de mucha práctica. Cuando más se practique, más posibilidades hay de resolver un problema HAY ciertas heurísticas que ayudan a resolver problemas. (Estrategias de **RP**)*

1.3. Teoría de Aprendizaje

Información adicional



Teorías de Aprendizaje

Objetivos Específicos	Contenido	Estrategia Metodológica
Analizar diferentes teorías sobre el aprendizaje de las Matemáticas y sus implicaciones para la enseñanza. Conocer diferentes modelos de enseñanza y las tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas.	Resumen de las principales teorías de aprendizaje: Conductismo, Gestalt, Piaget y constructivismo.... Implicaciones para la enseñanza. Diferentes modelos de enseñanza de las matemáticas. Tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas	En cuanto al trabajo autónomo, la metodología consistirá en el estudio personal, la lectura y comentario de artículos y la realización de actividades prácticas, elaboración de secuencias didácticas y actividades de aplicación.

La educación, y en particular la educación matemática, está relacionada con otras áreas. tales como: Psicología, Sociología, ya que al tratarse de educación ha de tener en cuenta todos los aspectos que afectan al desarrollo de la persona en contacto con el medio físico y social en el que vivimos.



MI TAREA

Tarea 9: ¿Cuáles serían las ideas básicas de tipo Psicopedagógico que se deben tener presentes a la hora de enseñar las matemáticas? ¿Qué teorías del aprendizaje y de la enseñanza nos ayudan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?



MI TAREA

Tarea 10: A continuación, hay un pequeño PowerPoint de las [Bases Psicopedagógicas](#) en el archivo [BASES](#), léalo y comenté cuál de estas teorías utiliza en sus clases. Envíe, además algunas tareas como evidencia de su uso.

1.4. Estrategias y Técnicas

Información adicional



Objetivos Específicos	Contenido	Estrategia Metodológica
<p>Conocer las estrategias y técnicas de evaluación de los aprendizajes en Matemáticas y de atención a la diversidad.</p> <p>Conocer criterios para la secuenciación, selección y</p>	<ul style="list-style-type: none"> Introducción a la didáctica de las matemáticas. Nociones básicas (Dificultad, error y obstáculo; contrato didáctico; tarea y actividad, situaciones didácticas, etc.) 	<p>Se utilizará una plataforma interactiva con una metodología que combinará la clase expositiva con la resolución de problemas, comentario de artículos, análisis de videos y el estudio de casos.</p>

<p>organización de contenidos de una unidad didáctica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • La evaluación y sus momentos: Inicial, formativa y sumativa. Orientaciones para la evaluación. La gestión del aula y la atención a la diversidad. • Programación, secuenciación de contenidos y diseño de tareas. Plan de clase. 	
--	---	--

El aprendizaje de la Matemática genera dificultades a los alumnos y éstas son de naturalezas distintas. Algunas tienen su origen en las mismas matemáticas, otras en la falta de motivación del alumno y otras con la forma de enseñarlas.

Hablamos de **error** cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la matemática escolar.

El término **dificultad** indica el mayor o menor grado de éxito de los alumnos ante una tarea o tema de estudio. Si el porcentaje de respuestas incorrectas (índice de dificultad) es elevado se dice que la dificultad es alta, mientras que si dicho porcentaje es bajo, la dificultad es baja.

Todas las teorías sobre la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas coinciden en la necesidad de identificar los errores de los alumnos en el proceso de aprendizaje, determinar sus orígenes y organizar la enseñanza teniendo en cuenta esa información.



MI TAREA Tarea 11: De ejemplos de dificultades presentados en sus clases y si es posible relaciónelas con algunos de los siguientes tipos:

1. Dificultades asociadas al nivel de desarrollo cognitivo de los alumnos.

2. Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las Matemáticas y procesos de pensamiento matemático.
3. Dificultades asociadas a la forma de enseñar Matemática.
4. Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.

Envíe el ejemplo seleccionado y explique el tipo de dificultad con que lo asocia al [correo interno](#) con el nombre de **ejemplos de dificultades** (asunto).



MI TAREA Tarea 12: En el siguiente archivo se presentan diferentes tipos de [dificultades y errores\(ppt\)](#), para que usted comente aquello que las causa, realice sus comentarios en un [Foro](#).

En la medida que cada profesor conozca mejor a sus alumnos, podrá intervenir mejor en su aprendizaje. Aceptando que los errores más que indicadores del fracaso en Matemáticas, deben ser considerados como elementos que ayuden a su trabajo como maestros de Matemáticas, guiado por el siguiente principio:

Todo error puede ser el comienzo de un buen aprendizaje.



Según Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003).

"El aprendizaje y la enseñanza deben tener en cuenta que es natural que los alumnos tengan dificultades y cometan errores en su proceso de aprendizaje y que se puede aprender de los propios errores. Esta es la posición de las teorías psicológicas constructivistas sobre el aprendizaje de las matemáticas, las cuales se basan a su vez en la visión filosófica sobre las matemáticas conocida como constructivismo social.

Puede ampliar lo referente a dificultades-errores leyendo el siguiente archivo [errores](#).

Componentes básicos de la programación de la unidad didáctica

En la unidad didáctica es donde se concreta por medio tareas los contenidos del currículo. Es el paso previo a la sesión, es el último eslabón que une al currículo y programación didáctica con la sesión. Diseñar una unidad didáctica partiendo de la idea de que todos sus elementos deben estar vinculados entre sí (interrelaciones), así como con la normativa educativa vigente (interrelaciones) y, por supuesto con los elementos propuestos en la programación didáctica, supone al profesorado un análisis pedagógico importante que repercutirá positivamente en la mejora de su eficacia docente. A la hora de elaborar una unidad didáctica el docente debe reflexionar sobre todos los componentes que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje y valorar, en base al currículo y a las características del contexto, qué objetivos son los más adecuados y, a partir de ahí, a través de qué medios se pretenderán alcanzar.



MI TAREA

Tarea 13: En el siguiente archivo [concepto básico sobre programación de aula \(ppt\)](#), comente las interrogantes planteadas. Mande por [correo interno](#) con el nombre **interrogantes-unidad** (asunto)

Referencias bibliográficas.

- Godino, J., (Director) (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.
-

Comentarios sobre la implementación de las tareas del primer módulo

Tal como se ha señalado antes, la sección 1.1 y 1.2 de este módulo, y su gestión, son una adaptación de la secuencia didáctica que se halla en Font (2005) y Godino, Batanero y Font (2003).

Con este módulo se inicia el Diplomado. Lo primero que se hace es un breve recorrido por el temario del Diplomado, en el que el profesor expone el programa y el tipo de actividades que se trabajarán, tanto virtualmente como presencialmente, la metodología que se utilizará y la forma de evaluar el Diplomado. A continuación, se contesta un cuestionario inicial (Tarea 1) en el que los participantes han de explicitar sus ideas sobre la didáctica de las matemáticas y sus expectativas sobre la asignatura. A partir de sus respuestas, que se clasifican entre todos los participantes, se comentan las distintas ideas que han aparecido.

El objetivo de la gestión del profesor en esta tarea 1 es problematizar la idea inicial de los maestros participantes (la Educación Matemática es la materia que suministra técnicas y estrategias para mejorar la enseñanza de las matemáticas) para ir ampliándola mediante la incorporación de nuevas reflexiones. Se trata de hacerles observar, a partir de algunas de sus contestaciones, que las respuestas a las preguntas: ¿qué significa saber matemática? ¿qué significa aprender matemáticas, ¿qué quiere decir enseñar matemáticas? dependen de cómo se contesta otra pregunta: ¿Qué son las matemáticas? Se trata de que los participantes entiendan, de acuerdo con Font (2003), las matemáticas como una determinada organización de los productos de la actividad, que no es estática, sino que va evolucionando históricamente. Se trata, en definitiva, de que los participantes conciban las matemáticas como el producto de la actividad matemática, la cual es entendida como una actividad humana realizada socialmente, que tiene por objetivo la resolución de problemas; y de que, por otra parte, sean conscientes de que las aplicaciones matemáticas tienen una fuerte presencia en nuestro entorno. Con relación a este último aspecto se les propone que reflexionen sobre diversas informaciones en las que se evidencia la relación entre las matemáticas y la realidad

que nos envuelve (tarea de ampliación en la que se les presenta un mapa, una estación de autobuses y un gráfico estadístico) para que ellos indiquen, para cada una de las tres situaciones, los conocimientos matemáticos necesarios para su comprensión.

Mediante la lectura y discusión del artículo *Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas* (Reeuwijk, 1997) (tarea de ampliación) se ahonda en la relación entre matemáticas y realidad. El objetivo es que los maestros participantes sean conscientes de que las matemáticas emergen de modelar la realidad y que hay muchas situaciones de esta realidad en las que las matemáticas se pueden aplicar. En esta primera introducción al primer módulo no se tiene como objetivo explicar con detalle cómo se pueden utilizar contextos reales en la clase de matemáticas, sino que la idea es limitarse a señalar algunas directrices acerca del uso de contextos reales y próximos al estudiante en el diseño de las tareas. En el material del campus virtual aparecen destacadas de la siguiente manera:



Reflexión: Es muy importante que al enseñar matemática se haga a partir de contextos reales y próximos al estudiante.

Se trata de criterios que deben orientar la práctica del maestro, que ahora se presentan de manera aislada y que en el cuarto módulo se organizan como indicadores o componentes de los criterios de idoneidad didáctica, que es la pauta con la que tienen que organizar su reflexión en el cuarto módulo.

Seguidamente, se remarca que la historia de las matemáticas puede ayudar tanto a una mejora comprensión de los diferentes contenidos que componen el currículo de preescolar y primaria, como también a diseñar su instrucción. Por esta razón, se les propone la lectura del primer capítulo del libro "La Matemática de Pitágoras a Newton" (Radice, 1983), para que los participantes reflexionen sobre la importancia de conocer la historia que está detrás de los conceptos matemáticos que enseñan a sus alumnos. Por otra parte, para evitar una visión eurocéntrica de la Historia de las Matemáticas, se les pide que busquen información por Internet sobre los aportes de las culturas prehispánicas como la Maya, la Inca, etc. y, a ser posible, alguna local (como por ejemplo la cultura Guna) en la Matemática y que la compartan en un foro. Se trata de encontrar y compartir información como la que se halla en

páginas web como la siguiente: <https://sobrehistoria.com/sistema-de-numeracion-maya-y-numeros-mayas/>

A continuación, el foco se pone en la resolución de problemas y se insiste en considerar este proceso como un eje transversal del currículo de matemáticas en la educación preescolar y primaria, que debe estar presente en todas las unidades didácticas. Se comenzará comentando algunas de sus respuestas a la siguiente pregunta (tarea 2): ¿qué es un ejercicio y qué es un problema? Después, se les propone la tarea 3 y la 4, esperando que la respuesta a la 3 sea ejercicio y a la 4 problema:

La mayoría de los maestros no son capaces de resolver el problema de la tarea 4, sólo aquellos que saben que la suma de los puntos de las caras opuestas vale 7 lo saben resolver. El objetivo es que en el debate posterior a su resolución y con la tarea 5 quede claro que, para la persona que sabe cuánto vale la suma de los puntos de las caras opuestas, este problema es un simple ejercicio de cálculo mental, mientras que, para la persona que no dispone de esta información, se trata de un verdadero problema.

Como resultado de la lluvia de ideas y la posterior discusión, los maestros conviene que entiendan que un problema debe satisfacer tres requisitos: 1) Ser reconocido como tal 2) Las técnicas que se aplican normalmente no funcionan. 3) El interés propicia la exploración de nuevos métodos para atacar el problema. También ha de quedar claro que lo que para algunos es un problema, es un ejercicio para otros.

A continuación, en la tarea 6, se reflexiona sobre la pregunta ¿Cuál es el proceso de resolución de un problema? con el objetivo comentar las etapas de Polya (1965). Se explica a los maestros, la resolución de un problema consiste, en cuatro fases bien definidas: 1) Comprender el problema: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? 2) Concebir un plan: ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿Se conoce un problema relacionado con este? ¿Podría enunciar el problema de otra forma? ¿He empleado todos los datos? y 3) Ejecutar el plan: ¿Son correctos los pasos dados? y 4) Examinar la solución obtenida: ¿Puedo verificar el resultado? ¿Puedo verificar el razonamiento? Las fases anteriores caracterizan claramente al resolutor ideal. Cada fase se acompaña de una serie de preguntas, cuya intención clara es actuar como guía para la acción. Los trabajos de Polya (1965), se pueden considerar, por lo tanto, como un intento de describir la manera de actuar de un resolutor

ideal. Seguidamente se les presentan las respuestas que han dado alumnos de preescolar y del primer ciclo de primaria a la misma pregunta (Martínez 2001):

Maestra: ¿Qué haces para resolver un problema?

"Estoy callado, luego no veo nada, bueno lo veo todo oscuro...y luego ya me sale la respuesta" (4 años)

"Me fijo mucho y después me sale" (4 años)

"Me meto lo que me dicen en la cabeza, después me lo imagino, veo lo que está pasando y luego ya lo sé" (5 años)

"Pienso, muevo la cabeza y.....ya me sale" (1º)

"Lo pienso hasta que lo encuentre" (1º)

"Lo pienso un rato, depende de si el problema es difícil o no. Algunas veces sólo de escucharlo ya sé cómo se hace" (1º)

"Lo pienso con el cerebro" (1º)

La siguiente respuesta corresponde a un alumno de seis años cuando se le pidió que explicara a un niño de otra clase los problemas que resolvían en su clase: "Hay muchos problemas, algunos problemas los has de escuchar muy bien para saber que te preguntan, en otros los has de mirar, porque en la fotografía está la respuesta, en otros los has de pensar sólo con la cabeza, en otros los has de tocar para saber la respuesta.....en otros necesitas alguna cosa que te ayude a hacerlos,,, por ejemplo si me preguntan cuanto peso y no lo sé he de ir a pesarme y después ya sabré el problema....En otros me los imagino con la cabeza y luego ya los sé..."

Estos comentarios de los alumnos de las primeras edades sirven para poner de manifiesto diferentes aspectos sobre la resolución de problemas. Estos son: 1) Los alumnos, en las

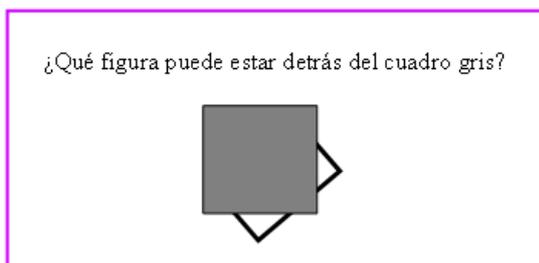
primeras edades necesitan una contextualización real y creíble, para poder dar una respuesta. Las actividades de resolución de problemas en las primeras edades han de comenzar dentro de un "escenario" real y, si es posible, que esté pasando en este momento. 2) En el segundo grado muchos alumnos dan respuestas que sirven de guía para los problemas que se han de plantear en clase. 3) Lo que para algunos es un problema, para otros es simplemente un ejercicio. De aquí la importancia de ofrecer a cada uno de los alumnos problemas adecuados a sus necesidades. 4) Hay que procurar ofrecer una gran variedad de problemas.

La siguiente pregunta será, ¿Por qué es tan difícil, para la mayoría de los humanos, la resolución de problemas en matemáticas? ya que los trabajos de Schoenfeld (1985) se resumen en torno a esa pregunta que tiene por objetivo explicar la conducta de los resolutores reales de problemas. Schoenfeld (1985) propone un marco con cuatro componentes que sirva para el análisis de la complejidad del comportamiento en la resolución de problemas: 1) Recursos cognitivos: conjunto de hechos y procedimientos a disposición del resolutor, 2) Heurísticas: reglas para progresar en situaciones difíciles, 3) Control: aquello que permite un uso eficiente de los recursos disponibles y 4) Sistema de creencias: nuestra perspectiva con respecto a la naturaleza de la matemática y cómo trabajar en ella.

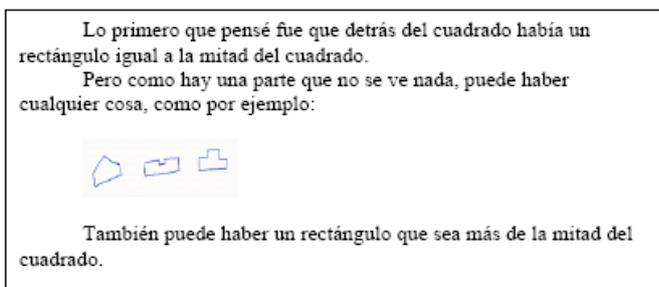
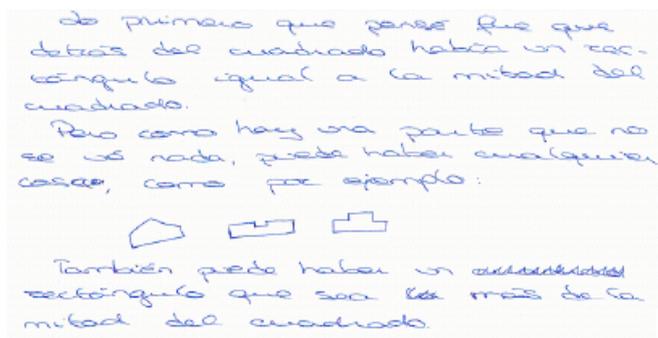
Cada uno de estos cuatro componentes explica las carencias, y, por lo tanto, el poco éxito en la resolución de problemas de los resolutores reales. Así, cuando a pesar de conocer las heurísticas, no se sabe cuál utilizar o cómo utilizarla, se señala la ausencia de un buen control o gestor de los recursos disponibles. Pero las heurísticas y un buen control no son suficientes, pues puede que el resolutor no conozca un hecho, algoritmo o procedimiento específico del dominio matemático del problema en cuestión. En este caso, se señala la carencia de recursos cognitivos como explicación al intento fallido en la resolución. Por otro lado, puede que todo lo anterior esté presente en la mente del resolutor, pero sus creencias de lo que es resolver problemas en matemáticas o de la propia concepción sobre la matemática hagan que no progrese en la resolución. La explicación para este fallo, la contempla Schoenfeld en el cuarto elemento del marco teórico, las creencias.

Seguidamente se dedica una especial atención al sistema de creencias comentando problemas parecidos al problema de la figura escondida (Gusmão, 2006):

PROBLEMA DE LA FIGURA ESCONDIDA



La respuesta mayoritaria de los participantes a este problema es que la figura escondida es un rectángulo. Después se compara su respuesta con la que han dado otros resolutores, como la siguiente:



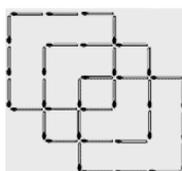
El objetivo de estos ejercicios es hacer ver a los maestros que ellos se han impuesto la creencia de que la figura debía ser un polígono, y que no son habituales respuestas como la siguiente (una figura de contorno mixto, cóncava y con agujeros):

Los maestros han de observar que, según el tipo de lenguaje utilizado, el mismo problema plantea diferentes exigencias conceptuales y procedimentales y que, por ello, se puede proponer en diferentes niveles escolares.

En la tarea 8 se pretende que permita a los maestros identifiquen cómo se puede hacer emerger un nuevo contenido (la media aritmética) a partir de una situación extra matemática (saber los gajos que tiene una mandarina). Esta tarea también sirve para reflexionar sobre el uso de materiales concretos y sobre la motivación (los alumnos terminan comiéndose la mandarina).

A continuación, como profundización se les propone la resolución de los 10 problemas siguientes:

-
- 1) ¿Cuál es el número mínimo de cerillas que hemos de añadir para obtener exactamente 11 cuadrados en la figura?

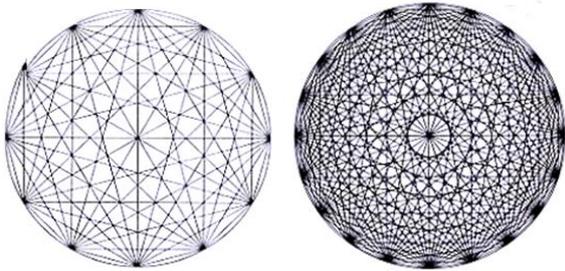


- 2) Dado un cuadrado de 20 cm de lado unimos los puntos medios de los lados opuestos para obtener 4 cuadrados. Si en cada cuadrado unimos los puntos medios de los lados consecutivos se obtiene otro cuadrado. Halla su área.

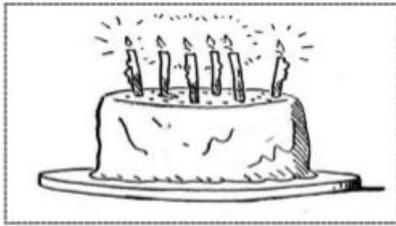


- 3) 35 bombones cuestan 14 dólares. ¿Cuánto costarán 12 bombones?
- 4) ¿Cuál es el número de diagonales de un polígono?
- 5) Encuentra el mayor número posible de cuadrados de cualquier tamaño que se puedan formar en un tablero 4x4 y en uno de nxn.
- 6) ¿Cuántos cuadrados hay en un tablero de ajedrez? (se relaciona con el problema del n° de cuadrados de un tablero).

- 7) En muchas catedrales encontrarás hermosas vidrieras redondas con extraños dibujos de líneas entrecruzadas. Estas vidrieras se llaman rosetones. Estos son ejemplos de rosetones. ¿Cuántas líneas se han tenido que dibujar para hacerlos?



- 8) Corta un pastel en 8 trozos haciendo el mínimo número de cortes.



- 9) Dada la secuencia de cuadrados abajo, desarrolle el razonamiento lógico y responda:



- a) ¿Cuántos palillos son necesarios para formar 4 cuadrados? ¿Y 5 cuadrados?
- b) Establezca una relación (fórmula) para el número de palillos $P(n)$, sabiendo que tenemos n cuadrados.
- 10) Tres amigos han comido en un restaurante y pagan con 20 dólares cada uno. Al cabo de un rato vuelve el camarero, les dice que se equivocó en la cuenta y les devuelve 5 dólares. Cada uno coge un dólar y dejan los dos restantes de propina. Al salir uno de ellos dice: “No lo entiendo, habíamos pagado 20 dólares cada uno, pero con el error de la cuenta hemos pagado 19, o sea, 57 en total más los 2 de propina 59”, ¿dónde está el dólar que falta?
-

El objetivo de esta tarea es trabajar las heurísticas. La mayor parte de las veces se carece de ellas. Se dispone de conocimientos específicos del tema o dominio matemático del problema, incluso de un buen control, pero falla el conocimiento de reglas para superar las dificultades en la tarea de resolución. Las heurísticas son las operaciones mentales típicamente útiles en la resolución de problemas; son como reglas o modos de comportamiento que favorecen el éxito en el proceso de resolución, sugerencias generales que ayudan al individuo o grupo a comprender mejor el problema y a hacer progresos hacia su solución. Existe una amplia, posiblemente incompleta, lista de heurísticas. Entre las más importantes cabría citar: 1) Buscar un problema relacionado, 2) Resolver un problema similar más sencillo, 3) Dividir el problema en partes, 4) Considerar un caso particular, 5) Hacer una tabla, 6) Buscar regularidades, 7) Empezar el problema desde atrás y 8) Variar las condiciones del problema.

En el problema n.º 4, para tomar un ejemplo, se buscan el número de diagonales de los polígonos de 3, 4, 5, 6 y 7 lados, se recogen estos números en una tabla y muchos estudiantes llegan a descubrir una regularidad de tipo recursivo: el n.º de las diagonales de un polígono se obtiene sumando al número de diagonales del polígono anterior el n.º de lados menos dos. Por otra parte, algunos pocos llegan al siguiente resultado: el n.º de diagonales es la mitad del producto de lados por el n.º de lados menos tres. Ahora bien, le resulta más fácil al estudiante después de resolver el problema n.º 7, ya que se da cuenta de que es un problema muy parecido.

Como resultado las estrategias que pueden resultar son: ensayo y error, construir un modelo (elemento genérico), análisis-síntesis, resolver un problema más simple, hallar alguna regularidad, y utilizar una tabla, entre otras.

Entre las diferentes opciones que hay para la enseñanza de la resolución de problemas, en este Diplomado se propone la opción de enseñar vía la resolución de problemas. Desde este punto de vista, hemos de entender los procesos de enseñanza como la presentación de secuencias de tareas que tienen por objetivo, en el tiempo y con los medios disponibles, la emergencia y organización de objetos matemáticos. Los problemas aparecen primero para la construcción de los objetos matemáticos y después para su aplicación a diferentes contextos. Se pretende que los maestros diseñen actividades problemáticas con el fin de que sus alumnos construyan nuevos conceptos y los apliquen en contextos diferentes.

Con las tareas 9 y 10, se reflexiona sobre las teorías de enseñanza-aprendizaje. Se trata de que los maestros tengan claro, que, a pesar de que las diferentes teorías sobre la enseñanza-aprendizaje difieren en muchos aspectos, hay un cierto consenso en la necesidad y valoración de determinados aspectos. Algunos de estos son: 1) Sensibilidad y atención hacia las construcciones previas del alumno. 2) La utilización de las técnicas del conflicto cognitivo para intentar modificar los errores y concepciones incorrectas del alumno. 3) Uso de diferentes representaciones de los conceptos matemáticos. 4) Reconocer la importancia del contexto: 5) Valorar la diferencia entre las matemáticas populares o de la calle y las matemáticas escolares e intentar usar las primeras para construir las últimas. 6) Poner un mayor énfasis pedagógico en la discusión, la colaboración y la negociación de significados compartidos. 7) Valorar la importancia de la interacción social en el proceso de enseñanza-aprendizaje y 8) Ampliar el foco de interés más allá de las cogniciones y creencias del alumno, incluyendo sus afectos y valores.

Con relación a los dos primeros aspectos de la lista anterior, en la tarea 11 y 12, se explica que conviene distinguir entre dificultad, obstáculo y error, ya que las investigaciones sobre las dificultades no son uniformes en la terminología, pues muchas veces se utiliza indistintamente dificultad y obstáculo. Se explica a los maestros que el concepto de obstáculo fue introducido por Bachelard (1972) y fue trasladado al campo de la didáctica de las matemáticas por Brousseau (1983, 2002), quien le dio un sentido muy determinado. Para poder hablar de obstáculo, según Brousseau, se han de cumplir las siguientes condiciones: 1) Un obstáculo es un conocimiento; 2) El alumno utiliza este conocimiento para producir respuestas correctas en determinadas situaciones que halla con cierta frecuencia. 3) Cuando se utiliza este conocimiento en otro contexto genera respuestas incorrectas, pues una respuesta universal exigirá un punto de vista diferente; 4) El alumno se resiste a las contradicciones que el obstáculo le produce y al cambio del conocimiento antiguo por uno de nuevo y 5) A pesar de que el alumno es consciente de las limitaciones del conocimiento-obstáculo, lo continúa manifestando esporádicamente.

La terminología que se propone en este Diplomado, de acuerdo con Godino, Batanero y Font (2003) es la siguiente:

- Un error es una práctica personal no válida desde el punto de vista de la institución.

- El término dificultad indica el mayor o menor grado de éxito de los alumnos ante una tarea o contenido. Si el porcentaje de respuestas incorrectas es elevado se dice que la dificultad es alta, mientras si dicho porcentaje es bajo, la dificultad es baja.
- Esta práctica se considera que es un obstáculo cuando, realizada en otro contexto, sería válida (por ejemplo, eliminar denominadores).

Desde esta perspectiva, no se puede hablar de la superación de un obstáculo, en el sentido de eliminar prácticas que en determinados contextos son válidas. Por superación de un obstáculo hemos de entender: conseguir un significado personal del alumno suficientemente rico, de manera que la práctica adecuada a un determinado contexto no se manifieste en otro contexto en el que no es válida.

Los maestros participantes han de ser conscientes de:

- Las explicaciones de la psicología comentadas anteriormente.
- La especificidad del conocimiento matemático.
- Que la enseñanza se realiza dentro de un centro escolar;

Se puede hacer la siguiente clasificación de las causas que producen las dificultades relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas:

1) Dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos.

El elevado grado de abstracción y generalización es una de las características específicas de los contenidos matemáticos y una de las posibles causas de las dificultades que presenta su aprendizaje.

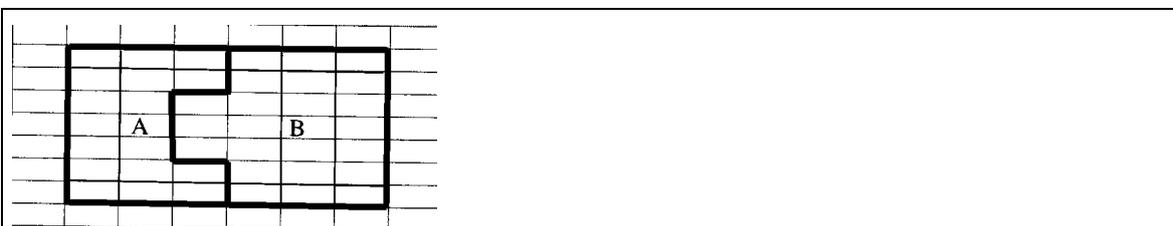
Un estudio epistemológico del contenido que se quiere enseñar, así como un estudio histórico de cómo la sociedad ha construido este conocimiento pueden dar una idea del grado de dificultad potencial de aquello que se quiere enseñar.

Tal como señala Brousseau (1983), a veces el error no se produce por una falta de conocimiento, sino porque el estudiante utiliza un conocimiento que es válido en algunos contextos y/o circunstancias, pero no en otros (se dice que hay un obstáculo). A menudo el origen de los errores no es fácil de identificar, aunque a veces se encuentran ciertos errores recurrentes, para los cuales la investigación en Educación Matemática aporta explicaciones

y posibles maneras de enfrentarlos. Por ejemplo, la ordenación de los números decimales 3'72 y 3'712 es una tarea para la que un alto porcentaje de estudiantes responden que 3'712 es mayor que 3'72, "porque 712 es mayor que 72". Es decir, consideran los números decimales como si fuesen "dos números naturales separados por una coma", y comparan ambos números separadamente.

La superación del obstáculo demanda que el estudiante construya un significado personal suficientemente rico del contenido en cuestión, de manera que la práctica que es eficaz en un cierto contexto no se use en otro en el que no es aplicable. Según Godino, Batanero y Font (2003) es razonable suponer que, si un tipo de error se observa en un cierto número de alumnos de manera constante, su origen se debe buscar en los conocimientos requeridos por la tarea, y no tanto en los propios estudiantes. Estos autores ponen el siguiente ejemplo:

Ejemplo: En el ítem adjunto se obtienen habitualmente porcentajes de respuestas correctas bastante desiguales a las partes a) y b) (del orden del 90% a la a) y del 40% a la b). Alrededor del 40% de alumnos de 6° de primaria afirman que el perímetro de la región B es mayor que el de la A. Estos alumnos consideran que el área y el perímetro son magnitudes relacionadas de manera que varían en el mismo sentido. "A más área, mayor perímetro". Se ve sin dificultad que la parcela B es mayor que la A (área B > área A). Deducen de esto que el perímetro de B será mayor que el de la parcela A.



Un terreno se ha dividido como se indica en la figura. Señalar en cada caso la respuesta que consideres correcta:

- a) - El área de la parcela A es la más grande
- Las dos parcelas tienen igual área
- El área de la parcela B es la más grande.

- b)- El perímetro de la parcela A es el mayor
- Las dos parcelas tienen el mismo perímetro
 - El perímetro de la parcela B es el mayor.

2) Dificultades causadas por secuencias de actividades que no son potencialmente significativas.

Se puede dar el caso de que la propuesta de actividades que presenta el profesor a los alumnos no sea potencialmente significativa, por diferentes causas: a) cuando el profesorado no tiene los contenidos bien estructurados que quiere enseñar, b) cuando los materiales que se han escogido, como por ejemplo los libros de texto, no son claros -ejercicios y problemas confusos, mal graduados, rutinarios y repetitivos, errores de edición, etc. y, c) cuando la presentación del tema que hace el profesorado no es clara ni está bien organizada -no se le entiende cuando habla, habla demasiado rápido, la utilización de la pizarra es caótica, no pone suficiente énfasis en los conceptos clave del tema, etc.-. Este tipo de dificultades son inherentes al profesorado y su posible solución está relacionada con la formación inicial y permanente.

El profesor debe analizar las características de las situaciones didácticas sobre las cuales puede actuar, y su elección afecta el tipo de estrategias que puede implementar con los estudiantes. Estas características suelen denominarse *variables didácticas* y pueden ser relativas al enunciado de los problemas o tareas, o también a la organización de la situación (trabajo individual, en grupo, etc.).

La edad de los alumnos o sus conocimientos previos influyen sobre el éxito de una tarea. Pero sobre estas variables poco puede hacer el profesor en el momento en que gestiona la situación. En consecuencia, no se trata propiamente de variables didácticas.

Ejemplo

En un problema del tipo, "Juan tenía 69 bolas, gana 2. ¿Cuántas bolas tiene ahora?" Los valores numéricos elegidos permiten que el alumno encuentre la solución con la estrategia simple del recuento (69, 70, 71). Si cambia el enunciado de manera que, en lugar de ganar 2

bolas, gana 28, el recuento es una técnica poco eficaz, por lo que el alumno probablemente se verá forzado a usar otros procedimientos.

3) Dificultades que se originan en la organización del centro.

Muchas veces el horario del curso es muy inapropiado, el número de alumnos es demasiado grande, no se puede utilizar el aula de informática, etc. Este tipo de dificultades están relacionadas con la organización del centro. La solución a este tipo de dificultad pasa por una reorganización del centro, ratio de alumnos, la organización del área, y la organización del aula, entre otras.

4) Dificultades relacionadas con la motivación del alumnado.

Puede pasar que las actividades propuestas por el profesorado a los alumnos sean potencialmente significativas y que la metodología sea la adecuada, pero que el alumnado no esté en condiciones de hacerlas suyas porque no está motivado. Este tipo de dificultad está relacionada con la autoestima y la historia escolar del alumnado.

5) Dificultades relacionadas con las discapacidades o bajo nivel de desarrollo psicológico de los alumnos.

En el caso de que se consiga poner al alumno en situación de desequilibrio a causa de un conflicto cognitivo, puede pasar que no esté en condiciones de volver a la situación de equilibrio debido a su nivel de desarrollo psicológico o a algún tipo de discapacidad en el aprendizaje del contenido. Este tipo de dificultad se ha de resolver con una adaptación de los contenidos y de la metodología según la situación de cada alumno.

Ejemplo:

Una de las maneras más habituales para introducir la fórmula de la longitud de una circunferencia en primaria consiste en hacer medir a los alumnos diferentes longitudes y diámetros de objetos circulares como platos, monedas, etc. para que comprueben que el cociente entre la longitud y el diámetro siempre es el mismo y que aproximadamente es 3,14. Para ello, los alumnos pueden rodear con una cuerda el perímetro del plato y luego extenderla sobre una regla para medirla. Si algún alumno no está en la etapa operatoria puede no entender que la longitud de la cuerda no varía al extenderla sobre la regla

6) Dificultades relacionadas con la falta de dominio de los contenidos anteriores.

Puede pasar que el alumno, a pesar de tener un nivel evolutivo adecuado, no tenga los conocimientos previos necesarios para poder aprender el nuevo contenido, y, por tanto, la distancia entre el nuevo contenido y lo que sabe el alumno no es la adecuada. La evaluación inicial puede detectar los contenidos previos que hay que adquirir para conseguir el aprendizaje del contenido previsto.

Ejemplo:

Un alumno con dificultades en el algoritmo de la resta es de esperar que tenga dificultades con el algoritmo de la división

7) Dificultades relacionadas con los significados de los objetos personales de los alumnos.

Puede pasar que los significados de los objetos personales desarrollados por los alumnos posibiliten prácticas que sean consideradas un obstáculo por la institución escolar, las cuales no permitan volver a la situación de equilibrio. Esta dificultad se puede resolver utilizando una evaluación formadora, que permita superar estos obstáculos haciendo las situaciones suficientemente complejas para que el alumno sea consciente de que determinadas prácticas sólo son válidas en determinados contextos.

Estos siete grupos de dificultades citadas están conectadas entre sí y se refuerzan mutuamente, produciendo básicamente dos tipos de efecto:

- Prácticas erróneas que se pueden considerar obstáculos -combinación básicamente de las dificultades 1, 2, 3 y 7-.
- Falta de significado personal -producido por la combinación de las dificultades 1 y 6 -o por las actitudes afectivas hacia las matemáticas -combinación de las dificultades 4 y 5-.

Siguiendo este esquema sobre clasificación de causas de dificultades, nos podemos encontrar con determinados estudiantes cuya dificultad sólo se podrá superar con una adaptación curricular.

Se termina este primer módulo con algunas consideraciones generales sobre la planificación de una unidad didáctica y se les propone la tarea 13. Se trata de consideraciones generales que apuntan hacia los criterios de idoneidad didáctica, que serán trabajados en profundidad en el módulo 4. Por ejemplo, se sugiere que el maestro se formule preguntas del tipo: ¿Se

utilizan recursos y materiales diversos? ¿Estimulan la curiosidad y la creatividad en el alumnado? ¿Conectan con sus intereses?, las cuales en el módulo 4 dan lugar a indicadores o componentes de los criterios de idoneidad didáctica

Para los módulos siguientes se hará una presentación menos sucinta, aunque en el módulo 2 se comentará, a modo de ejemplo, como se introduce la reflexión sobre la importancia de tener en cuenta mostrar el mayor número posible de los diferentes sentidos (o significados parciales) de la noción matemática que se quiere enseñar, utilizando como contexto de reflexión las nociones de número, suma y resta explicadas en el módulo 2.

Tabla 17. Mes 2.

Módulo 2. MATEMÁTICAS Y SU DIDÁCTICA I

Objetivo General. Este módulo tiene como primera finalidad desarrollar las capacidades de enseñar la construcción del número, así como su importancia. También se profundiza en los contenidos de aritmética y su didáctica, así como con los contenidos de medida y su didáctica.

SEMANA 1	Objetivos Específicos	Contenidos	Metodología		Estrategias	Recursos
			Actividades	Técnicas		
Día 1 1:00 pm 3:30 pm	Conocer el proceso de construcción del número tanto en el ámbito personal como histórico-social. Conocer los diferentes contextos de uso a partir de los cuales se construye el número. Conocer el sistema decimal y sus ventajas frente a otros sistemas de numeración.	Números y operaciones <ul style="list-style-type: none"> • Conceptos • Sistema de Numeración Decimal. • Números naturales 	En cuanto al trabajo autónomo, la metodología consistirá en el estudio personal, la lectura y comentario de artículos y la realización de actividades prácticas, elaboración de secuencias didácticas y actividades de aplicación. Explicación oral del proceso seguido en la realización de cálculos y en la resolución de problemas numéricos.	Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.	Trabajo individual. Discusión dirigida. Reflexión.	Personas en el grupo Foro. Evaluaciones
Día 2 1:00 pm 3:30 pm						
Día 3 1:00 pm 3:30 pm						
Día 4 1:00 pm 3:30 pm						
Día 5 1:00 pm 3:00 pm						
SEMANA 2	Objetivos Específicos	Contenidos	Metodología		Estrategias	Recursos
			Actividades	Técnicas		
Día 1 1:00 pm 3:30 pm	Conocer el sistema decimal y sus ventajas frente a otros sistemas de numeración.	• fraccionarios y decimales.	En cuanto al trabajo autónomo, la metodología consistirá en el estudio personal, la lectura y comentario de artículos y la realización de actividades prácticas, elaboración de	Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.	Trabajo individual. Discusión dirigida. Reflexión.	Personas en el grupo Chat. Evaluaciones.
Día 2 1:00 pm 3:30 pm	Distinguir entre operación y algoritmo. Conocer los	• Las operaciones de suma y resta.				
Día 3						

1:00 pm 3:30 pm	diferentes sentidos de las cuatro operaciones.	<ul style="list-style-type: none"> Reglas de uso de la calculadora. 	secuencias didácticas y actividades de aplicación.				
Día 4 1:00 pm 3:30 pm	Saber explicar de manera significativa los diferentes algoritmos de lápiz y papel. Además de promover el uso de materiales, de la calculadora y de programas informáticos en el diseño de actividades.						Explicación oral del proceso seguido en la realización de cálculos y en la resolución de problemas numéricos.
Día 5 1:00 pm 3:00 pm	Conocer las características de los problemas aritméticos y las estrategias para su resolución.						
SEMANA 3	Objetivos Específicos	Contenidos	Metodología		Estrategias	Recursos	
			Actividades	Técnicas			
Día 1 1:00 pm 3:30 pm	Distinguir entre operación y algoritmo. Conocer los diferentes sentidos de las cuatro operaciones.	<ul style="list-style-type: none"> Multiplicación y división. Reglas de uso de la calculadora. 	Explicación oral del proceso seguido en la realización de cálculos y en la resolución de problemas numéricos.	Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.	Trabajo individual. Discusión dirigida. Reflexión.	Personas en el grupo Correo interno. Evaluaciones	
Día 2 1:00 pm 3:30 pm	Saber explicar de manera significativa los diferentes algoritmos de lápiz y papel. Además de promover el uso de materiales, de la calculadora y de programas informáticos en el diseño de actividades.						Utilización de la calculadora de cuatro operaciones y decisión sobre la conveniencia o no de usarla atendiendo a la complejidad de los cálculos y a la exigencia de exactitud de los resultados.
Día 3 1:00 pm 3:30 pm							
Día 4 1:00 pm 3:30 pm							
Día 5 1:00 pm 3:00 pm	Conocer las características de los problemas aritméticos y las estrategias para su resolución.						Se analizará relaciones entre cantidades, además

SEMANA 4	Objetivos Específicos	Contenidos	de reconocer estructuras, cambios, generalizaciones y modelizar.		Estrategias	Recursos
			Metodología			
			Actividades	Técnicas		
Día 1 1:00 pm 3:30 pm	<p>Reconocer los conceptos de magnitud y medida. Darse cuenta de la imposibilidad de medir sin definir previamente una unidad.</p> <p>Entender la necesidad de establecer un sistema de unidades de medida internacional que permita escoger la más conveniente en cada caso. Valorar la importancia histórica y social de la introducción del SMD.</p>	<p>La medida</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conceptos • Necesidad y funciones de la medición: Unidades no convencionales. Medidas directas e indirectas. Medidas exactas y aproximadas. Error de medida. • Las unidades de medida del Sistema Métrico Decimal: (longitud, Otras unidades de longitud, Múltiplos y divisores, superficie, capacidad, masa). • Las unidades de medida de tiempo: Unidades. Expresión compleja del tiempo. • Utilización de unidades para medir longitudes, masas y tiempo. Cambios de unidades. Cálculo con potencias de 10. Cálculo con expresiones en forma compleja. 	<p>Reconocimiento de distintas unidades de medida, instrumentos y estrategias no convencionales; elección de una posible unidad para establecer una medida; y comprensión de la necesidad de expresar la unidad de medida utilizada.</p> <p>Comparación de longitudes, pesos y capacidades de manera directa e indirecta.</p> <p>Medir periodos de tiempo y objetos (longitud, masa y capacidad) con unidades de medida no convencionales (palmos, pasos, baldosas...) y convencionales (metro, centímetro, kilogramo, litro, hora, día, semana y mes), utilizando en cada caso los instrumentos más adecuados a su alcance, y</p>	<p>Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.</p>	<p>Trabajo individual.</p> <p>Discusión dirigida.</p>	<p>Personas en el grupo</p> <p>Foro.</p> <p>Evaluaciones</p>
Día 2 1:00 pm 3:30 pm	<p>Conocer las principales dificultades de los alumnos de primaria con relación al aprendizaje de la medida de las diferentes magnitudes (longitudes, masas y tiempo).</p>					
Día 3 1:00 pm 3:30 pm	<p>Distinguir entre medida directa e indirecta. Tener conciencia de</p>					
Día 4						

1:00 pm 3:30 pm	la importancia de la medida directa para una buena construcción de la medida de las diferentes magnitudes.	<ul style="list-style-type: none"> • Uso de la balanza, reglas, cintas métricas y relojes. 	expresar el valor de objetos con diferentes monedas y billetes según su precio.			
Día 5 1:00 pm 3:00 pm	Noción de magnitud. Magnitudes discretas y continuas. Medida de una magnitud. Unidad de medida. Tipo de unidades. Sistema métrico decimal.					

En este módulo, a diferencia de lo que se ha hecho en el módulo 1, solo se comentará la gestión de algunas de las tareas del módulo. En particular, se comentará, a modo de ejemplo, como se introduce la reflexión sobre la importancia de tener en cuenta mostrar el mayor número posible de los diferentes sentidos (o significados parciales) de la noción matemática que se quiere enseñar, utilizando como contexto de reflexión las nociones de número, suma y resta explicadas en el módulo 2. Dicha reflexión, posteriormente, en el módulo 4 se retomará y se convertirá en un indicador del componente “Muestra representativa de la complejidad de significados de la noción matemática que se quiere enseñar” del criterio de idoneidad epistémica.

Se trata de ilustrar como se introducen en este Diplomado, los criterios de idoneidad didáctica, sus componentes e indicadores. Para ello, se siguen los pasos siguientes: 1) en los módulos 1, 2 y 3 se trabajan algunos indicadores y componentes de manera aislada (este es el paso que estamos ilustrando aquí con detalle), 2) en el último módulo final se les pone una narrativa de una maestra sobre la observación que esta hizo de la clase de otra maestra y se les pide, entre otras preguntas, que propongan una mejora de la implementación de la tarea observada. 3) Se explica que esta consigna pide mejorar las tareas y se les plantea la pregunta ¿qué criterios se deben tener en cuenta para mejorar una secuencia de tareas? 4) se presenta un video donde se reflexiona sobre esta pregunta y se introducen por primera vez los CI, haciéndoles observar que algunos de ellos han sido tenidos en cuenta cuando han sugerido cómo mejorar la tarea. 5) Se explica que La noción de idoneidad didáctica, está compuesta por seis criterios de idoneidad didáctica parciales, cada uno, a su vez, desglosado en componentes e indicadores, cuya función es señalar aspectos a mejorar en la práctica del profesor y que algunos de estos componentes e indicadores ya han aparecido en los módulos anteriores. Por ejemplo, en la sección 1.1 se reflexionó sobre la importancia de que al enseñar matemática se haga a partir de contextos reales y próximos al estudiante y se les hace observar que esta reflexión nos sugiere el componente <<intereses y necesidades>> y los indicadores <<Selección de tareas de interés para los alumnos>> y <<Proposición de situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional>> de la idoneidad emocional. 6) Se presenta la lista completa de criterios, componentes e indicadores y algunos de ellos se relacionan con reflexiones realizadas en los

módulos anteriores. Por último, ellos tienen que diseñar una secuencia de tareas, implementarlas y valorar usando los CI.

Comentarios sobre la implementación de algunas tareas del segundo módulo relacionadas con la construcción del número y las nociones de suma y resta

Según Godino (2004), en una primera aproximación, podemos decir que los números naturales son cualquier sistema de "objetos" (símbolos, marcas, materiales concretos, palabras, ...), perceptibles o pensados, que se usan para informar del cardinal de los conjuntos y para ordenar sus elementos, indicando el lugar que ocupa cada elemento dentro del conjunto. El sistema más común es el de las palabras: cero, uno, dos, tres, ...; y los símbolos, 0, 1, 2, 3, ... Para poder ser usados en las situaciones de recuento y ordenación estos sistemas de objetos numéricos deben tener una estructura recursiva específica, que se concreta en los llamados axiomas de Peano. El número natural responde a la cuestión, ¿cuántos elementos tiene este conjunto? (recuento del número de elementos) y en estas circunstancias se habla de número cardinal. Para hallar el cardinal de un conjunto se le pone en correspondencia biyectiva con una parte del conjunto de los números naturales, pero fijándose sólo en el número atribuido al último elemento que se cuenta. Los números naturales también se pueden usar para ordenar un conjunto y entonces se habla de número ordinal.

La noción de número natural surge de la fusión de los conceptos de número cardinal y ordinal, identificación que se realiza mediante el postulado fundamental de la aritmética: "El número cardinal de un conjunto coincide con el número ordinal del último elemento, y es siempre el mismo cualquiera que sea el orden en que se haya efectuado el recuento". El número cardinal resulta de considerar, no un elemento, sino todo el conjunto, prescindiendo de la naturaleza de los elementos que lo componen y del orden en que se consideran. El número ordinal resulta de prescindir de la naturaleza de los objetos y teniendo en cuenta solamente el orden. La reflexión sobre el cardinal y ordinal y sobre las operaciones que se realizan sobre ellos permite identificar una misma estructura operatoria, lo que lleva a hablar del "número natural".

La reflexión de los matemáticos sobre las propiedades y técnicas anteriores lleva a definir el conjunto de números naturales N de diversas formas que se resumen a continuación.

1) Axiomas de Peano. Esta formalización se basa en ideas muy sencillas: Consideramos como conjunto de los números naturales todo conjunto tal que cada elemento tiene un único siguiente, hay un primer elemento, y contiene todos los elementos siguientes de los anteriores. Los conjuntos que tienen estas propiedades se llaman conjuntos naturalmente ordenados o conjunto de números naturales.

Un conjunto de objetos (N) se dice que está naturalmente ordenado (y por tanto, se puede usar para contar y ordenar otros conjuntos de objetos de cualquier naturaleza) si cumple las siguientes condiciones:

1. A cada objeto le corresponde otro que se llama su siguiente o sucesor.
2. Existe un primer elemento, 0 , que no es sucesor de ningún otro elemento.
3. Dos elementos diferentes de N no pueden tener el mismo sucesor (la función sucesor es inyectiva).
4. Todo subconjunto de N que contiene el 0 y que contiene el sucesor de cada uno de sus elementos coincide con N (principio de inducción).

En lugar de usar subconjuntos, el principio de inducción puede formularse con propiedades diciendo que toda propiedad de los números válida para 0 y que, siendo válida para n , lo es también para $n+1$, es verdadera para todos los números naturales.

2) Clases de equivalencia. En este caso nos basamos en la idea de que dos conjuntos de objetos que tienen el mismo cardinal son “equivalentes” y todos los conjuntos equivalentes forman una misma clase de conjuntos: conjuntos vacíos, conjuntos con 1, 2, 3, elementos... Puesto que el conjunto de estas clases está naturalmente ordenado, proporciona una posible definición de N .

Sea F el conjunto de todos los conjuntos finitos. $F = \{A, B, C, \dots\}$. El conjunto cociente (N) = $\{[A], [B], [C], \dots\}$ formado por todas las clases de equivalencia producido en F por la relación de coordinabilidad, es un conjunto naturalmente ordenado. La relación de orden se define de la siguiente manera: dadas dos clases, $[A]$, $[B]$ diremos $[A] \leq [B]$ si existe una correspondencia entre dos representantes A y B de dichas clases que sea inyectiva. Esto ocurre cuando el cardinal de la primera clase es menor que el de la segunda.

La relación binaria \leq definida entre las clases es una relación de orden total en N por cumplir las propiedades reflexiva, antisimétrica y transitiva. Esta relación binaria es una relación de orden total. Además, es una buena ordenación ya que cualquier subconjunto tiene primer elemento; cada elemento tiene su siguiente y no hay ningún número intermedio entre ambos.

La clase vacía \emptyset se representa por la notación 0, la clase unitaria por 1, la clase binaria por 2, etc. En la práctica el conjunto de clases de equivalencia $N = \{[A], [B], [C], \dots\}$ se sustituye por el sistema de símbolos $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$. Cada símbolo representa a una clase de equivalencia y es también llamado el cardinal o número de elementos de cada conjunto de la clase.

Ordenar un conjunto A es ponerlo en biyección con una parte del conjunto ordenado de N , pero atribuyendo a cada elemento de A un número fijo de N , que se llama su número ordinal, o número de orden. Así al elemento al que atribuimos el número 1 le llamamos primero (1°), al que atribuimos 2, le llamamos segundo (2°), etc. al que atribuimos el número mayor de todo el subconjunto N le llamamos último; al anterior, penúltimo; al anterior a éste, antepenúltimo. Por tanto, el número que forma pareja con un elemento determinado del conjunto A es el número ordinal de dicho elemento. Aquí, a diferencia de lo que ocurría en la operación de contar, es esencial la forma de efectuar los apareamientos, es decir, el orden en que se van tomando los elementos del conjunto A . A cada apareamiento le corresponde una ordenación del conjunto.

Los maestros no necesitan conocer formalmente el conjunto N tal como se ha comentado anteriormente, pero si conocer de manera de menos formal alguna de sus características. Por tanto, antes de abordar la problemática del diseño de secuencias didácticas, se comienza este módulo con la siguiente tarea:

Tarea 1: a) ¿Qué son los números? ¿Cuándo se puede decir que un alumno ha adquirido el concepto de número?

b) Estoy leyendo la página 20 de un libro de 360 páginas. ¿Qué tipo de pregunta permiten contestar estos números?

El objetivo de la primera parte de esta tarea es que se entienda que podemos considerar que una persona ha adquirido el concepto de número cuando se han captado las relaciones siguientes: 1) La naturaleza de los objetos que se van a contar no tiene importancia

(conjuntos de objetos diferentes tienen una propiedad en común: el número), 2) El orden en que los objetos son contados no influye en el resultado final y 3) El último elemento contado nos da el número total de objetos. Reconocer el último elemento contado como aquel que responde a la pregunta ¿Cuántos elementos tiene el conjunto que queremos contar? Es el paso más difícil.

A continuación, en la segunda parte de esta tarea, se trabaja el aspecto cardinal y ordinal del número y su relación. El objetivo de este tipo de preguntas es que entiendan que el aspecto cardinal de los números permite clasificar los conjuntos de objetos agrupando todos los que tienen la propiedad de tener el mismo número de objetos gracias a la relación "tantos, como...". El aspecto ordinal permite ordenar los conjuntos de objetos gracias a las relaciones "más que" y "menos que".

Seguidamente, en la

Tarea 2: Consulta el siguiente PowerPoint donde encuentra las diferentes maneras de explicar la construcción del número en las primeras edades y lee la siguiente lectura que profundiza en una de ellas. Envía tus comentarios al foro.

se explica primero el punto de vista de Piaget sobre la construcción del número y las consecuencias curriculares de este punto de vista. Según Piaget, para comprender y aplicar los números naturales es necesario entender tanto su aspecto cardinal como ordinal, así como la relación entre estos dos aspectos (el hecho de que un elemento sea el séptimo en una serie (ordinal) quiere decir que hay un conjunto de seis elementos que le anteceden (cardinal). Piaget dice que esta comprensión del concepto de número se consigue aproximadamente entre los 6 y 8 años. Para que esta construcción del concepto de número sea posible, hay unas ideas lógicas que son los pre-requisitos mínimos para afrontar con éxito la construcción del número. Estas ideas lógicas son: 1) la conservación de la cantidad, 2) la correspondencia término a término, 3) la seriación y 4) la inclusión de la parte en el todo. Según Piaget estos conceptos lógicos anteceden a los numéricos y son necesarios para una verdadera comprensión del concepto de número ya que: 1) El dominio de la correspondencia término a término permite emparejar los elementos de los conjuntos y captar el número como una propiedad común a todos los conjuntos que se pueden poner en correspondencia término a término, 2) La conservación de la cantidad permite entender que el número de objetos de

una colección no varía al modificar su configuración espacial, 3) La seriación de conjuntos en función del número de sus elementos y la inclusión de la parte en el todo permite entender el hecho que si un elemento es el séptimo en una serie (ordinal) quiere decir que hay un conjunto de seis elementos que le anteceden (cardinal) y que el número siete no es el nombre del séptimo objeto de una serie, sino el cardinal de un conjunto formado por un subconjunto de 6 elementos al que se le ha añadido un elemento.

También se explican las consecuencias curriculares, sobre todo en la etapa de educación preescolar, del punto de vista que considera que para la construcción del concepto de número es necesario trabajar primero los requisitos lógicos. Según este punto de vista, la secuencia didáctica a seguir es la siguiente: a) Trabajar la lógica (colecciones, atributos, clasificaciones, seriaciones, ordenaciones, etc.), b) Trabajar los cuantificadores (muchos, pocos, ninguno, etc.). c) La relación de equivalencia "tantos como...", d) Las relaciones de orden "menos que" y "más que", e) Inicio de la serie de los números naturales aplicando la relación "tantos como y uno más", f) Contar, g) Relacionar las cifras con la cantidad que representan. h) Operaciones, i) Composición y descomposición de números, j) Números mayores que 10.

A continuación, se comenta como el punto de vista de Piaget fue cuestionado por todos los que consideraban que la comprensión del número evoluciona lentamente como resultado directo de las experiencias de contar. Por ejemplo, según Barody (1988) los conceptos numéricos y las experiencias de contar significativamente se desarrollan de manera gradual, paso a paso, y son el resultado de aplicar técnicas para contar y conceptos cada vez más sofisticados. Al principio, los niños pequeños suelen aprender los números de una manera mecánica para después ir construyendo gradualmente significados cada vez más profundos sobre los números y las técnicas de contar. A medida que aumenta su comprensión del número y de las técnicas de contar, los niños aplican los números y las técnicas de contar de una manera más compleja y, recíprocamente, esta creciente sofisticación desemboca en una mejor comprensión. Este punto de vista considera que las situaciones problemáticas en las que los alumnos han de contar pueden ser actividades motivadoras que faciliten adquirir la conservación de la cantidad. A continuación, se relaciona esta idea con el concepto de zona de desarrollo próximo de Vygotski (1977).

Las implicaciones curriculares del punto de vista que prioriza las actividades de contar en la construcción del número también son importantes. Destaca, por una parte, la poca importancia que se da a trabajar la lógica en la educación infantil y en el primer ciclo de primaria, y, por otra parte, la importancia que se da a la presentación de juegos y actividades, cada vez más complejas, en las que los alumnos han de ir desarrollando la técnica de contar al mismo tiempo que van descubriendo los principios relacionados con ella -capacidad para discernir los conjuntos que se pueden contar de los que no, capacidad para utilizar la serie numérica en el orden establecido, principio de correspondencia entre objetos y términos de la serie numérica, irrelevancia del orden, el último elemento contado responde a la pregunta cuántos, la equivalencia y no equivalencia de conjuntos, conservación de la cantidad y los efectos de añadir o sacar elementos, etc.

Con relación a la controversia anterior el objetivo es que entiendan que son puntos de vista que se posicionan sobre la pregunta ¿qué son los números? y la responden de manera diferente. En el primer punto de vista la respuesta es: la propiedad común a todas las colecciones que se pueden poner en correspondencia uno-a-uno. Por lo tanto, la propuesta didáctica consiste en presentar contextos concretos que permitan al alumno construir este significado, y, una vez construido, presentar situaciones reales que le permitan aplicarlo. Desde esta perspectiva, el concepto tiene un sólo significado y se tiene que procurar que la manera de utilizarlo en la clase responda a este significado. En el segundo punto de vista la respuesta es: un emergente de las prácticas de contar. Desde esta perspectiva, el concepto será el resultado de la realización de actividades de contar.

La tarea 2 finaliza con una reflexión en la que se hace observar que, si además de preguntarnos qué son los números, nos preguntamos ¿Cómo y dónde se usan los números? podemos integrar estos dos puntos de vista en uno de más general. Se trata de que los maestros sean conscientes de que los fenómenos que organizan los números son, fundamentalmente, los que conllevan la necesidad de contar, localizar y medir, pero que los números se utilizan en muchos contextos diferentes, algunos de los cuales cada vez son más importantes en nuestra sociedad. En efecto, los números se usan en contextos de comunicación (auto comunicación) diferentes, por ejemplo: contexto de secuencia, contexto de recuento, contexto cardinal, contexto ordinal y contexto de código. En cada uno de estos contextos de uso, el concepto de número tiene un significado concreto (sentido), por

ejemplo, los números de teléfono (contexto de código) no se pueden sumar, mientras que los números en un contexto cardinal sí. A partir de los diferentes significados concretos aparece una red de significados del concepto número. Esta red de significados puede ir cambiando a medida que la persona utiliza el concepto de número en situaciones nuevas, como por ejemplo en un contexto de medida. En efecto, como resultado de la utilización de los números en un contexto de medida, el alumno se puede ver obligado a ampliar y cambiar la red de significados que había construido a partir de los otros contextos. Desde esta perspectiva, la propuesta didáctica para la enseñanza del número consistirá en presentar situaciones problemáticas en la mayor cantidad posible de contextos diferentes que puedan dar sentido al concepto de número.

Para que los maestros sean conscientes de los diferentes sentidos o significados parciales que tienen los números en los diferentes contextos de uso se les propone la tarea 3:

Tarea 3: Comenta el sentido que tienen los números en las siguientes actividades:

La maestra:

1. Reparte agendas y propone la confección de una agenda con los números de teléfono de todos los alumnos de la clase.
2. Pregunta cuántos alumnos han faltado a clase.
3. Ordena los alumnos por el mes (o el día) de nacimiento.
4. Pregunta el número de zapatos a los alumnos.
5. Pregunta cuántos alumnos hay en total si hay 12 niños y 11 niñas.
6. Los alumnos juegan al Escondite.

Como tarea de ampliación del punto de vista de la construcción del número de Piaget, se les sugiere a los maestros la observación, en un video, del comportamiento de niños que están en la etapa preoperatoria y de niños que ya se encuentran en la etapa operatoria, al afrontar tareas que implican la conservación de la cantidad. También se les propone la lectura de unas diapositivas en las que se concreta en tareas la secuencia didáctica para la construcción del número, derivada de las ideas de Piaget, que retrasa las técnicas de contar. Por último, se les pide que averigüen si los materiales de preescolar que usan en su escuela tienen presente (o no) este punto de vista.

La actividad realizada con estas tareas permite institucionaliza la siguiente reflexión:



Reflexión:

Desde esta perspectiva, la propuesta didáctica consistirá en presentar situaciones problemáticas en la mayor cantidad posible de contextos diferentes que puedan dar sentido al concepto de número.

Esta reflexión, posteriormente, en el módulo 4 se retomará y se convertirá en un indicador del componente “Muestra representativa de la complejidad de significados de la noción matemática que se quiere enseñar”

Para el caso de la suma y la resta se sigue una estrategia similar. Lo primero que se enfatiza con relación a las operaciones de sumar y restar es que no hay que confundir la operación con la manera de efectuarla (algoritmo). A continuación, se remarca que la suma es una operación interna en el sentido que al sumar dos números naturales obtenemos otro número natural y se la representa de dos maneras diferentes: 1) Simbólicamente: por ejemplo, $4+3$ y 2) Gráfica y simbólicamente sobre la recta. A continuación, se comenta los diferentes sentidos que damos al término suma. Por una parte, entendemos por suma de dos colecciones disjuntas de objetos el cardinal de la unión. Por ejemplo, suponemos que en un cajón tenemos una bolsa con 5 lápices y otra bolsa con 4 lápices, $5+4$ es el número de lápices que se obtienen al vaciar las dos bolsas en el cajón. Por otra parte, la suma se puede interpretar como "seguir contando".

Con relación a la resta se actúa de manera análoga a la suma. Primero se remarca que la resta, a diferencia de la suma, no es una operación interna en el sentido de que al restar dos números naturales podemos obtener números negativos, y se la representa de dos maneras diferentes: 1) Simbólicamente: por ejemplo, $4-3$ y 2) Gráfica y simbólicamente sobre la recta. A continuación, se comentan los diferentes sentidos que damos al término resta. Por una parte, entendemos por resta la acción de "sacar" o "eliminar" objetos de una colección. Por ejemplo, tenemos 5 lápices y regalamos dos, $5-2$ es el número de lápices que se obtienen al sacar dos lápices. Por otra parte, entendemos por resta la acción de "comparar". Por ejemplo, hay 3 pelotas y 5 niños, $5-3$ es el número de niños que se queda sin pelota. Por otra parte, la resta se puede interpretar como "contar hacia atrás". Por ejemplo, $5-2$ es el número

que resulta de contar hacia atrás dos a partir de cinco. Por último, se puede entender la resta como el número que hay que sumar a un número dado para obtener otro también dado. Por ejemplo, $8-3$ es 5 porque 5 es el número que hay que sumar a 3 para obtener 8. Se les hace observar que este último sentido es el que se utiliza para definir la resta.

Con estas explicaciones se pretende institucionaliza la siguiente reflexión, que va en la misma línea que la realizada al estudiar la construcción del número:



Reflexión: Las nociones matemáticas que debemos explicar, son complejas ya que tienen diferente sentidos. Por tanto sería conveniente explicar estos diferentes sentidos y conectarlos adecuadamente.



Tabla 18. Mes 3.

Módulo 3. MATEMÁTICAS Y SU DIDÁCTICA II

Objetivo General. Este módulo tiene como primer objetivo tratar la didáctica de la geometría y la de las magnitudes geométricas. También se pretende que los maestros puedan experimentar y conocer las características de una "investigación geométrica". Después de la geometría se hace una breve introducción a la estadística y la probabilidad.

SEMANA 1	Objetivos Específicos	Contenidos	Metodología		Estrategias	Recursos
			Actividades	Técnicas		
Día 1 1:00 pm 3:00 pm	Comprender patrones, relaciones, y funciones	<ul style="list-style-type: none"> Álgebra Introducción. 	Se utilizará una plataforma interactiva con una metodología que combinará la clase expositiva con la resolución de problemas, comentario de artículos, análisis de videos y el estudio de casos. Resolución de secuencias didácticas propuestas por el instructor, análisis de los contenidos Matemática involucrados en función de la propuesta didáctica.	Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.	Trabajo individual. Foros.	Personas en el grupo Sitio web. Evaluaciones
Día 2 1:00 pm 3:00 pm	Representar y analizar situaciones matemáticas y estructuras usando símbolos algebraicos.	<ul style="list-style-type: none"> ¿Álgebra en educación primaria? De la generalización de la aritmética al 				
Día 3 1:00 pm 3:00 pm	Usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas.	<ul style="list-style-type: none"> razonamiento algebraico. 				
Día 4 1:00 pm 3:00 pm	Escribir e interpretar expresiones matemáticas que representan cantidades dadas.	<ul style="list-style-type: none"> Patrones como actividad de generalización. 				
Día 5 1:00 pm 3:00 pm	Identificar y sustituir el número que falta en una tabla o en una expresión matemática. Plantear y resolver problemas a partir de una situación dada.	<ul style="list-style-type: none"> Letras y su uso para, simbolizar números. Expresiones algebraicas. Valor numérico de una expresión algebraica. 				

SEMANA 2	Objetivos Específicos	Contenidos	Metodología		Estrategias	Recursos
			Actividades	Técnicas		
Día 1 1:00 pm 3:00 pm	1. Analizar el papel de la geometría en la educación primaria, sus finalidades y su desarrollo en dicha etapa.	<ul style="list-style-type: none"> • Letras para expresar relaciones, igualdades, identidades y ecuaciones. • La geometría en Grecia. • Los objetos de la geometría del plano: triángulos, cuadriláteros, polígonos y otras figuras del plano con sus clasificación, descomposición, construcción y visualización. 	Al inicio de cada sesión el instructor presentará los elementos teóricos y metodológicos relacionados con Geometría, haciendo énfasis en los aspectos más relevantes, y se Comparación y clasificación de figuras y cuerpos geométricos utilizando diversos criterios.	Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.	Trabajo individual. Discusión dirigida.	Personas en el grupo Listados Evaluaciones
Día 2 1:00 pm 3:00 pm	Experimentar y conocer las características de una "investigación geométrica".	<ul style="list-style-type: none"> • Cuerpos geométricos (Los poliedros. Elementos y construcción, Esfera, círculo y circunferencia. Los cuerpos de revolución. Superficie esférica) • Materiales y recursos para trabajar los cuerpos geométricos. • La resolución de problemas en geometría. Problemas de construcción y utilización del programa Geogebra. • Representaciones planas de los cuerpos geométricos. La estructuración del espacio: orientación y localización 	Formación de figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras por composición y descomposición.			
Día 3 1:00 pm 3:00 pm	Comprender que la enseñanza de la geometría pretende conseguir el conocimiento del espacio en el alumno de primaria (sistema de representación egocéntrico, a partir de un sistema de coordenada).		Interpretación y descripción verbal de croquis, planos, maquetas y mapas.			
Día 4 1:00 pm 3:00 pm			Exploración de las relaciones geométricas entre los elementos de la circunferencia (diámetro, radio, cuerda y arco) y de las figuras planas regulares e irregulares tanto convexas como			
Día 5 1:00 pm 3:00 pm	Conocer los contenidos de la geometría plana y del espacio correspondientes al currículum					

	de primaria y los criterios de su secuenciación por grados	(Microespacio, meso espacio y macro espacio).	cóncavas (ángulos y lados), especialmente triángulos y cuadriláteros (base y altura), en gráficos, materiales y programas informáticos.			
SEMANA 3	Objetivos Específicos	Contenidos	Metodología		Estrategias	Recursos
			Actividades	Técnicas		
Día 1 1:00 pm 3:00 pm	Conocer y utilizar los materiales para la construcción y manipulación de figuras planas y sólidos, los instrumentos de dibujo (regla, escuadra y compás), así como la computadora, en el área de especial el programa Geogebra, para resolver problemas de construcción. Valorar el papel que juega el lenguaje y la visualización para relacionar los cuerpos geométricos con sus representaciones bidimensionales (perspectivas y proyecciones, mapas, maquetas). Conocer las siguientes transformaciones geométricas: traslación, simetría y rotación (ángulos y giros; cenefas y	<ul style="list-style-type: none"> • Transformaciones topológicas, proyectivas y euclídeas. Los movimientos y la forma de los objetos, según estudios de Piaget. • Traslaciones, giros y simetrías, Cenefas y Mosaicos. • Concepto de área. Unidades estándar y arbitrarias. Composición y descomposición de figuras planas. Equivalencia. Cálculo de áreas por métodos aproximados. Triangulación. Cálculo indirecto de áreas de algunas figuras básicas utilizando fórmulas. • Concepto de volumen. Unidades arbitrarias y estándar. • Igualdad de forma. Semejanza de figuras. 	Interés por la precisión en la descripción, comparación, medición y representación de formas geométricas, reconociendo la congruencia y la semejanza entre figuras.	Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.	Trabajo individual. Discusión dirigida.	Personas en el grupo Chat Foros
Día 2 1:00 pm 3:00 pm						
Día 3 1:00 pm 3:00 pm						
Día 4 1:00 pm 3:00 pm						
Día 5 1:00 pm 3:00 pm						

	mosaicos) y los criterios de su secuenciación por ciclos.	<ul style="list-style-type: none"> • Reducción y ampliación de figuras. Escalas. Triángulos semejantes. • Aplicación al cálculo de alturas y distancias. 				
SEMANA 4	Objetivos Específicos	Contenidos	Metodología		Estrategias	Recursos
			Actividades	Técnicas		
Día 1 1:00 pm 3:00 pm	<p>Analizar el proceso de construcción de la medida de ángulos, superficies y de volúmenes, contemplando tanto los aspectos conceptuales como las técnicas para el cálculo de áreas y volúmenes.</p> <p>Valorar la importancia que tiene la estadística en el mundo actual.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • La recogida y registro de datos sobre objetos y fenómenos. • Análisis de datos. • Población y muestra • Variable estadística • Tablas de frecuencias. • Medidas de centralización y dispersión. • Gráficos estadísticos. • Determinación de la gráfica adecuada a una situación dada. • La calculadora y las hojas de cálculo y su incidencia en la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos estadísticos. • Diseño y construcción de situaciones para trabajar la estadística y el azar, utilizando las tablas de números aleatorios, la calculadora científica y el ordenador para simular experiencias aleatorias. 	<p>Realización de encuestas cuyas respuestas se expresen con dos o más posibilidades.</p> <p>Recogida de datos en contextos familiares y cercanos, y su organización mediante esquemas, dibujos, gráficos, etc.</p> <p>Descripción verbal, obtención de información cualitativa e interpretación de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos.</p> <p>Distinción entre suceso seguro, imposible y posible, pero no seguro, en situaciones de juego y en experiencias relacionadas con su vida cotidiana.</p> <p>Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos,</p>	<p>Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.</p>	<p>Trabajo individual.</p> <p>Discusión dirigida.</p>	<p>Personas en el grupo</p> <p>Listados</p> <p>Evaluaciones</p>
Día 2 1:00 pm 3:00 pm	<p>Valorar, de manera crítica, la información estadística acompañada de gráficos.</p> <p>Sistematizar la información que se extrae de un gráfico estadístico para presentarla numéricamente, en forma de tabla.</p>					
Día 3 1:00 pm 3:00 pm	<p>Recoger datos mediante métodos distintos con el objetivo de realizar el proceso de tabulación, que permitirá,</p>					
Día 4 1:00 pm						

3:00 pm	posteriormente, presentar la información de forma gráfica.		bajo una correcta interpretación matemática.			
Día 5 1:00 pm 3:00 pm	Escoger el gráfico más adecuado.		Inicio en la comprensión y uso de términos como frecuencia absoluta y relativa con respecto.			

Tabla 19. Mes 4.

Módulo 4. INTERVENCIÓN Y REFLEXIÓN SOBRE LA PROPIA PRÁCTICA.

Objetivo General. Al finalizar el módulo, el participante diseñará e implementará una secuencia de tareas haciendo uso de contenidos didácticos con cualquier tema dado en los módulos anteriores. También hará una valoración de la implementación usando los criterios de idoneidad didáctica.

SEMANA 1	Objetivos Específicos	Contenidos	Metodología		Estrategias	Recursos
			Actividades	Técnicas		
Día 1 1:00 pm 3:30 pm	Al término de esta unidad, el participante identificará los elementos esenciales para construir ambientes y situaciones de aprendizaje.	<ul style="list-style-type: none"> • Características de un ambiente de aprendizaje. Tipos de tareas. Aprendizaje colaborativo • Recursos didácticos. El papel de los materiales manipulativos para la enseñanza de las matemáticas. Criterios de selección y elaboración. El laboratorio de matemáticas. Recursos específicos para los bloques del currículo. Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC): GeoGebra, recursos de internet, etc. Plataformas de trabajo cooperativo 	El participante estará en condiciones de describir (ilustrar, relacionar y seleccionar) diferentes tipos de aprendizajes, presentando una breve caracterización de los diferentes tipos de aprendizajes del diplomado vinculando sus contribuciones con el perfil del egresado.	Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.	Trabajo individual. Discusión dirigida.	Personas en el grupo Correo interno. Evaluaciones
Día 2 1:00 pm 3:30 pm						
Día 3 1:00 pm 3:30 pm						
Día 4 1:00 pm 3:30 pm						
Día 5 1:00 pm 3:00 pm			Se integrarán grupos de trabajo para el análisis y discusión de artículos sobre los planteamientos teóricos de la motivación. Presentarán una situación de aprendizaje inicial a principio del módulo, para ajustar la programación, en la que tengo en cuenta el trabajo final del tutor, tomando en consideración lo aprendido en el curso. Estrategias de enseñanza			

			<p>Discusión guiada, lecturas comentadas, resolución de actividades y problemas, trabajo en grupos pequeños, atención individualizada.</p> <p>Durante la sesión:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Implementar guías y grupos de discusión en temas específicos 2. Trabajos individuales y/o grupales para la elaboración de análisis críticos 3. Realizar propuestas didácticas en temas específicos <p>Recursos didácticos y tecnológicos</p> <p>Pizarra, equipo de video proyección, computadoras, software didáctico y de Matemática hojas de trabajo, materiales didácticos.</p>			
SEMANA 2	Objetivos Específicos	Contenidos	Metodología		Estrategias	Recursos
			Actividades	Técnicas		
Día 1 1:00 pm 3:30 pm	Realizar la programación de una secuencia didáctica teniendo como referencia el contenido curricular del grado que imparte (formulación de objetivos, selección y secuenciación adecuada de contenidos, instrumentos de	Programación, secuenciación de contenidos y diseño de tareas. Plan de clase.	El participante estará en condiciones de describir (ilustrar, relacionar y seleccionar) diferentes tipos de aprendizajes, presentando una breve caracterización de los diferentes tipos de aprendizajes del diplomado vinculando sus	Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.	Trabajo individual. Reflexión.	Personas en el grupo Correo interno. Evaluaciones

	evaluación, tratamiento de la diversidad, etc.)		contribuciones con el perfil del egresado.			
Día 2 1:00 pm 3:30 pm			Se integrarán grupos de trabajo para el análisis y discusión de artículos sobre los planteamientos teóricos de la motivación.			
Día 3 1:00 pm 3:30 pm						
Día 4 1:00 pm 3:30 pm			Presentarán una situación de aprendizaje inicial a principio del módulo, para ajustar la programación, en la que tengo en cuenta el trabajo final del tutor, tomando en consideración lo aprendido en el curso.			
Día 5 1:00 pm 3:00 pm			<p>Estrategias de enseñanza Discusión guiada, lecturas comentadas, resolución de actividades y problemas, trabajo en grupos pequeños, atención individualizada.</p> <p>Durante la sesión:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Implementar guías y grupos de discusión en temas específicos 2. Trabajos individuales y/o grupales para la elaboración de análisis críticos 3. Realizar propuestas didácticas en temas específicos 			

SEMANA 3	Objetivos Específicos	Contenidos	Metodología		Estrategias	Recursos
			Actividades	Técnicas		
			<p>Recursos didácticos y tecnológicos Pizarra, equipo de video proyección, computadoras, software didáctico y de Matemática hojas de trabajo, materiales didácticos.</p>			
<p>Día 1 1:00 pm 3:30 pm</p> <p>Día 2 1:00 pm 3:30 pm</p> <p>Día 3 1:00 pm 3:30 pm</p> <p>Día 4 1:00 pm 3:30 pm</p> <p>Día 5 1:00 pm 3:00 pm</p>	<p>Conocer criterios para analizar y valorar la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje para poder hacer propuestas de mejora justificadas en el conocimiento que ha desarrollado la Didáctica de las Matemáticas.</p>	<p>Principios y estándares del NCTM 5. Criterios de idoneidad didáctica</p>	<p>El participante estará en condiciones de describir (ilustrar, relacionar y seleccionar) diferentes tipos de aprendizajes, presentando una breve caracterización de los diferentes tipos de aprendizajes del diplomado vinculando sus contribuciones con el perfil del egresado.</p> <p>Se integrarán grupos de trabajo para el análisis y discusión de artículos sobre los planteamientos teóricos de la motivación.</p> <p>Presentarán una situación de aprendizaje inicial a principio del módulo, para ajustar la programación, en la que tengo en cuenta el trabajo final del tutor, tomando en consideración lo aprendido en el curso.</p>	<p>Para el trabajo tutelado, la metodología consistirá en sesiones de tutorías online individuales y en grupo.</p>	<p>Trabajo individual.</p> <p>Discusión dirigida.</p>	<p>Personas en el grupo Correo interno. Evaluaciones</p>



Estrategias de enseñanza
Discusión guiada, lecturas comentadas, resolución de actividades y problemas, trabajo en grupos pequeños, atención individualizada.

Durante la sesión:

1. Implementar guías y grupos de discusión en temas específicos
2. Trabajos individuales y/o grupales para la elaboración de análisis críticos
3. Realizar propuestas didácticas en temas específicos

Recursos didácticos y tecnológicos

Pizarra, equipo de video proyección, computadoras, software didáctico y de Matemática hojas de trabajo, materiales didácticos.

3. Incentivos

En 2011, una encuesta sobre educación de adultos realizada en el marco de un proyecto de la comunidad europea (INE, 2011) se evaluaron las barreras que enfrenta el docente, para incentivar al grupo a participar en un programa de formación.

Tabla 20. Tipos de incentivos diseñados para la intervención Características del profesor del Diplomado..

Tipo De Barrera (INE, 2011)	Causas	Incentivo
Barreras Coyunturales	Se refieren al contexto de la vida de una persona en un momento determinado, incluido el entorno físico y social que rodea su vida. Cuestiones que giran en torno al coste y la falta de tiempo, falta de medios de transporte, cuidado de los hijos menores y/o el aislamiento geográfico.	- Capacitación gratuita. - Formación a distancia, en línea con disponibilidad de acceso las 24h durante los 7 días de la semana
Barreras institucionales	La falta de una oferta de cursos atractivos o apropiados y a las políticas y prácticas institucionales que incomodan, confunden o frustran a los alumnos adultos	- Formación avalada por la Universidad de Panamá y el MEDUCA. - Aporta 2.5 puntos en el sistema público de carrera docente. -Consentimiento informado: explicación de los motivos de la capacitación. - Respaldo institucional y de especialistas, reconocidos por los participantes.
Barreras personales	Creencias, valores, actitudes o percepciones a los que un individuo se aferra y que inhiben su participación en actividades de aprendizaje organizadas	- Seguimiento personalizado en la plataforma educativa. - Las actividades y tareas no eran evaluadas de manera sumativa, pero se realizaban comentarios y realimentaciones de sus respuestas en positivo.

Este estudio arrojó que las barreras más comunes son: la falta de tiempo por razones familiares (21%), los problemas con el horario de la capacitación (18%) y el costo de inversión de las capacitaciones (13%). A los

finde subsanar cualquiera de estas barreras y fomentar la participación del grupo en el Diplomado, se diseñaron algunos incentivos.

4. Implementación

Este Diplomado es una iniciativa de la Coordinación de Educación Continua de la Vicerrectora de Extensión (Viex) y adscrito a la Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y Tecnológicas de una Universidad de Panamá. La duración del Diplomado fue de cuatro (4) meses y abarcó las fechas del 5 de marzo al 27 de julio de 2018 en el horario de 1:00-3:30 pm para un total de 204 horas presenciales. Cuenta con una plataforma digital que permite el desarrollo de foros y comunicación interactiva.

Diplomado en modalidad a Distancia, virtual con sesiones mensuales presenciales introductorias y de cierre de cada módulo. En este se entregaban ciertas asignaciones las cuales fueron enviadas por correo interno, participación en foro y fotos de sus actividades.

El curso si bien fue diseñado por la doctoranda, fue impartido por un profesor de la Universidad de Panamá, del Departamento de Matemáticas del área de Didáctica de las Matemáticas con diez años de experiencia.

El facilitador del diplomado es docente de la universidad y especialista en matemática y la coordinadora del piloto es la investigadora principal de esta investigación. La programación analítica de este programa consta de cuatro (4) módulos y los maestros han participado en todas las etapas de esta actividad de capacitación docente y han completado los módulos educativos correspondientes.

5. Cronograma

5-9 marzo presencial	Inicial-técnico. (Práctica virtual, entrega de materiales virtuales, contraseña y enlace)		
Módulo 1	Módulo 2	Módulo 3	Módulo 4
12 de marzo – 14 de abril virtual	16 de abril al 19 de mayo virtual	21 de mayo al 30 de junio virtual	2 al 21 de julio virtual Sesión presencial final 23 al 27 de julio de 2018 Jornada pedagógica

Tabla 21. T Cronograma del diplomado.

Mes 1 2018	Curso de inducción 5-9 marzo de 2018				
			Módulo 1		
Mes 2 2018					
			Módulo 2		
Mes 3 2018					
			Módulo 3		
			Módulo 4		
Mes 4 2018	F	i	n	a	l
	23 al 27 de julio de 2018				

6. Evaluación de los participantes

Se consideraron para la evaluación final de los participantes algunos indicadores de cumplimiento de la actividad, como la asistencia a las reuniones presenciales, realización y envío de las tareas y una encuesta de percepción de la utilidad del Diplomado como medición de la reacción del participante ante la intervención. Por otra parte, se realizó una evaluación de sus conocimientos y competencias (para los dos estudios de caso se explica con detalle en el capítulo siete).

7. Facetas del modelo CCDM que se tuvieron en cuenta el diseño de las tareas del Diplomado

Clasificación de actividades por criterios de idoneidad

MÓDULO 1

Tarea	Criterio
<p>Tarea 1: Poner de manifiesto las concepciones iniciales sobre la Didácticas de las Matemáticas, por medio de un cuestionario.</p> <p>Pregunta 1: ¿Qué esperas que te aporte una asignatura sobre Didáctica de las Matemáticas?</p> <p>Pregunta 2: Intenta definir "Didáctica de las Matemáticas"</p> <p>Pregunta 3 Explica qué entiendes por "saber matemáticas"</p> <p>Pregunta 4 Explica qué entiendes por "aprender matemáticas"</p> <p>Pregunta 5 Explica qué entiendes por "enseñar matemáticas"</p> <p>Tarea de ampliación 1: Las siguientes informaciones han sido tomadas de un mapa, una estación de tren y de la prensa. Indica para cada una de ellas los conocimientos matemáticos necesarios para su comprensión.</p> <p>a) Se quiere calcular la distancia real entre Panamá y Colón con este mapa</p> <p>Las matemáticas surgen de la realidad y hay muchos contextos diferentes en los que se aplican. Las matemáticas son el resultado de la actividad humana realizada socialmente cuyo objetivo es la resolución de problemas de la vida cotidiana. Como ampliación de esta idea puede leer la lectura Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas de Reeuwijk (1997), la cual nos ayudará a profundizar la relación entre matemáticas y la</p>	<p>Epistémico</p> <p>Cognitivo</p> <p>Interaccional</p>
	<p>Epistémico</p> <p>Ecológico</p>

realidad. Como trabajo voluntario puede hacer un resumen y enviar por correo interno con el nombre de resumen 1(asunto).

La historia de las matemáticas puede ayudar no solo a la comprensión de los diversos temas que componen el currículum de primaria, sino también a planificar su enseñanza. Como tarea lea el primer capítulo del libro: "La Matemática de Pitágoras a Newton" (Lombardo Radice.pdf, 1983). Presente una Reflexión sobre la importancia de conocer la historia que está detrás de los conceptos matemáticos que estudia con sus alumnos en clase...

Tarea 2: Diga con sus palabras ¿qué es un ejercicio y qué es un problema?

Epistémico

Tarea 3: Vas a comprar unos víveres en el supermercado, pagas con 100 balboas y te gastas 67,15 balboas ¿Cuánto dinero te sobra? En tu opinión ¿Se trata de un problema o de un ejercicio?

Epistémico

Tarea 4: ¿Cuánto suman los puntos de las caras horizontales de los dados que no se ven? ¿Encontrar la suma de los dados es un ejercicio o un problema, para usted?

Cognitivo
Epistémico

Tarea 5: Lea el archivo *ejercicio o problema* y envíe un problema que le ha colocado a sus alumnos en la escuela por correo interno, indique porque es un problema para ellos. Mándelo con el nombre de ejemplo-problema (en la sección de asunto).

Cognitivo
Epistémico

Tarea 6: Vea el siguiente archivo *Resolución* y comente las fases para resolver un problema y las dificultades para llevarlas a cabo en el siguiente foro Fases.

Cognitivo
Epistémico

Tarea 7: Resolvamos un problema como si fuéramos alumnos de preescolar, primaria y secundaria. En una granja tenemos gallinas y conejos, en total hay 23 cabezas y 76 patas. ¿Cuántos animales de cada clase tenemos?

Cognitivo
Ecológico

Tarea 8: Cuántos gajos tiene una mandarina. ¿De qué manera puede resolver este problema? Sugerencia busque mandarinas y cuente la cantidad de gajos, (luego de pelarla y contar los gajos, para no desaprovechar, puede comérsela).

Epistémico
Cognitivo
Mediacional

Tarea de ampliación 10: Problemas para practicar. En el siguiente documento tiene usted una lista de problemas para mejorar su técnica de resolución de problemas.

Epistémico

(sigue una lista de 10 problemas, que se detallan en la sección 1.2

Tarea de ampliación: Resuelva los 10 problemas de la siguiente lista que sigue, para aumentar sus conocimientos y estrategias matemáticas. (RP) cada problema resuelto de dos maneras diferentes y (2) con un comentario de cómo ha sido el proceso de resolución que ha seguido el grupo (una reflexión sobre el proceso de resolución), (3) una reflexión sobre la evolución emocional durante la resolución del problema y (4) proponer una posible adaptación del problema para sus alumnos.

Epistémico
Emocional
Cognitivo
Ecológico

Tarea 9: ¿Cuáles serían las ideas básicas de tipo psicopedagógico que se deben tener presentes a la hora de enseñar las matemáticas? ¿Qué teorías del aprendizaje y de la enseñanza nos ayudan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas? Comenté cuál de estas teorías utiliza en clase.

Cognitivo

Tarea 10: A continuación, hay un pequeño PowerPoint explicando las bases psicopedagógicas del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, léalo y comente cuál de estas teorías utiliza en sus clases. Envíe, además algunas tareas como evidencia de su uso.

Cognitivo

Tarea 11: De ejemplos de dificultades presentados en sus clases y si es posible relaciónelas con algunos de los siguientes tipos:

1. Dificultades asociadas al nivel de desarrollo cognitivo de los alumnos.
2. Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las Matemáticas y procesos de pensamiento matemático.
3. Dificultades asociadas a la forma de enseñar Matemática.
4. Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.

Interaccional
Cognitivo
Epistémico
Emocional

Envíe el ejemplo seleccionado y explique el tipo de dificultad con que lo asocia.

Tarea 12: En el siguiente archivo se presentan diferentes tipos de *dificultades* y *errores*, para que usted comente aquello que las causa.

Cognitiva

Tarea 13: En el siguiente archivo sobre los criterios a tener en cuenta en la programación de una secuencia de tareas responde a las interrogantes planteadas

Epistémico
Ecológico
Cognitivo
Mediacional
Interaccional

MÓDULO 2

Tarea	Criterio
Tarea 1: a) ¿Qué son los números? ¿Cuándo se puede decir que un alumno ha adquirido el concepto de número?	Cognitivo
b) Estoy leyendo la página 20 de un libro de 360 páginas. ¿Qué tipo de pregunta permiten contestar estos números?	Epistémico
Tarea 2: Consulta el siguiente PowerPoint donde encuentra las diferentes maneras de explicar la construcción del número en las primeras edades y lee la siguiente lectura que profundiza en una de ellas. Envía tus comentarios al foro.	Epistémica Cognitivo
Tarea Ampliación 1: Como tarea de ampliación del punto de vista de la construcción del número de Piaget, se les sugiere a los maestros la observación, en un video, del comportamiento de niños que están en la etapa preoperatoria y de niños que ya se encuentran en la etapa operatoria, al afrontar tareas que implican la conservación de la cantidad. También se les propone la lectura de unas diapositivas en las que se concreta en tareas la secuencia didáctica para la construcción del número, derivada de las ideas de Piaget, que retrasa las técnicas de contar. Por último, se les pide que averigüen si los materiales de preescolar que usan en su escuela tienen presente (o no) este punto de vista.	Epistémica Cognitiva Interaccional
Tarea 3: Comenta el sentido que tienen los números (cardinal, ordinal, secuencia, código y medida) en las siguientes actividades:	
La maestra:	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Reparte agendas y propone que cada niño en su casa con la ayuda de sus padres escriba los números de teléfono de todos sus compañeros de la clase. 2. Pregunta cuántos alumnos han faltado hoy a clase. 3. Ordena los alumnos por el mes (o el día) de nacimiento. 4. Pregunta el número de zapatos a los alumnos. 5. Pregunta cuántos alumnos hay en total si hay 12 niños y 11 niñas. 6. Los alumnos juegan al escondite. 	Epistémico
	Cognitiva

Tarea de Ampliación 2: Para ilustrar el tipo de actividades que propone este punto de vista haga la lectura de algunas de las actividades que propone Barody (artículo). Haga la lectura y presente los comentarios de las siguientes actividades: 1) estrellas escondidas (página 42), 2) predecir la cantidad (página 43), 3) carrera de coches (página 43), 4) rellenar (página 44), 5) el número tapado (página 44), 6) carrera de números (página 45) y 7) juego de persecución (página 45). (Barody, 1988, páginas 42-45).

Epistémica
Interaccional
Mediacional

Envía sus comentarios al correo con el nombre interesante.

Tarea 4: Consulte los siguientes vídeos donde se explica cómo utilizaban los pueblos de nuestra región instrumentos que tenían la misma función que el ábaco y vea la manera de aplicar alguno de ellos en el salón de clase. Envía un vídeo o fotografías de los estudiantes haciendo uso de estas herramientas y también del ábaco, creando una página en Word de su experiencia, envíela al correo interno, con el nombre de Tarea 2.4.

Mediacional
Epistémica
Cognitiva

Tarea de Ampliación 3:

- a) Escribe qué número indica cada una de estas tablas
- b) Escribe con símbolos egipcios los siguientes números: 200 625 1250.

Epistémica
Ecológica

Tarea de Ampliación 4: Contesta la pregunta de la siguiente viñeta:



Epistémica
Ecológica

Tarea de Ampliación 5:

Epistémica

(a) ¿Qué número natural representa cada uno de los símbolos que aparecen en el sistema egipcio?

Ecológica

(b) ¿Existe algún símbolo en el sistema egipcio para representar al número cero? ¿Es necesario dicho símbolo?

(c) ¿Qué número representan en nuestro sistema de numeración los siguientes números egipcios: III y IIII ?

(d) ¿Qué papel juega la posición de los símbolos dentro del grupo de símbolos que representa a un número en el sistema egipcio?

Tarea 5: Piensa en materiales que puedan cumplir la misma función que al ábaco y los bloques de base diez (como el yupana, el taptana, bolsas con frijoles, dinero dibujado en cartón, etc. y explica cómo los utilizarías.

Mediacional

Tarea de Ampliación 6:

a) Estudia las posibilidades que ofrecen los applets Ábaco de Fichas y Bloques de Base que se hallan en la página en español de la Biblioteca N. de M. Virtuales:

Mediacional

<http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html>

Tarea 6. Comenta la siguiente conversación e infiera si el alumno entiende el sistema de numeración decimal.

Maestra: ¿Por qué has puesto primero el 1 y después el 3 para escribir trece?

Cognitiva

Alumno: (7 años) "1 representa diez y 3 es tres y que diez más 3 es trece"

Al siguiente alumno se le ha pedido verbalmente que calculara

$$2000425 - 90048$$

$$\begin{array}{r} 2000425 \\ -90048 \\ \hline 1910377 \end{array}$$

2.425-948

Tarea de Ampliación 7:

Con relación a las dificultades que tienen los alumnos para resolver este tipo de problemas y la posible intervención del maestro para ayudar a superarlas hay que tener en cuenta las siguientes sugerencias: 1) reescribir el problema de manera que se facilite su comprensión -por ejemplo, en los problemas de cambio la nueva formulación ha de resaltar la situación inicial, la transformación y la situación final-. 2) organizar el problema en función de lo que se conoce y de lo que no se conoce. 3) Utilizar una representación figurativa del problema, 4) Formular preguntas del tipo ¿Se ha de sumar o de restar? etc.

Aplica las sugerencias anteriores al siguiente problema: Juan ha jugado una partida de "tazos". Si ha terminado con 9 "tazos" y antes tenía 5, ¿cuántos ha ganado?

Tarea 7: ¿Cuáles de las sugerencias anteriores han tenido presentes los autores de este libro de texto?

Qué sabes



¿Cuántos tazos hay?

Datos: En el primer plato hay 6. En el otro plato hay 5.

Pregunta: ¿Cuántos tazos hay en total?

Operación:

6	+ 5	= 11	Tazos
6			

Respuesta: en total hay 11 tazos.

Modelos y representaciones

Datos:



Operación:



Respuesta:

Cognitiva
Interaccional

Cognitiva
Imnnteraccional

Tarea 8: A continuación, siguen tres maneras diferentes de efectuar la resta 37-19:

$$\begin{array}{r} 37 \\ -19 \\ \hline 18 \end{array} \quad \begin{array}{r} \cancel{3}7 \\ -19 \\ \hline 18 \end{array} \quad \begin{array}{r} 37 \\ -19 \\ \hline 18 \end{array}$$

- a) ¿Cuál de los tres métodos enseñas?
 b) Explica el algoritmo usado en cada uno de los tres casos.

Tarea 9: Explica una secuencia didáctica que contemple las fases manipulativas, gráfica y simbólica (prealgoritmo y algoritmo) para la suma 128+19 utilizando el ábaco.

Tarea de Ampliación 7 (de la suma):

Un cuadrado mágico es una tabla donde se dispone de una serie de números enteros en un cuadrado o matriz de forma tal que la suma de los números por columnas, filas y diagonales principales sea la misma ¿La siguiente tabla es un cuadrado mágico?

8	3	4
1	5	9
6	7	2

Uno de los cuadrados mágicos más famosos es el de Albrecht Dürer (1471-1528).

Tarea 10: Explica una secuencia didáctica que contemple, como en el caso de la suma, las fases manipulativas, gráfica y simbólica (prealgoritmo y algoritmo) para la resta 78-19 utilizando primero los bloques de base 10 y después el ábaco.

Tarea de Ampliación 8:

Cognitiva
 Interaccional
 Epistémico

Mediacional
 Interaccional

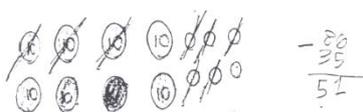
Epistémica
 Ecológica

Mediacional
 Interaccional

Epistémica

Explica el siguiente algoritmo que permite restar sin llevadas: Sea la resta 5932- 567. Tomamos un número formado por tantos nueves como cifras tenga el minuendo 9999 y le restamos el substraendo. Al número que resulta 9432 le sumamos el minuendo, después al número que resulta 15364 le quitamos la unidad de orden superior y se la añadimos a la cifra de las unidades con lo que obtenemos el número 5365 que es el resultado de la resta.

Tarea 11: Comenta la respuesta de esta alumna:



Cognitiva
Epistémica

Tarea 12: Explica como justificarías a un alumno de primaria que comete el error $2 \cdot (3 \cdot 5) = 60$ la propiedad asociativa $2 \cdot (3 \cdot 5) = (2 \cdot 3) \cdot 5$

Cognitiva
Mediacional

Tarea de Ampliación 9:

1) Explica cómo justificarías a un alumno de primaria que $4 \cdot 6 + 4 \cdot 4$ es lo mismo que $4(6+4)$.

2) Pon los símbolos de las operaciones que sean necesarios y los paréntesis que sean necesarios, para que el resultado sea correcto:

$$10 \ 5 \ 4 = 9 \quad 35 \ 7 \ 4 = 112 \quad 25 \ 4 \ 10 = 11$$

3) Al efectuar la operación $2 \cdot (3 \cdot 5)$ un alumno ha contestado 60 y otro 30, ¿cuál es la respuesta correcta?

Mediacional
Epistémica
Cognitiva

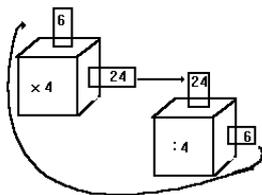
Tarea 13: Comenta la siguiente manera de introducir la tabla del 2 ¿Te parece significativa para los alumnos? Compárala con el siguiente vídeo.

Mediacional
Ecológico
Cognitivo

Tarea 14: Comenta la siguiente secuencia didáctica para explicar la multiplicación por un número de dos cifras que se puede encontrar en un libro de texto ¿Te parece una explicación significativa del algoritmo de la multiplicación?

Cognitivo
Epistémico

Tarea 15: ¿Cuál es la dificultad que presenta el uso de esta metáfora?



Interaccional
Cognitivo
Epistémico

Tarea 16: Comenta las siguientes divisiones realizadas por el mismo alumno:

$$\begin{array}{r}
 42 \rightarrow \\
 43 \overline{) 21} \quad \overline{) 12} \\
 \underline{07} \\
 021 \\
 \underline{09} \\
 \\
 \\

 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1200 \overline{) 3} \\
 \underline{000} \\
 000 \\
 \underline{00} \\
 40
 \end{array}$$

Cognitiva

Tarea de Ampliación 9:

- a) Intenta justificar la regla para multiplicar con los dedos descrita anteriormente.
- b) Intenta justificar la regla del nueve con los dedos.

Epistémica
Mediacional

Tarea 17: ¿Qué entenderemos por magnitud?

Epistémico

Tarea 18: ¿Qué errores crees que comenten los alumnos al responder la pregunta anterior? ¿Por qué los cometen? (por ejemplo, un alumno que diga que Carlota es más alta que Bernardo).

Cognitiva

Tarea 19: Una ballena es más grande que 100 personas. Se trata de una experiencia que usa la metodología del proyecto de trabajo y enseña la medida a partir de la introducción de las medidas legales del SMD y el uso de instrumento de medidas de <<adultos>>

Interaccional
Ecológica

Envíe una imagen en la cual has aplicado una experiencia introductoria a las medidas legales del SMD.

Tarea 20: Con la balanza de la figura hemos pesado una pastilla de jabón.

Epistémico

- a) ¿Cuál es la masa de la pastilla de jabón?
- b) ¿Cuál es la masa correspondiente a cada una de las divisiones de la balanza?
- c) Si añadimos media pastilla de jabón, ¿Dónde llegará la flecha?



Tarea 21: Haz un listado de los contenidos y objetivos referenciales relacionados con las fracciones que se proponen en el Currículo de Educación Primaria.

Tarea 22. comenta la manera de resolver la resta de fracciones de este alumno:

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \quad \frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{4}{20} - \frac{3 \cdot 4}{20 \cdot 20}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad \frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{3}{20} - \frac{2}{20} = \frac{1}{20}$$

Tarea 23: haz un listado de los contenidos y objetivos referenciales relacionados con los decimales que se proponen en el Currículo de Educación Primaria.

Tarea de Ampliación 10: Describe una secuencia didáctica para explicar de manera significativa la multiplicación 534×231 .

Tarea 24. Explica una secuencia didáctica para la suma:

Explica una secuencia didáctica para la suma:

$$\begin{array}{r} 3,35 \\ + 2,07 \\ \hline 5,42 \end{array} \quad 3,35 + 2,07 = 5,42$$

Explica una secuencia didáctica para la resta:

$$\begin{array}{r} 8,65 \\ - 6,54 \\ \hline 2,11 \end{array} \quad 8,65 - 6,54 = 2,11$$

Ecológico

Cognitivo

Epistémico

Ecológica

Interaccional

Mediacional

Ecológico

Interaccional

Tarea 25: Un alumno de primaria de 10 años ha ordenado los decimales 1,2; 1,19; 1,37 y 1,4 de la siguiente forma: 1, 2; 1,4; 1,19; 1,37. Comenta el error que ha cometido.	<p>Ecológico</p> <p>Cognitivo</p> <p>Epistémico</p>
--	---

MÓDULO 3

Tarea	Criterio
<p>Tarea 1: Los hexaminós son figuras formadas por seis cuadrados de manera que cada dos de ellos tengan un lado en común. A continuación, tienes dibujados todos los hexaminós posibles. Entre los 35 hexaminós has de encontrar los 11 que permiten construir un cubo. Puedes dibujar el hexaminó en papel cuadriculado para poderlo recortar con unas tijeras. Envíe imágenes de sus alumnos y usted trabajando con hexaminos en el salón de clases.</p> <p>Tarea 2: Investiga lo siguiente:</p> <p>Determinando un área (es decir, trabajando con un número fijo de cuadrados) encontrar las agrupaciones que dan el perímetro máximo y mínimo. Averigua la manera de calcular los máximos y los mínimos sin necesidad de dibujar las figuras.</p> <p>Tarea 3: Investiga lo siguiente:</p> <p>Determinando un perímetro encontrar las agrupaciones que dan el área máxima y la mínima.</p> <p>Averigua la manera de calcular los máximos y los mínimos sin necesidad de dibujar las figuras.</p> <p>Tarea de Ampliación 1:</p> <p>Consulta y explora las secuencias didácticas que se proponen utilizando como recurso el Geogebra</p> <p>https://www.geogebra.org/m/t7nt7MHH#material/AwNEU6yT</p>	<p>Cognitivo</p> <p>Epistémico</p> <p>Mediacional</p> <p>Interaccional</p> <p>Emocional</p> <p>Epistémico</p> <p>Epistémico</p> <p>Epistémica</p> <p>Interaccional</p> <p>Mediacional</p>

Analiza con detalle la que hace referencia a los cuadriláteros y a la mediatriz

<https://www.geogebra.org/m/t7nt7MHH#material/xfj6Kppc>

<https://www.geogebra.org/m/t7nt7MHH#material/CQ74W9sT>

Tarea 4: Busca, comenta y haz un listado de los contenidos y objetivos referenciales relacionados con la geometría plana que se proponen en el Currículo de Educación Primaria.

Ecológico

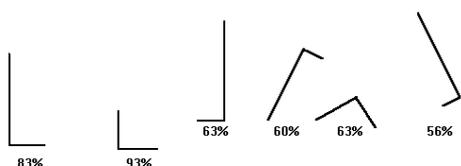
Tarea 5: Responde enviando al correo interno.

a) Un alumno considera que estos dos ángulos no son iguales, ¿Por qué crees que ha respondido de esta forma?



b) En el caso de alumnos de 10 años, se halló que en las figuras siguientes eran reconocidos como ángulos rectos en los siguientes porcentajes:

Cognitivo



¿Por qué crees que han respondido de esta forma?

Tarea 6: Busca, comenta y haz un listado de los contenidos y objetivos referenciales relacionados con la geometría del espacio que se proponen en el Currículo de Educación Primaria.

Ecológico

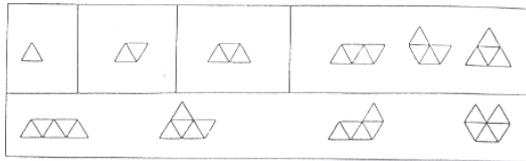
Tarea 7: realiza las siguientes investigaciones utilizando como material Polydrom: el creator y los multicubos.

Epistémico

1. Las figuras siguientes son polidiamantes. Estas figuras son triángulos de un determinado tipo conectadas, por un lado. En la figura puedes ver

Mediacional

los polidiamantes formados por 1 triángulo, por 2 triángulos, por 4 triángulos y por 5 triángulos.



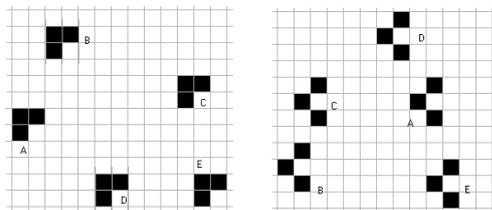
a) ¿De qué tipo de triángulo están formados los polidiamantes? ¿Qué propiedad cumplen estos triángulos?

b) Dibuja los polidiamantes formados por 6 triángulos.



c) Utilizando el creador, di cuáles de los polidiamantes formados por cuatro triángulos son la representación plana de un tetraedro.

Tarea 8: Describe las traslaciones que trasforman la figura A en las figuras B, C, D y E.



a) En la cuadrícula de la izquierda, traslada la figura A 4 unidades a la derecha y 3 hacia abajo.

b) En la cuadrícula de la derecha, traslada la figura E 9 unidades a la izquierda y una hacia abajo.

Tarea 9: Busca los ejes de simetría de un triángulo isósceles, de un cuadrado y de un pentágono.

Epistémico

Epistémico

Tarea 10: Escribe en la columna de la derecha si se trata de un giro, una simetría o una traslación.

un ascensor que sube y baja _____

abrir una puerta _____

rebobinar un vídeo _____

bajar por un tobogán _____

abrir un grifo _____

la imagen del retrovisor de un coche _____

un teleférico _____

unas tijeras _____

abrir una botella de tapón de rosca _____

un esquiador esquiando _____

un ventilador funcionando _____

destornillar un tornillo _____

Tarea 11: En las figuras siguientes resulta fácil saber si el punto X es interior o exterior a la curva y también saber si la curva (simple) es cerrada o abierta.

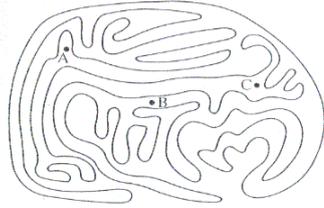
a) En la figura siguiente, ¿los puntos están dentro o fuera?



b) Un francés llamado Jordan descubrió una manera muy simple para saber si un punto es interior o exterior a una curva cerrada simple: dibujó una línea recta desde el punto hasta el exterior de la curva y contó si esta recta cortaba a la curva un número de veces par o impar. ¿Puedes decir qué regla es?

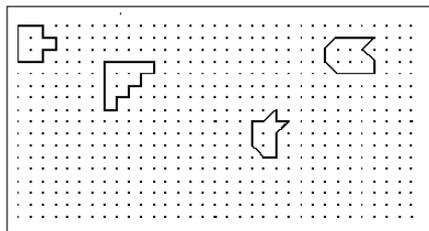
Epistémico

Epistémico



Tarea 12:

- ¿Qué unidad escogerías para medir el área de las figuras siguientes?
- ¿Cuál es el área de estas figuras?



Epistémico

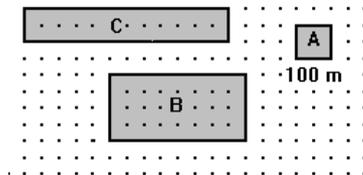
Tarea 13: ¿Qué unidad escogerías para medir las siguientes superficies: ¿un terreno, Panamá, el suelo de tu casa, la portada de un libro, una pista de baloncesto y una mesa de comedor?

Epistémico

Tarea 14: Las figuras A, B y C representan campos de cultivo.

- Utilizando las unidades agrarias, calcula el área del campo A, del campo B y del campo C.
- Calcula el perímetro de estos campos.

Epistémico



Tarea 15: En la siguiente figura tienes cuatro triángulos que tienen la misma base:

- Calcula la altura de cada triángulo.
- Calcula el área.

Epistémico

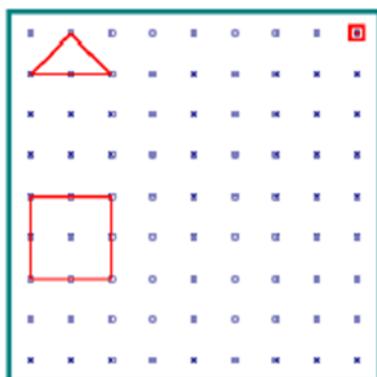
c) ¿Qué puedes decir del área de estos triángulos? ¿Y de sus perímetros?



Tarea de Ampliación 2:

a) Encuentra figuras diferentes (en el geoplano) (un triángulo, un cuadrado, etc.) que tengan la misma área. Calcula también sus perímetros.

b) Busca figuras que tengan el mismo perímetro que las del geoplano. Calcula sus áreas.



Tarea 16: ¿De las fórmulas siguientes: volumen del ortoedro, volumen del prisma, volumen del cilindro, volumen de la pirámide, volumen del cono, área y volumen de la esfera, ¿cuáles se pueden explicar en la primaria y cuáles no? (sugerencia: consulta el Currículum de Primaria).

Tarea de Ampliación 3: Tenemos dos recipientes de plástico. El primero es una pirámide y el segundo un cubo. Los dos tienen la misma base y la misma altura. ¿Cuántas veces hemos de vaciar el contenido de la pirámide en el cubo para llenarlo?

Mediacional

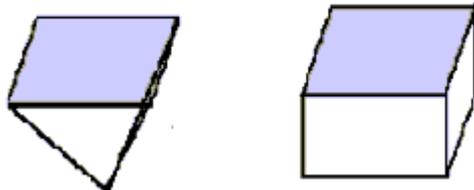
Epistémico

Ecológico

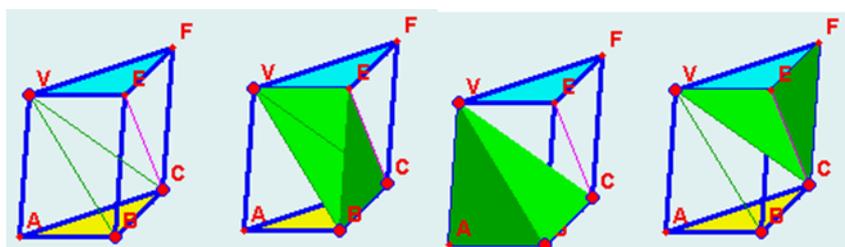
Interaccional

Mediacional

Epistémico

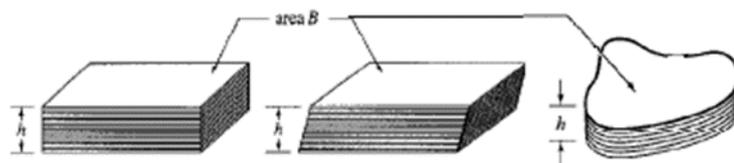


Este resultado experimental se puede demostrar a partir del hecho de que un prisma triangular se puede descomponer en tres pirámides triangulares de igual volumen por el hecho de tener las bases equivalentes y la misma altura, y segundo que toda pirámide se puede descomponer en pirámides triangulares con la misma altura. En la siguiente página web en las que se desarrolla esta demostración



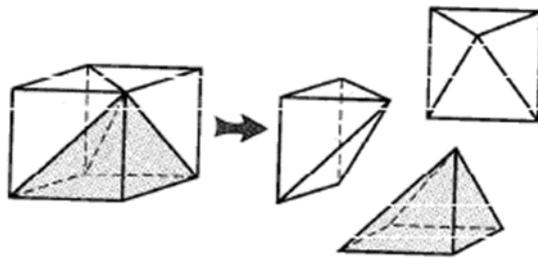
(<http://platea.pntic.mec.es/%7Eanunezca/ayudas/volumen/volumen.htm>)

La demostración anterior implica utilizar la idea de que un sólido se puede considerar descompuesto en capas apiladas de tal manera que si se inclina tuerce o deforma la lámina (sin cambiar su área) el volumen sigue siendo el mismo.



¿Esta idea se puede utilizar en primaria? lo más indicado es realizar la actividad experimental anterior o bien considerar primero un caso particular, por ejemplo las 6 pirámides que se forman cuando consideramos como vértice el centro del cubo y como base la cara del cubo, o las tres pirámides iguales que se forman al considerar las

diagonales que parten de un vértice. En este último caso el volumen de cada pirámide es la tercera parte del volumen del cubo correspondiente. Después se dice que el resultado obtenido es válido para cualquier pirámide.

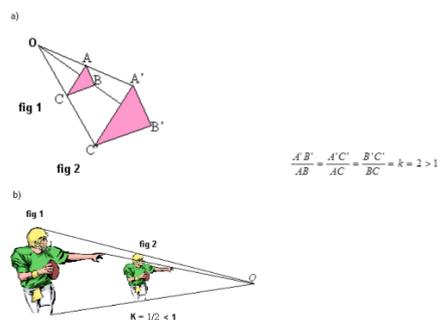


Tarea 17: Un terreno real ABCD tiene forma de cuadrilátero, ¿qué longitudes y que ángulos has de medir para poder dibujar una reducción a escala?

La noción informal de figuras semejantes como las que tienen la misma forma puede ser precisada utilizando las transformaciones del plano que se conocen como homotecias y semejanzas. Sea O un punto del plano y k un número real positivo. Una homotecia de centro O y factor de escala k es la transformación geométrica que transforma cada punto P del plano, distinto de O en el punto P' situado en la semirrecta OP de tal manera que $OP' = k \cdot OP$, y deja invariante el punto O. La figura siguiente muestra dos ejemplos de tales transformaciones.

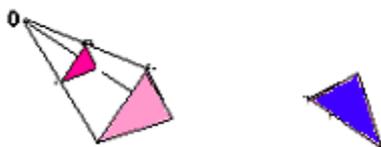
Epistémico

En la a) el factor de escala es mayor que 1 y en la b) es menor que 1.



Tarea 18:

a) En la figura siguiente tienes dibujada una homotecia que transforma el triángulo rojo en otro triángulo que tiene la misma forma y el mismo tamaño que el triángulo azul, ¿Cuál es la razón de esta homotecia?



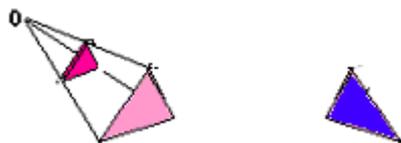
b) Halla el giro que permite transformar el triángulo rosa en el azul

c) Completa la frase siguiente: la transformación que convierte el triángulo rojo en el azul es el resultado de aplicar primero una homotecia de centro O y razón _____ y después un giro de centro _____ y ángulo _____

d) En la figura siguiente tienes dos triángulos semejantes. ¿Es posible hallar una homotecia que convierta el triángulo rojo en el azul?



e) En la figura siguiente tienes dibujada una homotecia que transforma el triángulo rojo en otro triángulo que tiene la misma forma y el mismo tamaño que el triángulo azul, ¿Cuál es la razón de esta homotecia?



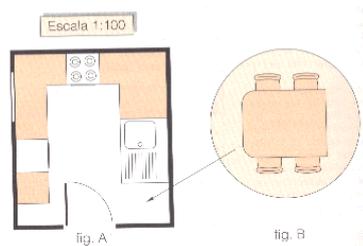
f) ¿Qué simetría del plano transforma el triángulo rosa en el azul?

g) Completa la frase siguiente: la transformación que convierte el triángulo rojo en el azul es el resultado de aplicar primero una homotecia de centro O y razón _____ y después una simetría de eje la recta _____

Epistémico

Tarea 22: Una familia quiere reformar la cocina. Después de medirla se dirigen a un establecimiento especializado en reformas del hogar. El encargado les propone la distribución de la figura A. En el espacio vacío quieren colocar una mesa y cuatro sillas (figura B). El encargado toma medidas y tiene en cuenta que para colocarla ha de contar con un mínimo de 40 cm a cada uno de los dos lados para las sillas y que la mesa ha de medir un mínimo de 60 cm. ¿Crees que el encargado aconsejará que la pongan?

Epistémico



Tarea 23: Indica cuáles de las siguientes experiencias son aleatorias:

- Llenar una quiniela.
- Lanzar tres monedas y anotar el número de caras.
- Recorrer un trayecto a velocidad constante y calcular el tiempo transcurrido.
- Predecir la altura de un niño cuando cumpla los 10 años.
- Predecir cuándo volverá a ser visible desde nuestro planeta el cometa Hale Boop.

Epistémico

Tarea 24: Observa el siguiente PPT y elabora una secuencia didáctica para sus estudiantes respecto a este tema y como lo abordaría.

Interaccional

Tarea 25: Con el applet anterior simula el lanzamiento de un dado 20 veces. Coloca en especificar rango del 1 al 6. ¿Cuál es la frecuencia del número 2 y la del número 6?

Epistémico

Tarea 26: Y la probabilidad de que una carta escogida al azar sea roja sabiendo que es un as?

Epistémico

Tarea 27: En el problema anterior: Se elige a un individuo al azar y resulta fumador. ¿Cuál es la probabilidad de que sea una mujer?	Epistémico
Tarea de Ampliación 4: Lectura voluntaria del del libro Estocástica y su Didáctica para Maestros del Proyecto Edumat-Maestros (Godino y Batanero, 2002).	Todas
Tarea 28: Comenta los objetivos, contenidos del Currículum de Primaria correspondiente al bloque de probabilidad.	Ecológica

MÓDULO 4

Tarea	Criterio
<p>Tarea 1: La siguiente narrativa está escrita por una futura maestra (María) durante su período de prácticas. María observó las prácticas en una clase de 1º grado</p> <p>María describió la tarea que estaban realizando los niños con la maestra de la siguiente manera: (ver la narrativa en la sección 3.1 en la que se hace el análisis detallado de la respuesta a esta tarea)</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál/es son el objetivo/s de aprendizaje pretendidos en la actividad (qué es que se pretende conseguir con la realización de esta tarea-actividad)? • ¿Qué contenido/s se trabajan en la actividad? • ¿Cómo crees que el alumnado ha alcanzado (o no) los objetivos de aprendizaje propuestos por el/la maestro/a? Proporciona algún tipo de evidencias que te permita justificar tu respuesta. • ¿Qué errores y dificultades ha observado María? • Modifica la tarea-actividad inicial propuesta por el/la maestro/a para que el/la alumno/la que haya tenido dificultades para alcanzar el objetivo de aprendizaje previsto lo pueda alcanzar. Justifica tu modificación. 	<p>Ecológica</p> <p>Epistémica</p> <p>Cognitiva</p>

Tarea 2: Observa con detenimiento el vídeo que aparece a continuación:	
1. Identifica tres características del ambiente de aprendizaje ilustrado en el vídeo.	Epistémica
2. Describe el tipo de tarea que realiza la maestra con sus estudiantes.	Cognitiva
3. Que situaciones del vídeo denotan aprendizaje cooperativo.	Interaccional
Tarea 3: Elabore un plan de clase que incluya la programación la secuenciación de contenidos y el diseño de tareas alineados a la curricular de MEDUCA. Tome en consideración los contenidos y técnicas aprendidos durante el diplomado.	Ecológica
Tarea 4: Implemente el plan de clase que ha planificado en su grupo y grabe en vídeo el proceso de instrucción.	Ecológica
Tarea 5: Analice y valore la calidad del proceso enseñanza aprendizaje implementado, para organizar esta valoración utilice los componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica. Puede utilizar el esquema de los dos hexágonos para resumir su valoración.	Mediacional
	Interaccional
	Afectiva
	Ecológica
	Cognitiva
	Epistémica
	Mediacional
	Interaccional

CAPÍTULO 7. EVALUACIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIA DIDÁCTICO-MATEMÁTICOS DE LOS MAESTROS DEL ESTUDIO DE CASO

Resumen

En este capítulo se investiga cómo se desarrolla la competencia en análisis e intervención didáctica en los maestros a lo largo de la implementación de los ciclos formativos señalados en el objetivo cuatro. En particular se hace el estudio de los dos maestros estudios de caso.

En términos de los conocimientos y competencias del modelo CCDM, una primera conclusión es que es necesario un conocimiento común de base para el desarrollo de todas las subcompetencias de la competencia de análisis e intervención didáctica. Lo cual se manifiesta en el diferente nivel de desarrollo de dicha competencia en los dos maestros analizados en profundidad. La maestra A evidencia más conocimiento común y ampliado que el maestro B y también más nivel de desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica.

La subcompetencia que parece más desarrollada en los dos maestros es la ecológica (y en cierta manera la normativa). También muestran un cierto dominio de los aspectos afectivos, mediacionales e interaccionales, es decir generan un buen clima emocional y saben gestionar el proceso de instrucción usando medios adecuados. Dicho de otra manera, muestran mejor conocimiento de aspectos curriculares, de medios, de gestión y emocionales que de conocimientos de la materia y de su aprendizaje.

Con relación a la subcompetencia de la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción, se puede considerar que la maestra A evidencia, como mínimo, estar cerca del nivel dos de desarrollo de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica ya que, si bien no facilita información para saber si ha realizado una valoración pormenorizada de aspectos del proceso de instrucción, siguiendo un modelo previamente y evidencia que tiene en cuenta el equilibrio entre los diferentes criterios. En cambio, en el caso del maestro B, no se tienen suficientes evidencias para considerar que se acerca al nivel dos de desarrollo de esta subcompetencia.

La consideración general es que el tipo de organización del Diplomado, básicamente virtual, con poca triangulación con el profesor que imparte el curso, no ha conseguido que los maestros participantes se hayan apropiado de la pauta suministrada para guiar su reflexión, en el sentido de que no hay evidencias de que hayan entendido los diferentes componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica, ni siquiera de que los hayan usado.

De lo que si se considera que hay evidencias es de la apropiación de la noción general de la idoneidad en el caso de la maestra A, ya que se infiere que ha entendido que: 1) La noción de idoneidad didáctica es un constructo que permita al profesor reflexionar sobre su práctica y poder guiar su mejora en el contexto donde se realiza el proceso de enseñanza y aprendizaje. 2) El constructo de idoneidad didáctica es multidimensional y, por tanto, se descompone en idoneidades parciales. 3) Un proceso de enseñanza y aprendizaje se considera idóneo cuando se consigue un equilibrio entre los diferentes criterios parciales de idoneidad, y no cuando sólo se dan algunos de ellos.

Por otra parte, al inicio (y al final del Diplomado), los maestros contestaron el cuestionario titulado Instrumento de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en el cual se pretendía saber cuáles de los componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica que ellos tenían en cuenta para orientar su práctica antes de iniciar el Diplomado (y después de finalizarlo). Los resultados de los nueve participantes, muestra que los nueve maestros tienen en cuenta diferentes criterios para orientar su práctica (tanto al inicio como al final), pero que esos criterios que afirman que más tiene en cuenta en sus clases son el ecológico (seguramente por la formación docente obtenida en durante su carrera) el afectivo, el interaccional y el de medios (seguramente desarrollados en sus años de experiencia), pero el criterio epistémico y cognitivo (la materia y si los alumnos la han aprendido) están menos presentes. Al finalizar el Diplomado, se observa que ahora todos los criterios se tienen en cuenta en su práctica docente. Este resultado es coherente con el que se ha obtenido para los dos maestros. La conclusión a la que se llega, a partir de estas evidencias, es que, al final del Diplomado, en el total de las respuestas de los dos maestros hay un cierto equilibrio en la contemplación de las seis facetas/criterios de idoneidad didáctica.

Dicho de otra manera, las tareas del Diplomado han tenido en cuenta las seis dimensiones que hay que tener presente cuando se planifica, implementa, valora y rediseña un proceso de instrucción de matemáticas. En particular, ganan peso las facetas/criterios relacionados con la materia (epistémica) y su aprendizaje (cognitiva).

El perfil de ingreso a este Diplomado demandaba el dominio de la herramienta computacional básica que permitiera al docente formarse con un modelo educativo y a distancia en ambientes virtuales en línea. Ahora bien, cabe señalar que los docentes que no contaban con este conocimiento digital tuvieron una formación específica previa al Diplomado que consistió de una primera sesión previa, donde se les explicó el uso del aula virtual. Durante esta capacitación se observó los problemas que tenían algunos maestros para incorporar las TIC a las prácticas educativas, ya sea por la falta de formación o formación escasa de usuario generalista de tecnología digital, la ausencia de capacitación en uso didáctico de los recursos TIC, carencia de apoyo técnico sobre aspectos de informática en el centro escolar, y poco tiempo y espacio para acceder a este tipo de formación.

Dado que las tareas se vehicularon mediante el campus virtual de la Universidad de Panamá – en el que los participantes usaron foros y el correo electrónico, buscaron información por internet y conocieron algunos recursos que ofrece la red para ser usados en la enseñanza de las matemáticas–; una primera conclusión es el impacto positivo que tuvo la implementación del Diplomado sobre el desarrollo de la competencia digital de los participantes, lo cual se puede inferir en la entrega de respuestas a las tareas por medio de foros y correos. La siguiente tabla ilustra el uso de la plataforma por profesor:

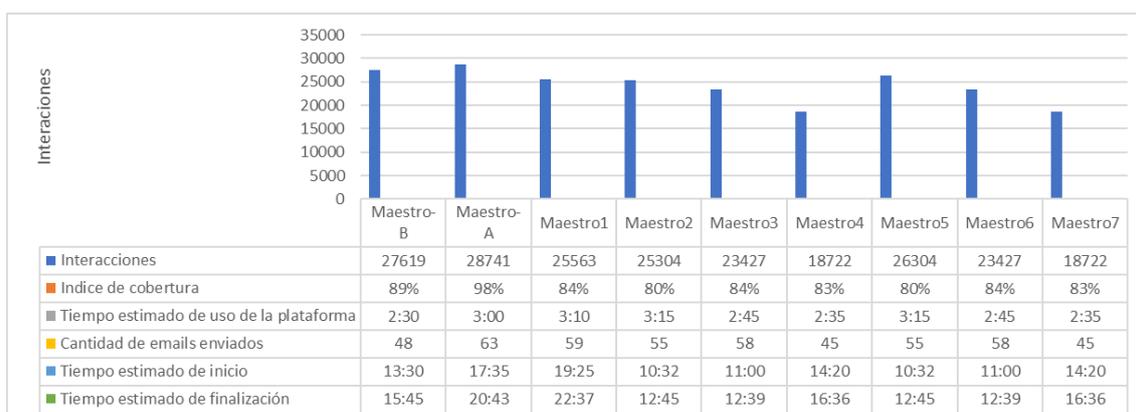


Figura 15. Distribución de frecuencias del uso de la plataforma por los maestros participantes.

Una segunda conclusión general de la implementación del Diplomado ha sido el desarrollo de la competencia transversal de saber trabajar en equipo (competencia genérica contemplada en la Ley Orgánica de Educación) (y que, en la matriz de competencias genéricas y profesionales del maestro en Panamá, Tabla 12, se ha asociado a la competencia de aprender a aprender y organizar su formación continua) ya que fomentó la interacción y comunicación colectiva. Dicho desarrollo, se considera que tiene incidencia en el desarrollo de la subcompetencia de gestión de la interacción de la competencia de análisis e intervención didáctica., dada la conexión que se da entre el desarrollo de las competencias transversales y la competencia de análisis e intervención didáctica.

El Diplomado EDEM presenta una serie de tareas que se pueden ver como un *instrumento* cuyas respuestas permiten inferir los conocimientos y competencias del profesor que las responde. Con el análisis detallado, a priori, de las tareas se puede inferir qué parte de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas se quieren evaluar. Por ejemplo, con la Tarea 7: *Resolvamos un problema como si fuéramos alumnos de preescolar, primaria y secundaria: “En una granja tenemos gallinas y conejos, en total hay 23 cabezas y 76 patas. ¿Cuántos animales de cada clase tenemos?”* se pretende evaluar el conocimiento matemático común y la faceta ecológica del conocimiento matemático-didáctico (básicamente se trata de que sepa resolver los problemas como lo harían los alumnos de estas tres etapas educativas).

Pero también se espera que se realice un análisis de la actividad matemática en cada una de las tres resoluciones para hacer algún tipo de reflexión (por ejemplo, que el problema se puede resolver de muchas maneras diferentes, que es la manera de resolver el problema lo que lo sitúa en una etapa u otra, etc.) Es decir, que también se pueda evaluar conocimientos de la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de los participantes.

Ahora bien, una cosa es lo que se pretende evaluar a priori en la lista de tareas del Diplomado EDEM y otra diferente, es lo que se puede evaluar una vez se han contestado dichas respuestas, ya que se puede dar el caso que aspectos no contemplados inicialmente a priori se puedan inferir a posteriori de las respuestas dadas. Para ello, el siguiente paso es realizar el análisis de las respuestas dadas por los dos maestros estudios de caso que se han analizado (maestros A y B).

Se seleccionaron como estudio de caso estos dos maestros ya que a priori tenían perfiles muy diferentes como se ve en la información que se halla en la tabla 14 y que se reproduce parcialmente a continuación:

Tabla 22. Cursos de formación recibidos por los maestros A y B.

Maestro	Edad	Sexo	Antigüedad docente	Niveles que ha impartido	Formación profesional	Cursos de actualización
M1 (estudio de caso, llamado Maestro A)	44	F	23	3°, 4°, 6°	Profesora de educación primaria	Estrategias metodológicas para la enseñanza de la geometría 5° y 6°. Dificultades en el aprendizaje matemático.
M4 (estudio de caso, llamado Maestro B)	50	M	18	1° - 6°	Licenciatura y profesorado en educación primaria.	

El maestro B actualmente es el maestro de informática del centro y no había recibido cursos de actualización en matemáticas antes de cursar el Diplomado. Su experiencia como profesor de matemáticas consistía en la sustitución de sus compañeros cuando estos faltaban.

Se mostró muy interesado en actualizarse en matemáticas y en estudiar el Diplomado. En cambio, la maestra A sí que imparte matemáticas en sus clases y había mostrado un cierto interés en actualizarse, antes de cursar el Diplomado, en Didáctica de las Matemáticas.

Como ejemplo del análisis a posteriori, se muestra a continuación el análisis realizado a diferentes tareas.

1. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 1 del Módulo 1

El módulo 1 consiste en 13 tareas más dos tareas de ampliación. Este módulo se inicia con una primera tarea que es un cuestionario inicial con cinco preguntas cuyo objetivo es conocer las expectativas de los participantes sobre un diplomado de didáctica de las matemáticas, lo

que entienden por Didáctica de las Matemáticas, así como sus ideas previas sobre lo que significa “aprender”, “saber” y “enseñar” matemáticas.

Con relación a la primera pregunta de la tarea 1, las exceptivas de la maestra A permiten inferir un uso implícito de varios criterios de idoneidad

“Espero conocer qué realmente se le debe enseñar al niño de educación. inicial, y cómo involucrarlo para que tenga oportunidad de reflexionar y cuestionar” (Módulo I, tarea 1, pregunta 1, maestra A).

Por una parte, se infiere el criterio emocional (“involucrarlo” para que el estudiante se interese en el estudio de las matemáticas); por otra, el criterio ecológico (qué realmente se le debe enseñar al niño de educación inicial) y también el criterio epistémico (para que tenga oportunidad de reflexionar y cuestionar).

El maestro B da las siguientes respuestas que permiten inferir el criterio epistémico (contenidos de la materia) y el emocional (...no sea aburrida):

“Espero que esta asignatura me ayude a conocer algunas técnicas, métodos o algunas herramientas que puedo usar con mis alumnos y así que la matemática no sea aburrida” (Módulo I, tarea 1, pregunta 1, maestro B).

Con relación a la segunda pregunta de la tarea 1, la respuesta de ambos maestros consiste en un comentario de tipo epistémico ya que comentan los contenidos que consideran que corresponden a la disciplina Didáctica de las Matemáticas

“Se entiende por Didáctica de las Matemáticas como una disciplina científica que estudia conjuntos de relaciones establecidas explícitas o implícitas entre el alumno, un medio (que pueden ser los instrumentos) y un sistema educativo” (Módulo I, tarea 1, pregunta 2, maestra A).

“Es el uso de todas las estrategias métodos y técnicas u otras herramientas para explicar la clase de matemática a nuestros estudiantes” (Módulo I, tarea 1, pregunta 2, maestro B).

Respecto a lo que entienden por “saber matemáticas” las respuestas apuntan a un componente del criterio interaccional (autonomía), al criterio epistémico (resolución de problemas) y al ecológico (en cualquier situación):

“Saber matemáticas es desarrollar competencias relacionadas con el pensamiento y el razonamiento y también resolver problemas” (Módulo I, pregunta 3, maestra A).

“Es desarrollar los problemas básicos de matemáticas que le presenten ante cualquier situación sin necesidad de recurrir ante un tutor” (Módulo I, pregunta 3, maestro B).

Con relación a aprender matemáticas, en la maestra A podemos inferir componentes de la idoneidad cognitiva (aprendizaje entendido como apropiación) y alta demanda cognitiva (se activan procesos cognitivos relevantes), mientras que en el maestro B entiende el aprendizaje como transmisión y su comentario se relaciona más con la forma de interacción profesor alumno:

“Apropiarse de contenidos y desarrollar la capacidad de razonar” (Módulo I, pregunta 4, maestra A).

“Aprender matemáticas es recibir nuevos conocimientos matemáticos o profundizar algunos temas que conoce superficialmente y también puede ser temas que necesitan ser reforzados” (Módulo I, pregunta 4, maestro B).

Con relación a enseñar matemáticas, en la maestra A se infiere el uso de la idoneidad cognitiva (es la asignatura que más cuesta) y también un comentario que se relaciona con la forma de interacción (considera que la interacción entre el profesor y los alumnos es de tipo transmisivo). El maestro B sigue con su idea de transmisión.

“Es la asignatura que más cuesta. Transmitir conocimientos que te permitan desarrollar las diferentes actividades que requieran respuesta basadas en las matemáticas, (Módulo 1, pregunta 5 maestra A)

“Enseñar matemáticas es transmitir conocimientos matemáticos utilizando diferentes estrategias con los estudiantes o con las personas que quieren aprender las matemáticas” (Módulo 1, pregunta 5 maestro B)

2. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 7 del Módulo 1

Como ejemplo del análisis a posteriori, se muestra el caso de la tarea 7.

Tarea 7: Resolvamos un problema como si fuéramos alumnos de preescolar, primaria y secundaria. En una granja tenemos gallinas y conejos, en total hay 23 cabezas y 76 patas. ¿Cuántos animales de cada clase tenemos?

Para el caso de preescolar la respuesta fue la siguiente:

que dan en el caso del preescolar. La maestra A, tiene en cuenta la idoneidad de medios y propone utilizar masilla de plastilina y palitos de dientes –sugiere hacer primero 23 bolitas con masilla, después colocar dos palitos a cada cabeza (que son las patas que tienen las gallinas), posteriormente hay que asignar otro par de palitos de dientes (correspondientes a los conejos) hasta llegar a los 76 palitos. Además, explica cómo sería la interacción del maestro con los alumnos para que estos puedan resolver el problema (idoneidad interaccional). El uso de estos recursos manipulativos, y la interacción prevista, es clave para asegurar una cierta idoneidad epistémica (la resolución del problema) en la etapa preescolar (idoneidad ecológica). El hecho de que el maestro B no contemple la idoneidad de medios le lleva a considerar que el problema no se puede adaptar a la etapa inicial (no contempla la posible resolución utilizando una representación icónica) y, en consecuencia, dejaría a los alumnos de esta etapa sin realizar una tarea de alta demanda cognitiva que conlleva la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (el componente riqueza de procesos de la idoneidad epistémica). Una explicación plausible es que la maestra A tiene conocimientos de los contenidos de la etapa inicial, mientras que el maestro B no los tiene.

La respuesta que dan para la etapa de primaria es similar y permite inferir un buen conocimiento de los contenidos de primaria en ambos maestros, lo cual resulta esperable ya que ambos trabajan en esta etapa. Por otra parte, si bien los dos dan una respuesta bastante diferente para la educación secundaria, ambos terminan recurriendo al uso de ecuaciones –el maestro A plantea un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas y lo resuelve por sustitución, mientras que B comienza con un método de ensayo y error para pasar luego a plantear una ecuación de primer grado con una incógnita por transposición de términos. De sus respuestas, inferimos que el maestro A tiene más desarrollada la subcompetencia de análisis de la idoneidad didáctica que el maestro B.

En términos de los conocimientos del modelo CCDM, ambos maestros muestran un buen conocimiento común, pero difieren en el ampliado ya que el maestro A muestra conocimientos de la etapa anterior y posterior, mientras que el B solo de la posterior. Una explicación plausible de esta diferencia de conocimiento ampliado puede ser la formación continua que han recibido cada uno, mientras que el maestro A ha realizado varios cursos de perfeccionamiento en Educación Matemática el maestro B no ha seguido ninguno.

En términos de competencias, ambos maestros muestran una cierta competencia matemática para resolver el problema. Ahora bien, inferimos un mayor desarrollo de la subcompetencia de análisis de la actividad matemática en la maestra A que en el maestro B ya que si bien los dos en su respuesta describen la actividad matemática realizada para resolver el problema, hay diferencias en sus respuestas. En el caso de primaria, ambos señalan diferentes tipos de objetos matemáticos (problema, estrategia, operación), pero mientras la maestra A mantiene este tipo de análisis, en sus respuestas de preescolar y de secundaria, el maestro B cuando pasa a describir la respuesta de secundaria olvida esta estructura y se limita a describir las prácticas matemáticas realizadas.

3. Análisis de las respuestas de los maestros A y B a la Tarea 8 del Módulo 1

Tarea 8: *Cuántos gajos tiene una mandarina. ¿De qué manera puede resolver este problema? Sugerencia busque mandarinas y cuente la cantidad de gajos, (luego de pelarla y contar los gajos, para no desaprovechar, puede comérsela).*

Maestra A	Maestro B
<p>Para solucionar esta tarea compré 3 mandarinas en el supermercado calculando que fueran del mismo tamaño; y las comí en días diferentes anotando la cantidad de gajos que obtenía de cada una. La primera tenía 9 gajos. La segunda 8 gajos. La tercera tenía 11 gajos. Ninguna de las tres tenía la misma cantidad de gajos, por ello sume sus gajos y los dividí entre tres y obtuve que tienen 9 gajos las mandarinas.</p> <p>El concepto desarrollado es el promedio:</p> $\frac{11 + 10 + 11}{3} = 10.67 \approx 11$ <p>(después el maestro A adaptó y realizó la actividad con sus alumnos como se puede ver en la siguiente imagen)</p> 	<p>La mandarina que tome tenía 12 gajos.</p>

En la tarea 8 del Módulo 1, podemos inferir conocimientos y competencia matemática. En el caso de la Maestra A, inferimos que activa procesos matemático-cognitivos relevantes

como son la resolución de problemas, y las conexiones extra-matemáticas (se da cuenta que en este caso hay que aplicar la noción de media aritmética).

Por otra parte, cuando hizo la adaptación de la tarea con sus estudiantes tuvo en cuenta la idoneidad de medios, pues se utilizan las propias mandarinas como recurso material para poder inferir la respuesta e introducir la idea de media aritmética. En su caso inferimos tanto conocimiento de la media como competencia matemática para aplicar dicha noción a diferentes situaciones. En cambio, en el caso del maestro B, inferimos falta de competencia matemática ya que se limita a dar la respuesta para un caso particular y no usa la noción de media. Con relación al conocimiento común, no tenemos suficiente información para inferir que no conoce la noción de media, solo inferimos que en este caso no la sabido aplicar al problema que se le ha propuesto.

4. Consideración general sobre las competencias y conocimientos del módulo 1

En términos de los conocimientos del modelo CCDM, en la maestra A se infiere un cierto conocimiento común ya que no se ha detectado ninguna respuesta incorrecta y, también, cierto conocimiento ampliado (tarea 7) (muestra conocimientos de la etapa anterior y posterior). Con relación a la competencia matemática, se observa un cierto nivel de competencia (por ejemplo, cuando resuelve las tareas 7 y 8). Ahora bien, no ha resuelto los diez problemas de la tarea de ampliación.

Muestra una cierta competencia para diseñar tareas e implementarlas con sus alumnos (competencia de gestión de la interacción). En dicho diseño e implementación, tiene en cuenta de manera explícita o implícita diferentes criterios de idoneidad didáctica, ya que están adaptadas al currículum y a la edad de los alumnos (idoneidad ecológica), incorporan el uso de materiales manipulativos (idoneidad de medios), etc. (subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica).

En el caso de maestro B, se infiere menos conocimiento común y ampliado, menos competencia matemática (por ejemplo, no resuelve la tarea 8). Por otra parte, muestra menos competencia para diseñar tareas e implementarlas con sus alumnos (competencia de gestión

de la interacción). En dicho diseño e implementación, también tiene en cuenta de manera explícita o implícita algunos de los diferentes criterios de idoneidad didáctica.

5. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 1 del Módulo 2

Tarea 1: *¿Qué son los números? ¿Cuándo se puede decir que un alumno ha adquirido el concepto de número?*

Estoy leyendo la página 20 de un libro de 360 páginas. ¿Qué tipo de pregunta permiten contestar estos números?

Maestra A	Maestro B
<p>Desde pequeños nos acostumbrados a utilizar números prácticamente en forma automática, reconociéndose a cada una de sus unidades bajo la denominación de dígito a través de lo que es su representación gráfica, desde el momento en que cambiamos el canal de la televisión.</p> <p>La adquisición del concepto de números en edad infantil es un concepto muy complejo; ya que los niños cuando llegan a la escuela tienen experiencias adquiridas, saben su edad, número de hermanos y cantidad de juguetes; pero realmente no tienen adquirido el concepto de número y es a partir de esta edad que empiezan a conocer y dominar poco a poco el concepto.</p> <p><i>Posteriormente la maestra A amplió su comentario por el foro con un comentario que habían escrito trabajando en grupo y enviado al foro</i></p> <p>"La construcción del concepto de número implica acción, inicialmente, sensorio motriz manipulativa sobre los objetos y posteriormente mental, mediante el establecimiento y coordinación de relaciones". Piaget Sensoria porque a través de los sentidos percibe de la realidad abstracta a la perceptible. Luego esta se graba en la mente ya que se registra en nuestro cerebro y de forma repetitiva consciente e inconsciente lo va generando posteriormente lo relaciona cuando lo escucha y lo ve en lugares u objetos.</p>	<p>La mayoría de los niños desde su edad infantil pueden contar oralmente los números y la mayoría igual la escritura, simplemente no conocen el concepto básico de un número, allí es donde la maestra de esta edad va a involucrar la importancia y el concepto de los números.</p> <p>Entre los 3 y los 4 años los niños ya pueden ir aprendiendo los distintos números y las reglas que usamos para medir las cantidades: su forma y nombre, el orden en que van, que no se puedan repetir.</p> <p>Hay muchas formas de facilitarle el aprendizaje a los niños, pero sobre todo hay que procurar que sea una enseñanza natural y entretenida.</p>

La asociación es un factor cognitivo valioso para la asimilación de los conceptos y en función específica de los números.	
---	--

Ninguno de los dos maestros responde a la pregunta ¿Qué son los números? de una forma clara. La maestra A hace un comentario sobre la presencia de los números en diferentes situaciones y sobre su representación, pero no responde a la pregunta, mientras que el maestro B no responde.

Por otra parte, a la pregunta ¿Cuándo se puede decir que un alumno ha adquirido el concepto de número?, tampoco dan una respuesta clara ya que lo que se espera es que describan algún tipo de evidencias que permiten inferir que el niño ha adquirido la noción de número.

En el caso de la maestra A, hace comentarios sobre cómo emerge la construcción del número según Piaget (seguramente porque cuando contestó ya había leído la lectura de la tarea 2 de este módulo) y sobre los conocimientos previos que tienen, mientras que el maestro B describe algunas prácticas relacionadas con los números (contar, escribirlos) que no permiten asegurar su adquisición y después hace dos comentarios, uno de tipo cognitivo sobre la edad en la que pueden aprender los números y otro muy general sobre cómo enseñarlos en la que resalta el aspecto emocional (que sea una enseñanza y entretenida).

Tampoco responden la segunda parte de la pregunta. Con esta tarea se pretendía desarrollar conocimiento de las facetas epistémica y cognitiva y nuestra conclusión es que los dos maestros básicamente evidencias conocimiento de la faceta cognitiva.

6. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 2 del Módulo 2

Tarea 2: Consulta el siguiente PowerPoint donde encuentra las diferentes maneras de explicar la construcción del número en las primeras edades y lee la siguiente lectura que profundiza en una de ellas. Envía tus comentarios

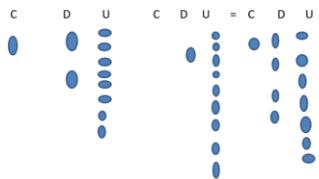
Maestra A	Maestro B
Los niños a ciertas edades inician a contar de manera automática o de manera memorista incentivados por sus padres que tienen el afán de que sus niños adquieran el conocimiento de los números antes de iniciar la	"La construcción del concepto de número implica acción, inicialmente, sensorio motriz manipulativa sobre los objetos

<p>escolaridad. En la escuela para aprender a contar y conocer los números según lo que leí debemos:</p> <ul style="list-style-type: none"> _Dominar técnicas para contar hasta que sea automático. _Enseñanza de apoyo con experiencias concretas. _Enseñanza de apoyo con largos períodos. <p>Además, Piaget afirma que un número es la unión de conceptos, seriación y clasificación. según Piaget los niños que alcanzan el estadio operacional del desarrollo mental no comprenden ni aprenden a contar significativamente es decir el pensamiento lógico. También esta lectura nos enseña que para enseñar números debemos usar conjuntos, no aplazar las experiencias y la enseñanza a contar, fomentar el desarrollo del pensamiento automático. Estos conceptos tienen relación a que debemos desarrollar el pensamiento lógico-matemático con experiencias cotidianas con diferentes juegos, cuentos y en un ambiente de seguridad; para motivar a nuestros alumnos.</p>	<p>y posteriormente mental, mediante el establecimiento y coordinación de relaciones". Piaget</p> <p>Sensoria porque a través de los sentidos percibe de la realidad abstracta a la perceptible. Luego esta se graba en la mente ya que se registra en nuestro cerebro y de forma repetitiva consciente e inconsciente lo va generando posteriormente lo relaciona cuando lo escucha y lo ve en lugares u objetos.</p> <p>La asociación es un factor cognitivo valioso para la asimilación de los conceptos y en función específica de los números.</p>
---	---

Con esta tarea se pretendía desarrollar, sobre todo, conocimientos de las facetas epistémica y cognitiva. Nuestra conclusión es que los dos maestros, después de la lectura de la tarea 2, dan algunas evidencias de conocimientos de la faceta cognitiva. Hay que resaltar que la respuesta del maestro B en esta tarea es la misma que la maestra A dio para ampliar su primera respuesta a la tarea 1.

7. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 4 del Módulo 2

Tarea 4: Consulte los siguientes videos donde se explica cómo utilizaban los pueblos de nuestra región instrumentos que tenían la misma función que el ábaco y vea la manera de aplicar alguno de ellos en el salón de clase. Envía un video o fotografías de los estudiantes haciendo uso de estas herramientas y también del ábaco, creando una página en Word de su experiencia, envíela al correo interno, con el nombre de Tarea 2.4.

Maestra A	Maestro B																										
<p>$128 + 19 =$</p> <p>Fase manipulativa Y gráfica con el Ábaco.</p> <p>C D U C D U = C D U</p>  <p>Prealgoritmo</p> <table style="margin-left: 40px;"> <tr><td>C</td><td>D</td><td>U</td></tr> <tr><td>1</td><td>2(1)</td><td>8</td></tr> <tr><td>+</td><td>1</td><td>9</td></tr> <tr><td>=</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td></tr> </table> <p>Algoritmo</p> <table style="margin-left: 40px;"> <tr><td>C</td><td>D</td><td>U</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>8</td></tr> <tr><td>+</td><td>1</td><td>9</td></tr> <tr><td>=</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td></tr> </table>	C	D	U	1	2(1)	8	+	1	9	=	1	4	7	C	D	U	1	2	8	+	1	9	=	1	4	7	 <p>Los utensilios para facilitar las cuentas numéricas y el conteo han sido utilizados a través de miles de años, por ejemplo, contar con los dedos, el ábaco y la pascalina.</p> <p>Un material que utilizamos en nuestra región y que más o menos tiene la misma función que el ábaco es, la Caja de Valores.</p>
C	D	U																									
1	2(1)	8																									
+	1	9																									
=	1	4	7																								
C	D	U																									
1	2	8																									
+	1	9																									
=	1	4	7																								

Con esta tarea se pretendía desarrollar, sobre todo, conocimientos de la faceta de medios (aunque también epistémicos y cognitivos). Nuestra conclusión es que los dos maestros ya tienen incorporado el uso de materiales similares al ábaco para la enseñanza del sistema de numeración decimal y los algoritmos de las cuatro operaciones.

En la respuesta de la maestra A, para la enseñanza de la suma llevando, se infieren las ideas de Bruner sobre el uso de diferentes representaciones (faceta cognitiva e interaccional). Según Bruner hay tres tipos de representaciones: 1) La representación enactiva, 2) La representación icónica y 3) La representación simbólica. Bruner, entre otros, propuso que los conceptos se enseñasen siguiendo tres fases (que se infieren en las respuestas de los maestros, en especial en el maestro A):

- a) Fase de manipulación: los conceptos tienen su origen en las acciones realizadas sobre los objetos.
- b) Fase de representación: aquello que se ha comprendido se ha de poder explicar oralmente y se ha de saber representar icónicamente.
- c) Fase simbólica: esta etapa es la más reflexiva y la que posibilita el paso efectivo a la abstracción; aquello que se ha comprendido se ha de saber trabajar con símbolos sin un referente concreto.

Esta manera de introducir los conceptos de forma significativa pretende resolver una de las grandes dificultades del aprendizaje de las matemáticas: su nivel de abstracción y generalización. Estas ideas se concretaron en diferentes materiales, como por ejemplo los

bloques lógicos y los bloques multibase de Dienes, que fueron muy importantes durante el siglo pasado y que aún son utilizados actualmente.

8. Consideración general sobre las competencias y conocimientos del módulo 2

En términos de los conocimientos del modelo CCDM, en la maestra A se infiere un cierto conocimiento común de los contenidos del bloque de aritmética (aunque no responde con claridad a la tarea 1 donde se le pregunta qué son los números) y algo menos del bloque de medida (por ejemplo, no responde correctamente a la tarea 17 donde se le pregunta que explique qué entiende por magnitud, pero si responde correctamente a la tarea 20). Ahora bien, con relación al conocimiento común de aritmética y medida, no responde a las preguntas relacionadas con fracciones y decimales. Con relación a la competencia matemática, se observa un cierto nivel de competencia (por ejemplo, cuando se le presentan prácticas matemáticas de los alumnos y se le pregunta si son erróneas o no, como en la tarea 6). Ahora bien, como se ha dicho antes, no ha resuelto las tareas relacionadas con fracciones y decimales (tareas 22-25).

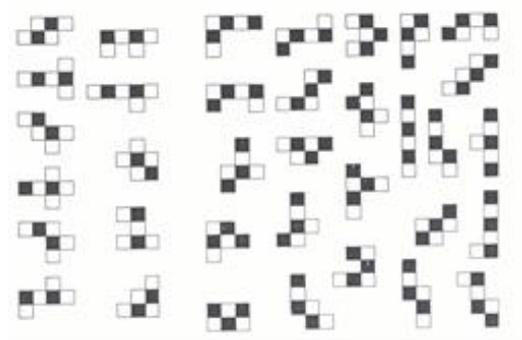
Muestra una cierta competencia para diseñar tareas e implementarlas con sus alumnos (competencia de gestión de la interacción). En dicho diseño e implementación, tiene en cuenta de manera explícita o implícita diferentes criterios de idoneidad didáctica, ya que están adaptadas al currículum y a la edad de los alumnos (idoneidad ecológica), incorporan el uso de materiales manipulativos (idoneidad de medios), etc. (subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica). También muestra una cierta competencia en el análisis de la actividad matemática (en la tarea 3 asocia correctamente cada tarea con el sentido de número que se debe activar en ella). En general, consideramos que muestra un cierto desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica.

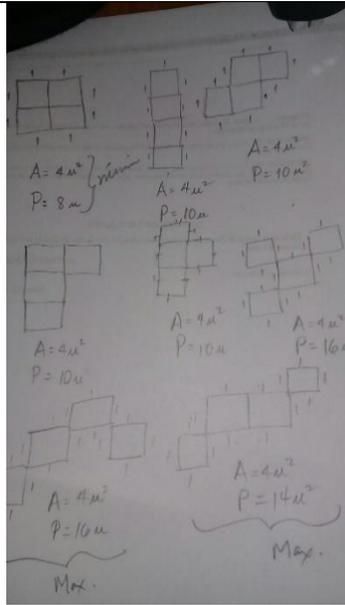
En el caso de maestro B, se infiere menos conocimiento común y menos competencia matemática que en la maestra A (por ejemplo, resuelve menos tareas que la maestra A, como es el caso de la tarea 20). Muestra menos competencia de análisis de la actividad matemática (por ejemplo, en la tarea 3 no asocia correctamente significados parciales del número con las tareas correspondientes). Por otra parte, muestra menos competencia para diseñar tareas

e implementarlas con sus alumnos (competencia de gestión de la interacción). En dicho diseño e implementación, también tiene en cuenta de manera explícita o implícita algunos de los diferentes criterios de idoneidad didáctica. En general, consideramos que muestra un menor desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica que la maestra A.

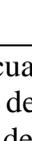
9. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 1 del Módulo 3

Tarea 1: *Los hexaminós son figuras formadas por seis cuadrados de manera que cada dos de ellos tengan un lado en común. A continuación, tienes dibujados todos los hexaminós posibles. Entre los 35 hexaminós has de encontrar los 11 que permiten construir un cubo. Puedes dibujar el hexaminó en papel cuadriculado para poderlo recortar con unas tijeras. Envíe imágenes de sus alumnos y usted trabajando con hexaminos en el salón de clases.*



Maestra A	Maestro B
 <p>Primero empezaría explicando a los estudiantes que los cuerpos geométricos ocupan un lugar en el espacio ya sea reales o ideales y que se desarrollan en tres dimensiones que son: alto, ancho y largo y están compuestas por figuras geométricas como poliedros y cuerpos redondos. Además, el niño aprende que cada uno está formado por elementos como caras, aristas vértices y altura; con la definición de cada uno de estos elementos afianzarán sus conocimientos.</p>	

Además, harán cuadros comparativos de las caras, aristas y vértices de los poliedros como el siguiente ejemplo tomado de internet.

Nombre	Imagen	Vértices (V)	Aristas (A)	Caras (C)
Tetraedro		4	6	4
Cubo o Hexaedro		8	12	6
Octaedro		6	12	8
Dodecaedro		20	30	12
Icosaedro		20	30	12
Pirámide triangular		6	9	5
Pirámide rectangular		8	12	6
Pirámide pentagonal		10	15	7
Pirámide hexagonal		12	18	8
Pirámide cuadrangular		5	8	5



En esta actividad, se propone que los maestros participantes realicen una actividad matemática y que después la adapten para que sus alumnos investiguen cuáles de los 35 hexaminós son desarrollos planos de un cubo. Para contestar a esta pregunta, se les puede facilitar plantillas en las que pueden dibujar los hexaminós y, si lo consideran conveniente, los pueden recortar para ver si es posible construir el cubo a partir de ellos (en las fotografías que enviaron los dos maestros se observa que se usó este material) (faceta de medios).

Si bien los dos maestros no enviaron una respuesta mostrando los once hexaminós que son desarrollos planos del cubo, aquí se asume que lo resolvieron (aunque fuese conjuntamente con sus alumnos) y, por tanto, se infiere que esta actividad mostró o generó conocimiento común y competencia matemática.

Esta actividad está diseñada esperando que resulte muy atractiva para los alumnos y que, gracias al trabajo colaborativo, casi todos terminen integrándose en ella. Se espera que todos los grupos lleguen a descubrir todos los hexaminós que son desarrollos planos del cubo. Un aspecto para resaltar es que para que la tarea se pueda resolver son necesarios algunos conocimientos previos (los conceptos de "cara", "vértice" y "arista"). También hay que distinguir entre cara lateral y base. Los alumnos han de contar el número de aristas y de caras, el número de caras laterales y el número de bases. También tienen que observar que en un vértice concurren sólo tres caras. En la respuesta de la maestra A, se observa que da importancia a saber estos conocimientos previos (faceta cognitiva).

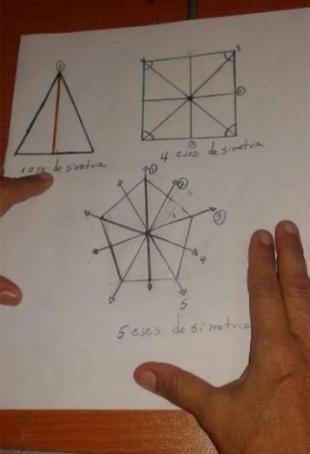
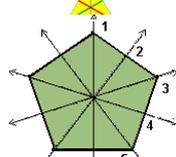
La maestra A, también muestra un buen conocimiento matemático común ya que conecta esta tarea con otros contenidos del currículo de esta etapa (el estudio de los poliedros). También se observa que el maestro B ha conectado la tarea con las nociones de área y perímetro.

Con relación a la organización de la actividad, si bien no se les daba ninguna indicación de que se trabajase con los alumnos de manera colaborativa, los dos maestros muestran que se trabajó colaborativamente (ver las fotos que enviaron). No hay, sin embargo, comentarios sobre si todos los alumnos participaron (faceta interaccional).

En esta tarea el alumno realiza básicamente acciones mentales o físicas que no son rutinarias. Es una tarea que puede despertar el interés de los alumnos (faceta emocional) y generar una actividad matemática del alumno muy interesante como es usar el ensayo y error, además de la elaboración de conjeturas (riqueza de procesos). Si bien no hay comentarios sobre estas dos facetas en las respuestas de los maestros, en la foto que ha enviado el maestro A se ve a los alumnos contentos con la realización de la tarea.

10. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 9 del Módulo 3

Tarea 9: Busca los ejes de simetría de un triángulo isósceles, de un cuadrado y de un pentágono.

Maestra A	Maestro B																		
	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="text-align: center;"> <p>Ejes de simetría</p> <p>Equilátero</p>  <p>3 ejes de simetría</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Isósceles</p>  <p>1 eje de simetría</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Escaleno</p>  <p>No tiene ejes de simetría.</p> </div> </div> <div style="text-align: center;"> <p>□ tienen DIAGONALES.</p>  </div> <div style="margin-top: 10px;"> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Polígono regular</th> <th>Número de lados</th> <th>Número de ejes de simetría</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Heptágono</td> <td>7</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>Hexágono</td> <td>6</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Pentágono</td> <td>5</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Cuadrado</td> <td>4</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Octágono</td> <td>8</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table> </div>	Polígono regular	Número de lados	Número de ejes de simetría	Heptágono	7	7	Hexágono	6	6	Pentágono	5	5	Cuadrado	4	4	Octágono	8	8
Polígono regular	Número de lados	Número de ejes de simetría																	
Heptágono	7	7																	
Hexágono	6	6																	
Pentágono	5	5																	
Cuadrado	4	4																	
Octágono	8	8																	

En términos de los conocimientos del modelo CCDM, ambos maestros muestran un buen conocimiento común. En términos de competencias, ambos maestros muestran una cierta competencia matemática para resolver el problema.

11. Consideración general sobre las competencias y conocimientos del módulo 3

Este módulo estaba orientado básicamente a desarrollar, además de competencia matemática, conocimiento común en los bloques de geometría, medida de magnitudes geométricas y en estadística y probabilidad. Además, se ponía el énfasis en tareas que conllevaran realizar una investigación geométrica rica usando materiales manipulativos (como las tareas 1, 2, 3 y 7).

Lamentablemente, este módulo coincidió temporalmente con el final del trimestre y las responsabilidades académicas, de gestión y extracurriculares con las familias, de los maestros participantes, conllevó una menor dedicación al Diplomado por su parte.

En términos de los conocimientos del modelo CCDM, en la maestra A se infiere un cierto conocimiento común de los contenidos del bloque de geometría, pero no se puede tener información sobre sus conocimientos sobre probabilidad y estadística, porque no respondió ninguna de las preguntas de este tópico. Con relación a las tareas relacionadas con la medida de magnitudes geométricas, solo envió la número 21:

La respuesta correcta es la opción nº2 ya que el área de la figura es de $10 \cdot 15 = 150$

$20 \cdot 30 = 600 / 400\% = 1.50$

De esta manera la medida del área de la imagen es 10 por $15 = 150$

Si multiplico 20 por 30 me da un resultado de 600 que dividido en el $400\% = 1.50$

Este es mi análisis.

Ahora bien, esta tarea era una de las más complicadas y la resolvió de una forma que se puede considerar correcta (a pesar de que hay errores de notación, las áreas no tienen unidades y que divide por un tanto por ciento) por lo que se va a considerar que tiene un cierto conocimiento común de los contenidos de medida de magnitudes geométricas. Con relación a la competencia matemática valoramos que la maestra A realizó la investigación de la tarea 1, pero no pudo responder a las otras tareas de investigación geométrica, que

conlleven una actividad matemática rica en procesos y con alta demanda cognitiva (las tareas 2, 3 y 7), y tampoco muestra competencia para resolver áreas de estadística y probabilidad.

En este bloque había algunas tareas orientadas claramente al desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica, en particular, la tarea uno, la cual, si fue implementada por la maestra A con sus alumnos, la tarea tres, la cinco, la seis, la 16, la 24 y la 28 (de las cuales respondió la tres y la cinco). Por otra parte, muestra una cierta competencia para diseñar tareas e implementarlas con sus alumnos (competencia de gestión de la interacción) como es el caso de la tarea 1. En dicho diseño e implementación, tiene en cuenta de manera explícita o implícita diferentes criterios de idoneidad didáctica, ya que están adaptadas al currículum y a la edad de los alumnos (idoneidad ecológica), incorporan el uso de materiales manipulativos (idoneidad de medios), etc. (subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica). También muestra una cierta competencia en el análisis de la actividad matemática (en la tarea 5). En general, consideramos que en este módulo muestra un nivel de desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica inferior a la mostrada en los dos módulos anteriores.

En el caso de maestro B, como ha pasado en los dos módulos anteriores, se infiere menos conocimiento común y menos competencia matemática que en la maestra A, en particular en los bloques de medida de magnitudes geométricas y en estadística y probabilidad. En general, muestra un nivel también bajo de desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica, similar o menor al de la maestra A.

12. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 1 del Módulo

4

Tarea 1: La siguiente narrativa está escrita por una futura maestra (María) durante su período de prácticas. María observó las prácticas en una clase de 1º grado. María describió la tarea que estaban realizando los niños con la maestra de la siguiente manera:

<<Cada niño tiene una ficha con los números hasta el 100 similar a la que se muestra a continuación:

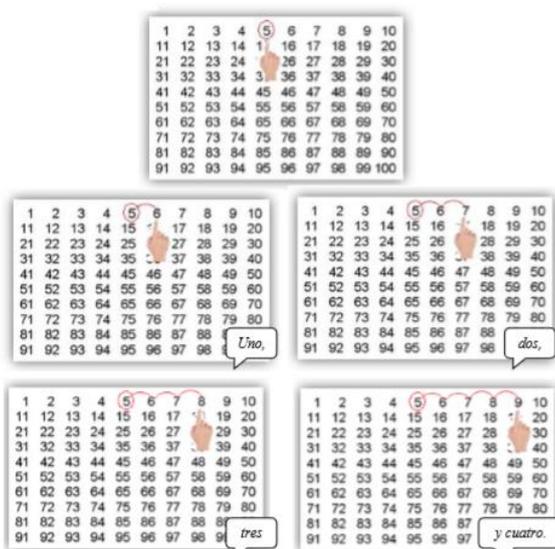
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Asimismo, en la pizarra hay otra tabla, pero de mayor dimensión. Para la realización de la actividad, en primer lugar, el alumnado, haciendo uso de su tabla, cuenta cuántos números hay entre otros dos, respondiendo a preguntas del tipo: ¿Cuánto le falta a a para llegar a b? Seguidamente, resuelve restas sin llevar en la pizarra, pudiendo utilizar la tabla de la pizarra usando la estrategia de conteo que previamente han practicado para comprobar sus respuestas.>>

- a) ¿Cuál/es son el objetivo/s de aprendizaje pretendidos en la actividad (qué es que se pretende conseguir con la realización de esta tarea-actividad)?
- b) ¿Qué contenido/s se trabajan en la actividad?

María también describió la gestión de la interacción de la maestra y algunos errores y dificultades que observó en los alumnos de la siguiente manera:

<<La actividad se divide en dos partes. En la primera de ellas, la profesora pregunta a los alumnos cuánto le falta a un número para llegar a otro, para lo cual, los alumnos, haciendo uso de su ficha, han de poner el dedo índice sobre el primer número mencionado y contar el número de "saltos" que dan hasta llegar al otro número. Por ejemplo, ¿Cuánto le falta al 5 para llegar al 9? Los niños ponen entonces su dedo sobre el número 5 y van contando saltos hasta llegar al 9.



Algunos alumnos muestran dificultades en esta parte de la actividad, bien por no reconocer los números que dice la maestra (por ejemplo, una alumna confunde el 13 con el 31), no tener asentado el conteo o realizar el procedimiento contando, en lugar de los saltos entre los dos números dictados por la maestra, los números que hay entre estos dos (ej. del 5 al 9 hay tres porque entre estos dos números hay uno (6), dos (7) y tres (8)), o bien, comenzar a contar desde el primer número incluyéndolo (ej. del 5 al 9 hay cinco porque cuento uno (5), dos (6), tres (7), cuatro (8) y cinco (9)). Para solventar estos errores, la profesora pide al niño que coloque su dedo sobre el número que le diga y que cuente los movimientos que hace hasta llegar al otro número. En el caso de que el niño continúe sin hacerlo correctamente, la maestra coloca el dedo del niño sobre el número que le dice y a continuación, va moviendo con él el dedo contando hasta llegar al segundo número.

Una vez realizada esta parte de la actividad, la profesora plantea una serie de restas sin llevar en la pizarra que los alumnos han de resolver. Para resolverlas, los niños han de contar primero cuántos números le faltan al número de unidades del sustraendo para llegar al número de unidades del minuendo y luego, contar cuántos números le faltan al número de decenas del sustraendo para llegar al número de decenas del minuendo, pudiendo utilizar la tabla que tienen a su disposición en la pizarra.

En la mayoría de los casos los alumnos sí alcanzaron los objetivos propuestos. Por ejemplo, al salir a la pizarra y realizar $54-31$, un alumno dijo del 1 al cuatro van uno, dos y tres saltos, así que pongo 3 y del 3 al 5 van uno y dos saltos, así que pongo 2. No obstante, otros alumnos tuvieron mayores dificultades y no lograron realizar las restas por no efectuar el procedimiento de conteo correctamente dado a que no reconocían algunos números de la serie numérica.

c) ¿Cómo crees que el alumnado ha alcanzado (o no) los objetivos de aprendizaje propuestos por el/la maestro/a? Proporciona algún tipo de evidencias que te permita justificar tu respuesta.

d) ¿Qué errores y dificultades ha observado María?

e) Modifica la tarea-actividad inicial propuesta por el/la maestro/a para que el/la alumno/la que haya tenido dificultades para alcanzar el objetivo de aprendizaje previsto lo pueda alcanzar. Justifica tu modificación.

Maestra A	Maestro B
<p>1. ¿Cuál/es son el objetivo/s de aprendizaje pretendidos en la actividad (qué es que se pretende conseguir con la realización de esta tarea-actividad)?</p> <p>R. El objetivo de esta actividad es afianzar los números estudiados de 1-100 de una forma diferente con una tabla o ficha con los mismos.</p> <p>Además, permite a la maestra que los estudiantes aprendan operaciones básicas. También la maestra ha podido identificar</p>	<p>¿Cuál/es son el objetivo/s de aprendizaje pretendidos en la actividad (qué es que se pretende conseguir con la realización de esta tarea-actividad)?</p> <p>Comparar números naturales menores o iguales a 100.</p> <p>Utilizar la sustracción de números naturales hasta el 100, para resolver con</p>

<p>errores en el aprendizaje de los números por sus estudiantes.</p> <p>2. ¿Qué contenido/s se trabajan en la actividad? Los números naturales de 1-100 Las operaciones básicas de la resta. Secuencia de números. Puede identificar antes y después mediante los saltos de números.</p> <p>3. ¿Cómo crees que el alumnado ha alcanzado (o no) los objetivos de aprendizaje propuestos por el/la maestro/a? Proporciona algún tipo de evidencias que te permita justificar tu respuesta. Los alumnos han repasado los números de 1-100 en el aula y con la maestra pudiendo realizar operaciones básicas de suma y resta; utilizaron la técnica descrita por la maestra y la mayoría logró realizar las tareas asignadas por la maestra. Algunos estudiantes como sucede en todo grupo no lo lograron quizás por falta de dominio en la secuencia, orden y escritura de números. La evidencia que puedo mostrar es la del mismo módulo cuando uno de los niños puede restar con esa ficha 54 – 31 utilizando la técnica de los saltos propuestas por la maestra.</p> <p>4. ¿Qué errores y dificultades ha observado María? María ha observado que algunos niños no reconocen los números que dice la maestra y que algunos tienen confusión con números como 13 y 31. Otros niños no realizaron el procedimiento de conteo correctamente.</p> <p>5. Modifica la tarea-actividad inicial propuesta por el/la maestro/a para que el/la alumno/la que haya tenido dificultades para alcanzar el objetivo de aprendizaje previsto lo pueda alcanzar. Justifica tu modificación. R. Yo trabajaría la actividad de esta manera para los niños que tuvieron dificultades:</p>	<p>seguridad situaciones de la vida cotidiana relacionadas con estas operaciones.</p> <p>¿Qué contenido/s se trabajan en la actividad? Reconocimiento de los números hasta el 100. Conteo de salto en salto. Seguimiento de las instrucciones al contar números hasta 100. Seguridad y confianza en el conteo</p> <p>¿Cómo crees que el alumnado ha alcanzado (o no) los objetivos de aprendizaje propuestos por el/la maestro/a? Proporciona algún tipo de evidencias que te permita justificar tu respuesta. En la mayoría de los casos los alumnos si alcanzaron los objetivos propuestos. Los niños ponen su dedo sobre el número indicado y van contando hasta el número que tienen que llegar.</p> <p>¿Qué errores y dificultades ha observado María? Los alumnos muestran dificultades por no reconocer los números que dice la maestra. Realizar el procedimiento contando, en lugar de los saltos entre los dos números dictados por la maestra, los números entre estos dos.</p>
--	---

Primero identificando los números de 1-5 Luego de 1-10 Después del 1-20 Del 1-50 Y por último de 1-100 para que tengan un mejor dominio de estos. Trabajaría con todos Jugar al bingo les ayuda a reconocer y afianzar los números de 1-100. Realizar series ascendentes o descendientes.	
---	--

En esta tarea 1 se presenta a los maestros parte de la narrativa de una estudiante para maestra, María, la cual ha elaborado un informe sobre algunos aspectos de su experiencia durante las prácticas de enseñanza en un grupo de 1° de educación primaria, respondiendo a determinadas consignas que se le han suministrado para organizar la narrativa. Se trata de una adaptación de una narrativa analizada en Font, Breda, Giacomone & Godino (2018). La instrucción que se le dio a la futura maestra es que tenía que identificar y describir una situación de enseñanza-aprendizaje en el aula en la que pensara que se estuviera favoreciendo el desarrollo de algún aspecto de la competencia matemática. Se le proporcionaron unas preguntas guía, que son las que va respondiendo María en su narrativa. A los maestros del Diplomado, con base a esta narrativa, se les hacen preguntas pensadas para describir, explicar, valorar/rediseñar (en el sentido de diseñar nuevas y mejores situaciones):

Describir. Apartados a, b y d; Explicar: Apartado c; Valorativa/Rediseño: Apartado e.

La maestra A, en su respuesta al apartado a, pone en juego las siguientes categorías del modelo CCDM: 1) Tipo de análisis: descriptivo. 2) Fase del proceso de estudio: implementación. 3) Dimensiones del conocimiento; matemática: componente conocimiento común (entiende el documento de María); Dimensión didáctico-matemática: conocimiento de la faceta epistémica (se limita a decir <<el objetivo de esta actividad es afianzar los números estudiados de 1-100...que los estudiantes aprendan operaciones básicas...>>, pero no llega a concretar el resultado del aprendizaje en una lista de prácticas, como por ejemplo, <<usar los números del 1 al 100 para realizar restas sin llevar y prepararles para la resta sin llevada>>, que se supone que el alumno podría realizar en el futuro); también se puede considerar que la maestra A muestra conocimientos correspondientes a la faceta cognitiva del modelo CCDM ya que se refiere a los aprendizajes de los alumnos pretendidos, así como

a errores y dificultades; conocimientos de la faceta ecológica (conocimiento de los contenidos del currículo) y conocimientos correspondientes a la faceta de medios (comenta los recursos <<... de una forma diferente con una tabla o ficha con los mismos>>). 4) Profundidad del análisis: Nivel entre 0 y 1 (descripción superficial). 5) Competencia: subcompetencia de análisis de la actividad matemática.

La maestra A, en su respuesta al apartado b, pone en juego las siguientes categorías del modelo CCDM: 1) Tipo de análisis: descriptivo. 2) Fase del proceso de estudio: implementación. 3) Dimensiones del conocimiento; matemática: componente conocimiento común (la maestra A tiene el conocimiento matemático común que le permite realizar y entender la tarea propuesta a los alumnos); Dimensión didáctico-matemática: conocimiento de la faceta epistémica (la maestra A tiene un conocimiento que le permite identificar aspectos epistémicos en la actividad realizada por el alumno: procedimientos, conceptos, representaciones, etc. 4) Profundidad del análisis: Nivel 1 (descripción que un lector entiende. 5) Competencia: subcompetencia de análisis de la actividad matemática.

En el apartado c, la maestra A tiene que dar una interpretación/justificación/explicación de la consecución de los objetivos de la segunda consigna. Para ello, responde a la pregunta considerando, implícitamente, que el resultado del aprendizaje de los alumnos consiste en una lista de prácticas (realizar operaciones básicas de suma y resta, utilizar una técnica, resolver las tareas)—se infiere conocimiento didáctico-matemático de la faceta epistémica. La maestra A considera que la mayoría de los alumnos aprendieron a realizar las prácticas previstas y pone como evidencia un ejemplo en el que un alumno realiza una resta sin llevadas y explica cómo la realizó. Además, explica que algunos alumnos no pudieron realizar la resta por falta de conocimiento de los conocimientos previos —en estas respuestas se infiere conocimiento didáctico-matemático de la faceta cognitiva. Con relación al tipo de análisis, ahora es explicativo, mientras que la fase del proceso de instrucción sigue siendo la implementación. La profundidad del análisis es de nivel 1 (descripción que un lector entiende) y se muestra una cierta subcompetencia de análisis de la actividad matemática y de la subcompetencia de análisis de la gestión del proceso de instrucción.

La maestra A, en su respuesta al apartado d, pone en juego las siguientes categorías del modelo CCDM: 1) Tipo de análisis: descriptivo. 2) Fase del proceso de estudio: implementación. 3) Dimensión didáctico-matemática: conocimiento de la faceta cognitiva

4) Profundidad del análisis: Nivel 1 (descripción que un lector entiende. 5) Competencia: subcompetencia de análisis de la gestión del proceso de instrucción y de la subcompetencia de análisis de la actividad matemática.

La maestra A, en su respuesta al apartado e, pone en juego las siguientes categorías del modelo CCDM: 1) Tipo de análisis: valorativo (Justifica la modificación: se trata de una valoración previa del diseño didáctico que permita tomar decisiones para el rediseño/construcción de nuevas secuencias didácticas). 2) Profundidad del análisis: Nivel 1 3) Fase del proceso de estudio: valoración y rediseño. 4) Dimensión del conocimiento: matemática: componente conocimiento común; didáctico-matemática: faceta epistémica (conocimiento necesario para el diseño de secuencias didácticas); faceta cognitiva (reconocimiento de dificultades de aprendizaje y rediseño de tareas para resolverlas). 5) Competencia: subcompetencia de valoración de la idoneidad matemática (idoneidad cognitiva).

El maestro B, en su respuesta al apartado a, pone en juego las siguientes categorías del modelo CCDM: 1) Tipo de análisis: descriptivo. 2) Fase del proceso de estudio: implementación. 3) Dimensiones del conocimiento; matemática: componente conocimiento común (entiende el documento de María); Dimensión didáctico-matemática: conocimiento de la faceta epistémica (se limita a decir << Comparar números naturales menores o iguales a 100... Utilizar la sustracción de números naturales hasta el 100, para resolver con seguridad situaciones de la vida cotidiana relacionadas con estas operaciones...>>, pero no llega a concretar el resultado del aprendizaje en una lista de prácticas, como por ejemplo, <<usar los números del 1 al 100 para realizar restas sin llevar y prepararles para la resta sin llevada>>, que se supone que el alumno podría realizar en el futuro); también se puede considerar que el maestro B muestra conocimientos correspondientes a la faceta cognitiva del modelo CCDM ya que se refiere a los aprendizajes de los alumnos pretendidos; conocimientos de la faceta ecológica (conocimiento de los contenidos del currículo y situaciones de la vida cotidiana). 4) Profundidad del análisis: Nivel entre 0 y 1 (descripción superficial). 5) Competencia: subcompetencia de análisis de la actividad matemática.

El maestro B, en su respuesta al apartado b, pone en juego las siguientes categorías del modelo CCDM: 1) Tipo de análisis: descriptivo. 2) Fase del proceso de estudio: implementación. 3) Dimensiones del conocimiento; matemática: componente conocimiento

común (la maestra A tiene el conocimiento matemático común que le permite realizar y entender la tarea propuesta a los alumnos); Dimensión didáctico-matemática: conocimiento de la faceta epistémica (el maestro B tiene un conocimiento que le permite identificar aspectos epistémicos en la actividad realizada por el alumno: procedimientos de conteo. 4) Profundidad del análisis: Nivel 0 (en la descripción no aparece un aspecto esencial, no dice entre los contenidos nada relacionado con la resta. 5) Competencia: subcompetencia de análisis de la actividad matemática.

En el apartado c, el maestro B tiene que dar una interpretación/justificación/explicación de la consecución de los objetivos de la segunda consigna. Para ello, responde a la pregunta considerando, implícitamente, que el resultado del aprendizaje de los alumnos consiste en realizar una práctica (los niños ponen su dedo sobre el número indicado y van contando hasta el número que tienen que llegar)—se infiere conocimiento didáctico-matemático de la faceta epistémica y cognitiva. El maestro B considera que la mayoría de los alumnos aprendieron a realizar las prácticas previstas, pero no da ninguna evidencia (a diferencia de la maestra A). Tampoco dice nada sobre el hecho de que algunos alumnos no pudieron realizar esta práctica. Con relación al tipo de análisis, ahora es explicativo, mientras que la fase del proceso de instrucción sigue siendo la implementación. La profundidad del análisis no llega al nivel 1 (descripción en la que faltan elementos esenciales) y se muestra poco nivel de desarrollo de subcompetencia de análisis de la actividad matemática y de la subcompetencia de análisis de la gestión del proceso de instrucción.

El maestro B, en su respuesta al apartado d, pone en juego las siguientes categorías del modelo CCDM: 1) Tipo de análisis: descriptivo. 2) Fase del proceso de estudio: implementación. 3) Dimensión didáctico-matemática: conocimiento de la faceta cognitiva 4) Profundidad del análisis: no llega al Nivel 1 (descripción confusa). 5) Competencia: muestra poco nivel de desarrollo de la subcompetencia de análisis de la gestión del proceso de instrucción y de la subcompetencia de análisis de la actividad matemática.

El maestro B no responde al último apartado (e).

13. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 2 del Módulo 4

Tarea 2: *Observa con detenimiento el vídeo que aparece a continuación:*

1. *Identifica tres características del ambiente de aprendizaje ilustrado en el vídeo.*
2. *Describe el tipo de tarea que realiza la maestra con sus estudiantes.*
3. *Que situaciones del vídeo denotan aprendizaje cooperativo.*

Maestra A	Maestro B
<p>1. Identifica tres características del ambiente de aprendizaje ilustrado en el vídeo. Forma de organización del grupo. Uso de espacio y tiempo. Trabajo dinámico y grupal.</p> <p>2. Describe el tipo de tarea que realiza la maestra con sus estudiantes. R. El tipo de tarea es las habilidades de conteo.</p> <p>3. Que situaciones del vídeo denotan aprendizaje cooperativo. Confianza de todos los niños a participar. Están atentos a lo que hacen todos los compañeros protagonistas en el juego. Desarrollan en la tarea asignada con ayuda mutua creatividad, imaginación y fantasía.</p>	<p>Identifica tres características del ambiente de aprendizaje ilustrado en el vídeo. la interacción de profesor-alumno. La maestra genera un ambiente de aprendizaje en aula haciendo actividades recreativas, en la cual el alumno refuerza conocimientos ya adquiridos. los estudiantes interactúan, bajo condiciones y circunstancias físicas, humanas, sociales y culturales propicias, para generar experiencias de aprendizaje significativo y con sentido. El salón de clases es grande y tiene la capacidad para tener bastantes cosas adentro, cuenta con muebles en los cuales hay materiales didácticos, laminas descriptivas y de personajes de cuentos.</p> <p>2. Describe el tipo de tarea que realiza la maestra con sus estudiantes. Enseña a contar, para poder saber en qué fila hay más muñecos. Secuencia lógica, la maestra da indicaciones para que coloquen los muñecos uno detrás del otro. Van tomando de la caja en orden de asiento los muñecos.</p> <p>3. Que situaciones del vídeo denotan aprendizaje cooperativo. Cuando alguno de los estudiantes se equivoca los compañeros que ya saben lo ayudan a poner el muñeco en el lugar correcto.</p>

En el primer apartado de esta tarea se presenta una consigna sin ninguna orientación explícita para su respuesta, con el objetivo de conocer el tipo de análisis que priorizan los maestros

en sus respuestas (descriptivo, explicativo o valorativo). En el caso de la maestra A, su escueta respuesta se relaciona más con un análisis descriptivo (no hay explicaciones ni valoraciones).

Por otra parte, las opiniones de estos profesores se pueden considerar evidencias de algunas de las seis facetas (epistémica, cognitiva, ecológica, interaccional, mediacional y afectiva) del modelo del conocimiento didáctico-matemático (CDM) del profesor de matemáticas (una parte del CCDM); y cuando las opiniones son claramente valorativas, se organizan de manera implícita o explícita mediante algunos indicadores de los componentes de los criterios de idoneidad didáctica (otro componente del modelo CCDDM) propuestos por el EOS (idoneidad epistémica, mediacional, ecológica, afectiva, interaccional y cognitiva).

En el caso de la maestra A, sus comentarios se relacionan con la faceta interaccional y con la mediacional. En el caso del maestro B, si bien, por una parte, su comentario se puede considerar descriptivo, por otra se puede inferir una cierta valoración positiva del proceso de instrucción que se muestra en el video, su comentario tiene que ver con la faceta interaccional, emocional y cognitiva

Con relación a la respuesta al segundo apartado, ambos maestros responden describiendo prácticas matemáticas de conteo (la maestra A descontextualizadas y el maestro B contextualizadas) (faceta epistémica). El tercer apartado de esta pregunta pretende que se ponga en funcionamiento el criterio de idoneidad interaccional. Con relación a la respuesta al tercer apartado, los maestros consideran que hay cooperación cuando la interacción permite la inclusión de los alumnos y no la exclusión. Por otra, los términos que utilizan permiten inferir una valoración positiva de este tipo de interacción (idoneidad interaccional). Hay que resaltar que la valoración positiva de este tipo de interacción se basa en la suposición implícita o explícita de que hay determinadas tendencias sobre la enseñanza de las matemáticas que nos indican cómo debe ser una enseñanza de las matemáticas de calidad (en este caso la inclusión y el principio de equidad).

14. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 3 del Módulo 4

Tarea 3: *Elabore un plan de clase que incluya la programación la secuenciación de contenidos y el diseño de tareas alineados a la curricular de MEDUCA. Tome en consideración los contenidos y técnicas aprendidos durante el diplomado.*

La respuesta a esta tarea de los maestros A y B se limitó a realizar una programación de acuerdo con el modelo de planeamiento que les ha proporcionada el MEDUCA. La programación de la maestra A sigue exactamente dicho modelo, mientras que el maestro B sigue una modificación de dicho modelo que se realizó posteriormente (ambos modelos son admitidos por los supervisores del Ministerio de Educación).

Tabla 3. Modelo de secuencia didáctica para la planificación competencial

Objetivo de aprendizaje	Indicadores de logro	Evaluación		
		Evidencias	Criterios	Tipo de evaluación e instrumentos
	Conceptual	De producto	De forma	Tipos
	Procedimental			
	Actitudinal	De desempeño	De fondo	Instrumentos
Actividades para la formación (a partir de los indicadores de logro)				

Figura 16. Modelo de secuencia didáctica para la planificación competencial.

Fuente: Pimienta y Frías (2014, p. 22). Libro editado por el MEDUCA titulado *De la planificación competencial a la praxis en el aula*.

Las programaciones de los maestros A y B fueron las siguientes:

MINISTERIO DE EDUCACIÓN
PLANEAMIENTO DIDÁCTICO SEMANAL
SECUENCIA DIDÁCTICA

ASIGNATURA: Matemáticas DOCENTE: [REDACTED] GRADO 6°

TRIMESTRE: segundo

SEMANA: 16al 20 de julio de 2018

Objetivos de aprendizaje	Indicadores de logros	Evaluación		
Utiliza razones, proporciones y regla de tres para resolver problemas del entorno. _ Distingue la proporcionalidad directa o inversa entre las magnitudes.	Conceptual: _ Proporcionalidad directa e inversa. Procedimental: _ Explicación del concepto de magnitud. _ Relación de proporcionalidad entre magnitudes. - Diferenciación entre magnitudes directas e inversamente proporcionales. Actitudinal: Seguridad al relacionar proporcionalmente una magnitud.	Producto: _ Talleres _ Practicas _ Ejercicios Desempeño: _ Distingue la proporcionalidad directa o inversa entre las magnitudes.	Forma: _ Trabajo en grupo. _ Trabajo individual Fondo: _ presenta láminas que representen magnitudes para Explicar el concepto. _ Video sobre la clase.	Tipo: _ Heteroevaluación _ Autoevaluación. Instrumento: Rubrica.
Actividades para la formación a partir de los indicadores de logros: 1. Copia resumen del tema. 2. Observa explicación de la maestra. 3. Identifica la proporcionalidad directa e inversa. 4. Relaciona proporcionalidad directa e inversa mediante ejemplos dados. 5. Aplica en prácticas dadas la proporcionalidad directa e inversa. 6. Resuelve ejemplos en ejercicios dados aplicando la proporcionalidad directa e inversa.				

Figura 17. Programación Maestro A.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN
DIRECCIÓN REGIONAL DE EDUCACIÓN DE PANAMÁ CENTRO
ESCUELA BILINGÜE OMAR TORRIJOS HERRERA

ASIGNATURA: Matemáticas Tema: El máximo común múltiplo

DOCENTES: [REDACTED] TRIMESTRE II SEMANA: Del 23 al 27 de julio de 2018

GRADOS: 5° A, 5° B y 5° C

ÁREAS 1	ARITMÉTICA
Obj. De aprendizaje	Localiza el máximo común múltiplo en números naturales.
Ind. De logros	Comprende el máximo común múltiplo

ACTIVIDADES PARA EL APRENDIZAJE	EVALUACIÓN		
	EVIDENCIA DE APRENDIZAJE	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	TIPOS DE EVALUACIÓN. INSTRUMENTOS
-Lee y analiza el tema de máximo común múltiplo. -Desarrolla las actividades en el libro. -Participa en el tablero, verifica la respuesta. -Realiza pruebas escritas formativas y sumativas.	-Talleres en clases -Talleres de evaluación formativa -Prueba sumativa y formativa.	-Participa activamente en clases -Resuelve con seguridad las prácticas. -Orden y aseo -Puntualidad en la entrega de los talleres	- Heteroevaluación Participación en clases - Autoevaluación Comprensión - Instrumentos Prueba escrita
ACTIVIDADES Inicio: Realiza preguntas exploratorias. Desarrollo: Resuelve algunos talleres en el libro o cuaderno. Final: Entrega los talleres resueltos en el cuaderno o libro.			

Figura 18. Programación Maestro B.

En el caso del maestro B, es significativo que mezcla el máximo común divisor con el mínimo común múltiplo ya que ha planificado trabajar el <<máximo común múltiplo>>, Ahora bien, en sus clases siempre habla del mínimo común múltiplo. Se infiere una cierta dejadez del maestro B en la realización de la planificación si se compara con la de la maestro A, de hecho, solo dos veces se cita el contenido a trabajar y se hace de forma confusa. Da la impresión de que usa una planificación que sirve para cualquier tema cambiando el nombre de contenido a trabajar.

Se trata de una planeación que muestra un conocimiento de la faceta ecológica (el componente <<adaptación al currículo>>) (más en la maestra A que en el B), pero que no permite inferir qué hicieron en clase, ya que las tareas realizadas se describen de manera muy poco detallada, lo cual no permite inferir si hay (o no) incorporación de los aprendizajes del Diplomado.

15. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 4 del Módulo 4

Tarea 4: Implemente el plan de clase que ha planificado en su grupo y grabe en video el proceso de instrucción.

Dado que se era consciente de que el modelo de secuencia didáctica para la planificación competencial era un documento que ofrece poca información (tal como efectivamente sucedió). En esta tarea, se les solicitó que grabaran en video su proceso de instrucción. No tenemos constancia de que los profesores grabasen su secuencia de clases completa, solo enviaron algunos episodios grabados de pocos minutos de alguna de las clases planificadas e implementadas.

La maestra A durante la implementación de los tres módulos fue enviando videos y fotografías de sus clases en las que usaba alguno de los aprendizajes del Diplomado, pero en esta tarea lo que envió fue, por una parte, algunas fotografías de sus alumnos trabajando en pequeño grupo una actividad que después se comentó y resolvió en el gran grupo. De esta última actividad envió un video de unos 4 minutos. La maestra A había programado una secuencia de tareas sobre la proporcionalidad en las que usó algunos de los aprendizajes del

Diplomado, por una parte, usó la tarea sobre proporcionalidad que se les propuesto responder en la prueba diagnóstica y, por otra parte, distribuyó a sus alumnos en pequeños grupos para que la resolvieran antes de que se trabajará en el gran grupo con material manipulativo (clips y botones).

Problema: La altura del señor bajito es 4 botones mientras la altura del señor alto es 6 botones. Si usamos clips la medida del señor bajito es de 6 clips ¿Cuál será la altura del señor alto medida con clips?

Nicolás, Ruth y Florencio lo han resuelto de la siguiente manera:

Nicolás: Sr alto mide 10 clips; porque es alto, por tanto $4 + 6 = 10$.

Ruth: Sr alto mide 8 clips . $6 - 4 = 2$ y $6 + 2 = 8$ clips.

Florencio: El sr alto mide 9 clips. El sr bajito mide 6 clips, 2 + que 4; por tanto, por cada dos botones hay un clip más. Lo mismo debería suceder con el sr alto por lo que $(2+1)(2+1)(2+1) = 9$.

¿Cuál de las tres respuestas es la correcta?



Figura 19. Alumnos trabajando en pequeño grupo el problema propuesto por la maestra A.

La maestra A en su video presenta un episodio de su última clase en la que realiza una actividad de gran grupo en la que se ha de optar por tres resoluciones diferentes al problema propuesto realizadas por tres grupos de alumnos que han optado por las respuestas de

Nicolás, Ruth y Florencio, respondiendo respectivamente 8, 9 y 10. La interacción que realiza la maestra A es, primero, recordar que se va a resolver un problema de magnitudes proporcionales, a continuación, recuerda el enunciado del problema y hace observar a sus alumnos que primero se ha medido la altura del señor bajito con dos unidades diferentes (botones y clips).

Después, plantea la pregunta << ¿6 botones cuántos clips son?>> y pregunta al gran grupo <<qué operación se tiene que hacer>> (sin ser consciente en este momento que su pregunta, como mínimo, es ambigua ya que sus alumnos asocian el término operación con las cuatro operaciones básicas) y después cambia el término operación por el término tema y pregunta (<<¿qué tema sería?>>). Una alumna le responde multiplicación y división, ante lo cual pregunta otra vez <<qué tema sería>> y otro alumno responde que se trata del tema de razón y proporción a lo cual ella asiente, después vuelve a preguntar qué operación se va a realizar, a la cual otra alumna responde que <<hay que multiplicar seis por seis y dividirlo por cuatro>>.

A continuación, la maestra pregunta a los alumnos que han optado por las respuestas de Nicolás, Ruth y Florencio qué resultado se va a obtener si se hace esta operación a lo que los alumnos responden, respectivamente, 10, 8 y 9 clips. Después de estas respuestas se dirige al gran grupo y pregunta ¿Quién de ellos ha dado la respuesta correcta? Otra alumna responde que la respuesta correcta es 9 y la maestra A la hace salir a la pizarra para resolver la tarea.

La alumna escribe una regla de tres (4 es a 6 como 6 es a 9) sin explicar cómo ha obtenido el 9, entonces la maestra dice que la respuesta correcta es 9 clips ya que <<la razón sería de 4 a 6 y de 6 a 9>> y dice que estos números hacen una proporción y pregunta por qué los otros alumnos no tienen la respuesta correcta y afirma que fue porque no aplicaron el tema de razones y proporciones ya que solo hicieron un cálculo. El video termina aquí y no se puede ver si explica con más detalle por qué los otros alumnos se equivocaron en su respuesta. En el caso del maestro B, solo envió un breve episodio de un minuto y medio aproximadamente de una de sus clases en la que realiza un proceso de institucionalización (repaso) de lo que se había trabajado en las clases anteriores sobre el mínimo común múltiplo. Se trata de un breve episodio en el que se infiere una alta idoneidad emocional en

el proceso de instrucción realizado. El maestro comienza con un breve ritual en el que lo primero que dice es:

Maestro B: <<Bien buenos días>>,

y los alumnos contestan a coro

Alumnos: <<Buenos días>>,

entonces el maestro pregunta

Maestro B: <<¿Cómo están?>>

y los alumnos contestan a coro

A: <<Bien>>.

A continuación, el maestro pregunta

Maestro B: <<¿qué quinto grado es?>>

Y los alumnos responden a coro

Alumnos: <> (Hay que tener presente que el maestro B es el maestro de informática y tuvo que hacer su implementación en un grupo de otro maestro).

A continuación, dice

Maestro B: <<en el día de hoy vamos a continuar con las clases del mínimo común múltiplo ya que lo hemos visto durante la semana pasada...lo que vamos a hacer hoy es un repaso, yo les voy a dar una lista de los términos que más o menos utilizamos cuando vamos a trabajar el mínimo común múltiplo. Ninguno de estos términos ya es nuevo para ustedes. Por ejemplo, divisibilidad, propiedad de un número entero de poder dividirse por otro dando como resultado otro número entero. Por ejemplo, los números 3, 6, 9 y 12 tiene divisibilidad por tres, ¿por qué?>>

A continuación, sigue un diálogo con los alumnos en el que se evidencia una confusión sobre la noción de divisibilidad por tres, ya que el maestro B confunde el dividendo con el divisor y en lugar de preguntar tres entre tres dice:

Maestro B: <<Tres entre uno...>>

Y la mayoría de los alumnos responden incorrectamente seis

Alumnos (a coro): <<Seis>>

Ahora bien, en las siguientes preguntas sigue la confusión del maestro B, pero los alumnos a casi todas responden bien

Maestro B: <<¿Tres entre seis?>>

Alumnos (a coro): <<Dos>>

Maestro B: << ¿Tres entre nueve?>>

Alumnos (a coro): <<Tres>>

Maestro B: << ¿Tres entre cuatro?>>

Alumnos (a coro): <<Cuatro>>

Alumnos (uno): <<No, doce>>

Maestro B: <<Doce>>

A continuación, pasa a repasar la noción de número primo

Maestro B: <<Bien, número primo, ¿qué es un número primo? Un número entero que divisible por uno y por él mismo. ¿Por ejemplo?>>

Alumnos (un alumno): << El dos>>

Maestro B: <<Exactamente, porque es un número divisible por uno y por él mismo>>

Alumnos (otro alumno): << El siete>>

Alumnos (otro alumno): << Once >>

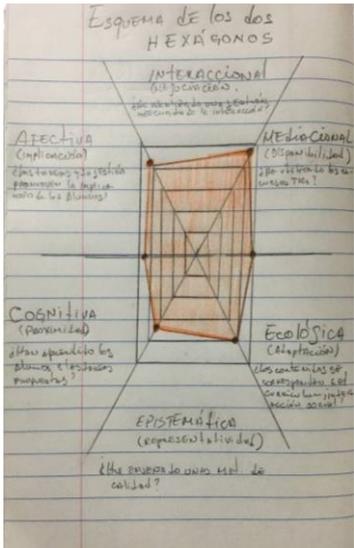
Maestro B: <<¿Qué viene después de número primo?>>

Alumnos (a coro): <<Compuesto>>

El video termina aquí. En general, los chicos leen y responden mecánicamente, en coro, como cantando, con una sola excepción: cuando pidió un ejemplo de número primo.

16. Análisis de las respuestas de los dos maestros a la Tarea 5 del Módulo 4

Tarea 5: *Analice y valore la calidad del proceso enseñanza aprendizaje implementado, para organizar esta valoración utilice los componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica. Puede utilizar el esquema de los dos hexágonos para resumir su valoración.*

Maestra A	Maestro B
<p>Las lecturas y vídeos me llevan a reflexionar que la Idoneidad Didáctica es como una herramienta que nos permite a los docentes el paso de conceptos descriptivos o explicativos a una didáctica que se orienta hacia una intervención más afectiva en el salón de clase. Esta didáctica nos permite poner en práctica o tomar en cuenta en nuestras clases los siguientes componentes que me permito mencionar para una mejor comprensión de lo que quiero explicar.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Idoneidad Epistémica, para valorar si las matemáticas que están siendo enseñadas son “buenas matemáticas”. 2. Idoneidad Cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de aquello que los alumnos saben, y después del proceso, si los aprendizajes adquiridos están cerca de aquello que se pretendía enseñar. 3. Idoneidad Interaccional, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos. 4. Idoneidad de Medios, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción. 5. Idoneidad Emocional, para valorar la implicación (intereses, motivaciones, ...) de los alumnos durante el proceso de instrucción. 6. Idoneidad Ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional. 	 <p>The diagram is a hand-drawn sketch on lined paper titled "Esquema de los dos hexágonos". It features a central hexagon with lines connecting its vertices to form a larger, more complex shape. The components are labeled as follows:</p> <ul style="list-style-type: none"> INTERACCIONAL (Interacción): ¿Se resuelven las dudas y dificultades relacionadas con la instrucción? Afectiva (Implicación): ¿Se involucran los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje? Mediacional (Disponibilidad): ¿Se utilizan los recursos materiales y temporales adecuados? Epistémica (Representatividad): ¿Se enseñan matemáticas buenas? Cognitiva (Proximidad): ¿Hay una distancia razonable entre lo que se quiere enseñar y lo que los alumnos saben? Ecológica (Adaptación): ¿El proceso de enseñanza-aprendizaje se adapta a las condiciones del entorno social y profesional?

Estos componentes antes mencionados están implicados en los procesos de estudios de las áreas de nuestro programa y que nos lleva a trabajar las diferentes competencias que desarrollan nuestros estudiantes.

La figura de los hexágonos nos explica las principales características de dichos componentes y como se unen coherentemente. La buena intervención de estos componentes nos llevará a aprendizajes más significativos y a una Idoneidad Didáctica alta o mediana y evitar aprendizajes bajos.

La Didáctica de las Matemáticas debe aportar conocimientos descriptivos y explicativos de los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos específicos que ayuden a comprender los diferentes componentes de la Idoneidad Didáctica pero también debe orientar de manera fundamental la acción efectiva sobre la práctica y promover sus mejoras progresivas. Según el vídeo y los contenidos estudiados en los diferentes componentes que forman esta idoneidad didáctica los profesores debemos basarnos en algunos de ellos en primera instancia que son: Competencia en la formación inicial y permanente del educando y llevarlos a la competencia de formulación de problemas de su propio entorno.

Para ello los docentes debemos plantearnos problemas que nosotros mismos debemos investigar para para su mejor enseñanza, comprensión, y enseñanza de las matemáticas en nuestras aulas de clases.

Nuestros alumnos tienen los conocimientos necesarios se conocen a sí mismos y su manera de aprender; ellos descubren su estilo de aprendizaje puntos débiles y fuertes. Los profesores mediante la Idoneidad didáctica debemos habilitar estrategias para procesos de aprendizajes futuros, tomar conciencia de como nuestros estudiantes gestionan sus trabajos, observar su concentración y perseverancia, mejorar su autoconcepto para que aprendan a

metadidáctico-matemática del modelo CDM, uno de los componentes del modelo CCDM) (Pino-Fan, Assis & Castro, 2015). Esta competencia general está formada por diferentes subcompetencias: 1) subcompetencia de análisis de la actividad matemática; 2) subcompetencia de análisis y gestión de interacciones y conflictos; 3) subcompetencia de análisis de normas y metanormas; y 4) subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción. En este módulo el foco está sobre esta última subcompetencia cuya caracterización y grados de desarrollo se presentan en la tabla 26:

Tabla 26. Caracterización, grados de desarrollo e indicadores de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica.

Subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción		
Valorar secuencias de aprendizaje propias y de otros, mediante criterios de idoneidad, para plantear propuestas de mejora.		
N1	N2	N3
Se hace una valoración utilizando de manera implícita algún criterio de idoneidad y se hace una propuesta de mejora con cierto sentido	Se realiza una valoración pormenorizada de aspectos del proceso de instrucción, siguiendo un modelo previamente dado (por ejemplo, se hace una valoración coherente usando los criterios de idoneidad didáctica del EOS de manera correcta) y se hace una propuesta razonada que mejora los criterios con menos valoración buscando un mejor equilibrio entre los diferentes criterios.	Se realiza un análisis experto exhaustivo del proceso de instrucción, de acuerdo con un modelo previamente dado (por ejemplo, se hace una valoración del episodio en la que se aplican, exhaustivamente, y correctamente los CI y se tiene en cuenta el equilibrio entre ellos para rediseñar la secuencia de manera que se mejoren los criterios con menos valoración).

17. Consideración general sobre las competencias y conocimientos del módulo 4

La conclusión es que el tipo de organización del Diplomado, básicamente virtual, con poca triangulación con el profesor que imparte el curso, no ha conseguido que los maestros participantes se hayan apropiado de la pauta suministrada para guiar su reflexión, en el sentido de que no hay evidencias de que hayan entendido los diferentes componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica, ni siquiera de que los hayan usado. De lo que si se considera que hay evidencias es de la apropiación de la noción general de la idoneidad en el caso de la maestra A, ya que en su comentario a esta tarea 5– y en el que hizo al finalizar el Diplomado (ver siguiente sección) – se infiere que ha entendido que:

- 1) La noción de idoneidad didáctica es un constructo que permita al profesor reflexionar sobre su práctica y poder guiar su mejora en el contexto donde se realiza el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- 2) El constructo de idoneidad didáctica es multidimensional y, por tanto, se descompone en idoneidades parciales.
- 5) Un proceso de enseñanza y aprendizaje se considera idóneo cuando se consigue un equilibrio entre los diferentes criterios parciales de idoneidad, y no cuando sólo se dan algunos de ellos.

18. Evaluación de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica

Los dos maestros presentan dos hexágonos, sin ninguna justificación de cómo los han construido y, lo que es más relevante, sin dar ninguna evidencia de haberlos obtenido a partir del uso de los diferentes criterios, componentes e indicadores de la noción de idoneidad didáctica, contemplados en la pauta que se les había proporcionado (en el caso de la maestra A, en una entrevista posterior comentó que había utilizado la pauta, pero sin dar ninguna evidencia).

Por tanto, no se puede considerar que hayan llegado al nivel dos de la subcompetencia de análisis de la idoneidad didáctica

Ahora bien, con la información facilitada, se puede considerar que la maestra A evidencia, como mínimo, estar cerca del nivel dos de desarrollo de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica ya que, si bien no facilita información para saber si ha realizado una valoración pormenorizada de aspectos del proceso de instrucción, siguiendo un modelo previamente dado (los CI), y si ha usado correctamente la mayoría de los componentes e indicadores de los CI (por ejemplo, para el componente errores del criterio de idoneidad epistémica, no confunde errores matemáticos cometidos por ella con errores didácticos – en el sentido de opciones didácticas que provocaron confusión o falta de comprensión en los alumnos); sí que ha usado el hexágono como resumen de su valoración y, sobre todo, hace

un comentario (<<podemos concluir que los profesores somos magos, malabaristas...>>) que evidencia que tiene en cuenta el equilibrio entre los diferentes criterios.

En cambio, en el caso del maestro B, si bien nos facilita su hexágono que resume su valoración de la idoneidad didáctica de su proceso de instrucción, no tenemos suficientes evidencias para considerar que se acerca al nivel dos de desarrollo de esta subcompetencia.

19. Análisis de los comentarios finales sobre el diplomado de los maestros A y B

Al finalizar el Diplomado se les solicitó, en una entrevista, a los maestros que hicieran un comentario general sobre la formación recibida.

Maestra A	Maestro B
<p>Conociendo la importancia de la matemática y lo fundamental en el desarrollo Intelectual de nuestros estudiantes aunado a nuestras experiencias en la labor docente, el diplomado aumento mi interés por enseñar a mis estudiantes a un razonamiento lógico y tener una mente preparada para el desarrollo científico y la abstracción. Llevándome a valores como el sentido de responsabilidad en lo que hago, sentimiento de seguridad y control para desarrollar los proyectos que llegan a mis manos como docente, búsqueda de la verdad para los conocimientos que estoy desarrollando con mis estudiantes y, por qué no, belleza en las matemáticas para que ellos sepan que es una ciencia fundamental en nuestra vida cotidiana.</p> <p>La educación no es un camino sin recorrer, con esto me refiero a que la experiencia de aprendizaje de nuestra labor docente nos ayudan con el diplomado a que tenemos la capacidad de sistematizar experiencias de aprendizaje, acordé para nuestros aprendizajes de nuestros estudiantes y a llevar a nuestra escuela Omar Torrijos estrategia innovadoras que la coloquen en un sitio del desarrollo tecnológico y la capacidad para lograr en nuestros estudiantes aprendizajes</p>	<p>Fue la escuela Omar Torrijos que escogieron para tomar a estos humildes maestros para iniciar el diplomado casi como conejillos de Indias. La Competencia de análisis e intervención didáctica del docente de primaria en Panamá es el nombre del proyecto, somos profesionales de educación como parte de una investigación como parte de la producción para mejorar las matemáticas para acercar las matemáticas a los estudiantes para que visualicen interioricen los conceptos mientras se la pasa bien.</p> <p>En el diplomado encontré contenidos inspiradores para acercar las matemáticas y que estudiantes de todas las edades visualicen, interioricen y comprendan los conceptos mientras se lo pasan bien. El contenido está perfectamente estructurado y explicado con mucha sencillez, prueba inequívoca del trabajo que hay detrás, hasta lograr que un conocimiento matemático muy amplio y secuenciado en distintos niveles, se pueda entender mientras se lee y se puedan relacionar las distintas partes de las matemáticas, con el</p>

<p>significativos de acuerdo a los contenidos específicos del programa de estudio, y a ver la matemática de una manera satisfactoria y no despertar contradicciones en el aprendizaje de las matemáticas de nuestros estudiantes. Mi experiencia en Barcelona es muy enriquecedora, ya que tuvimos la oportunidad de recibir talleres con profesores de matemática de esta universidad que nos hicieron comprender que la matemática se debe trabajar en forma lúdica y dinámica para lograr en nuestros estudiantes aprendizaje específico e innovadores...</p>	<p>pensamiento matemático global que el niño va adquiriendo en los distintos cursos. Este diplomado proporciona materiales, recursos educativos y una visión lúdica de la enseñanza de la matemática, de manera que los niños podrán aprender matemáticas de manera divertida, en un ambiente relajado y adecuado para que el descubrimiento matemático se produzca.</p>
--	--

En el caso de maestro B se puede inferir que, implícitamente, tiene en cuentas los diferentes criterios de idoneidad (excepto el ecológico), ya que pone mucho énfasis en acercar las matemáticas a los alumnos, a que los alumnos se lo pasen bien y de manera divertida (idoneidad emocional); también destaca que el Diplomado le ha proporcionado el conocimiento de materiales didácticos (criterio de medios) para que los alumnos aprendan (criterio cognitivo) y se produzca el descubrimiento matemático (criterio epistémico).

En el caso de la maestra A se puede inferir que, implícitamente, también tiene en cuentas los diferentes criterios de idoneidad. Por ejemplo, el epistémico se puede inferir de afirmaciones como la siguiente: << por enseñar a mis estudiantes a un razonamiento lógico y tener una mente preparada para el desarrollo científico y la abstracción...>>; el ecológico también se puede inferir ya que considera que ha aprendido estrategias innovadoras y en su comentario tiene en cuenta el programa establecido en el currículo; el emocional también se puede inferir ya que hace comentarios sobre una enseñanza satisfactoria y lúdica; el interaccional, se puede inferir cuando considera que ha aprendido a enseñar de manera dinámica; el cognitivo se puede inferir ya que comenta que ha aprendido a conseguir aprendizajes significativos y el de medios cuando hace referencia a la tecnología.

20. Registro tabular de los conocimientos y competencias de la maestra A

A continuación, sintetizamos el análisis de los conocimientos y competencias que se pueden inferir de las respuestas a las tareas del Diplomado que se pueden inferir para cada de los

dos maestros que han sido los estudios de caso de esta investigación (Tabla 27). El color negro corresponde a las tareas del primer módulo, El rojo a las tareas del segundo módulo, el azul a las del tercer módulo y el verde a las del cuarto módulo.

Tabla 27. Registro tabular del modelo CCDM de la maestra A.

<i>Categorías de nivel 1 (supra categoría)</i>	<i>Categorías de nivel 2</i>	<i>Categorías de nivel 3 (Facetas)</i>	<i>Categorías de nivel 4 (Componentes)</i>
<i>Tipos de análisis</i>	Descriptivo T1a, T1b, T1d, T2 Explicativo T1c Valorativo T1, Tarea_Ampliación1, T2, T7, T8, T10, T13 T4, T5, T13 T1e		
<i>Fases del proceso de estudio</i>	Análisis a priori Diseño T5, T7; T8; T13 T4, T5, T9, T10 T1 T3 Implementación T5, T7, T8 T4, T5, T9, T10 T1 T1a, T1b, T1c, T1d, T4 Evaluación/análisis retrospectivo T13 T1d Rediseño T1d		
<i>Dimensiones</i>	Matemática	Conocimiento común T3, T4, T5, T7, T8 T3, T6, T8, T14, T18, T20 T1, T8, T9, T10, T21 T1a, T1b, T1d	

	Conocimiento ampliado	
	T7	
Didáctico-matemática	Epistémica	
T1b	T1c, Tarea_Ampliación1, T2, T3, T4, T5, T6, T13	
	T2, T3, T4, T5, T8, T11	
	T5	
	T1a, T1b, T1c, T1d, T2	
	Ecológica	
	Tarea_Ampliación1, T9, T13	
	T1	
	T4, T6	
	T1a, T3	
	Cognitiva	
	T5, T6, T9, T10, T12, T13	
	T1, T2, T4, T6, T7, T8, T10, T11, T12, T13, T14, T16, T18	
	T1, T5	
	T1a, T1c, T1d	
	Afectiva	
	T10, T13	
	T1	
	T4	
	Interaccional	
	T6, T7, T13	
	T4, T8, T9, T10, T12, T13, T14	
	T1	
	T2	
	Mediacional	
	T7, T8, T13	
	T4, T5, T9, T10, T13	
	T1	
	T1a, T2	
Meta-didáctico-matemática	Normas	
	Meta-normas	
	Criterios de idoneidad	Epistémica
		T1a, T1c, T1d,

		<p>Tarea_Ampliación1, T2, T7, T8, T13</p> <p>T5</p> <p>Cognitiva</p> <p>T1d, T1e, T8 , T10, T13</p> <p>T13</p> <p>T5</p> <p>Afectiva</p> <p>T1a, Tarea_Ampliación1, T10, T13</p> <p>T5</p> <p>Interaccional</p> <p>T1e, T7, T13</p> <p>T2, T5</p> <p>Mediacional</p> <p>T7, T8, T13</p> <p>T5</p> <p>T5</p> <p>Ecológica</p> <p>T1a, T1 Tarea_Ampliación1, T7m T13</p> <p>T4</p> <p>T5</p>
<p><i>Profundidad del análisis</i></p> <p><i>Competencia Matemática</i></p>	<p>Análisis superficial</p> <p>Análisis con cierta profundidad</p> <p>Análisis con mucha profundidad</p> <p><i>Competencia Matemática según PISA</i></p> <p>T3, T4, T5, T6, T7, T8</p> <p>T3, T8, T18, T19, T20</p> <p>T1, T8, T9, T10, T21</p> <p>Elementos históricos y socioculturales</p> <p>Tarea_Ampliación1</p> <p>Tarea 4</p> <p>Contextualización y valor</p>	

Competencia de
Análisis
intervención
didáctica

disciplinar

Tarea_Ampliación1

Epistemología de las
Matemáticas

Tarea_Ampliación1

Tarea 4

Análisis de la actividad
matemática

T2, T4, T7, T13

T2, T3, T4, T5, T8, T11

T1, T5

T1a, T1b, T1c, T1d

Gestión de interacciones

T9, T10, T12, T13

**T4, T5, T9, T10, T12,
T13, T14**

T1, T5

T1c, T1d, T4

Análisis normativo

Valoración idoneidad

Epistémica

**T1a, Tarea_Ampliación1, T1c,
T7, T13**

T1d, T5

Ecológica

**T1a, Tarea_Ampliación1,
T7, T5, T13**

T4

T5

Cognitiva

T1d, T1e, T10, T13

T13

T5

Afectiva

**T1a, Tarea_Ampliación1,
T1e, T10, T13**

T5

Interaccional

T7, T13

T2, T5

Mediacional

T8, T7, T13

T5

T5

Tabla 28. Registro tabular del modelo CCDM de la maestra B.

<i>Categorías de nivel 1 (supra categoría)</i>	<i>Categorías de nivel 2</i>	<i>Categorías de nivel 3 (Facetas)</i>	<i>Categorías de nivel 4 (Componentes)</i>
<i>Tipos de análisis</i>	Descriptivo T1a, T1b, T1d Explicativo T1c Valorativo T1, Tarea_Ampliación1, T10, T13 T5		
<i>Fases del proceso de estudio</i>	Análisis a priori Diseño T5, T7, T13 T4, T9, T10 T1 T3, T4 Implementación T5, T13 T4, T9, T10 T1 T1a, T1b, T1d, T4 Evaluación/análisis retrospectivo T13 T5		
<i>Dimensiones</i>	Matemática	Conocimiento común T3, T4, T5, T7 T6, T8, T12, T18 T1, T9, T10 T1a, T1b	Conocimiento ampliado T7
	Didáctico-matemática T1a, T1b	Epistémica Tarea_Ampliación1, T2, T5, T6, T7, T13 T6, T8, T11, T12, T13, T16,	

	T18	
	T1a, T1b, T1c, T2	
	Ecológica	
	Tarea_Ampliación1, T9, T13	
	T4, T19	
	T4, T6	
	T1a, T3	
	Cognitiva	
	T2, T6, T7, T9, T10, T12, T13	
	T1, T2, T6, T9, T10, T11, T13	
	T14, T16, T18	
	T5	
	T1a, T1c, T1d, T2	
	Afectiva	
	T10, T13	
	T1	
	T2, T4	
	Interaccional	
	T1, T9, T10, T12, T13, T19	
	T1	
	T2	
	Mediacional	
	T4, T9, T13	
	T4, T5, T9, T10	
	T1	
Meta-didáctico-matemática	Normas	
	Meta-normas	
	Criterios de idoneidad	Epistémica
		Tarea_Ampliación1, T13
		T5
		Cognitiva
		T10, T13
		T13
		T5
		Afectiva

		<p>T1a, Tarea_Ampliación1, T13</p> <p>T5</p> <p>Interaccional</p> <p>T1c, T1d, T1e, T13</p> <p>T5</p> <p>Mediacional</p> <p>T13</p> <p>T5</p> <p>T5</p> <p>Ecológica</p> <p>T1c, Tarea_Ampliación1, T7, T13</p> <p>T4</p> <p>T5</p>
<i>Profundidad del Análisis</i>	<p>Análisis superficial</p> <p>Análisis con cierta profundidad</p> <p>Análisis con mucha profundidad</p>	
<i>Competencia Matemática</i>	<p><i>Competencia Matemática según PISA</i></p> <p>T4, T5, T7</p> <p>T5, T12, T18</p> <p>T1, T9, T10</p> <p>Elementos históricos y socioculturales</p> <p>Tarea_Ampliación1</p> <p>T4</p> <p>Contextualización y valor disciplinar</p> <p>Tarea_Ampliación1</p> <p>T4</p> <p>Epistemología de las Matemáticas</p> <p>Tarea_Ampliación1</p> <p>T4</p>	

<i>Competencia de Análisis intervención didáctica</i>	Análisis de la actividad matemática	
	T4, T5, T6, T7, T13	
	T8, T19	
	T1a, T1b, T1c, T1d	
	Gestión de interacciones	
	T5, T7, T10, T12, T13	
	T1, T4, T6, T9, T12, T13, T14	
	T1	
	T1c, T1d, T4	
	Análisis normativo	
	Valoración idoneidad	Epistémica
		T1c, Tarea_Ampliación1, T13
		T5
	Ecológica	
	T1c, Tarea_Ampliación1, T7, T13	
	T4	
	T5	
	Cognitiva	
	T10, T13	
	T13	
	T5	
	Afectiva	
	T1a, Tarea_Ampliación1, T10, T13	
	T5	
	Interaccional	
	T1c, T1d, T1e, T13	
	T5	
	Mediacional	
	T13	
	T5	
	T5	

A continuación, sigue un gráfico, para cada estudio de caso, que se ha obtenido de la siguiente manera: 1) se han agrupado las tareas contempladas en las seis facetas de la dimensión conocimiento matemático – didáctico con las contempladas en los seis criterios de idoneidad obteniendo una variable cualitativa de seis valores (epistémica, cognitiva, ecológica, mediacional, interaccional y afectiva). Esta agrupación se fundamenta en el hecho de que en esta investigación:

- 1) Se ha optado (tal como se explica en el capítulo cuatro de metodología) por un diseño de investigación cualitativo que presenta aspectos *de un diseño de experimentos del desarrollo de las competencias y conocimientos del profesor*, como de una investigación de tipo *Investigación – Acción*.

Es decir, el marco metodológico general de la investigación que se presenta sigue en cierta manera la estructura de una Investigación-acción, pero el diseño e implementación del dispositivo formativo, el Diplomado, consiste en un *experimento del desarrollo de las competencias y conocimientos del profesor*;

- 2) En las regularidades observadas en diferentes investigaciones y contextos de formación, donde se han diseñado e implementado ciclos formativos, considerados experimentos del desarrollo de las competencias y conocimientos del profesor (EDCCP), para que los profesores (o futuros profesores) desarrollen las competencias del modelo CCDM y aprendan los conocimientos que se contemplan en él.

Estos EDCCP se han realizado en muchos países diferentes (España, Brasil, Chile, Ecuador, Costa Rica, Argentina, México, Perú, Colombia) y con diferentes tipos de profesores (profesores en formación, formadores de profesores, profesores en ejercicio) y de diferentes niveles educativos (primaria, secundaria, bachillerato y postgrado). En estas experiencias se han observado algunas regularidades:

- a) Los profesores o futuros profesores, cuando tienen que opinar (sin una pauta previamente dada) sobre un episodio de aula, expresan comentarios en los que se pueden hallar aspectos de descripción y/o explicación y/o valoración.

- b) Las opiniones de estos profesores se pueden considerar evidencias de diferentes tipos de conocimientos (relacionados con las matemáticas, cognitivo, relacionados con el entorno

curricular, cultural y sociolaboral, con la gestión de la interacción, con aspectos emocionales y afectivos, con el uso de recursos, etc.).

c) Cuando las opiniones tienen un componente valorativo importante, se pueden inferir criterios que, en su opinión, deben guiar la práctica del profesor.

d) La valoración positiva de estos criterios se basa en la suposición implícita o explícita de que hay determinadas tendencias sobre la enseñanza de las matemáticas que nos indican cómo debe ser una enseñanza de las matemáticas de calidad.

e) Estos criterios coinciden con algunos componentes de los criterios de idoneidad didáctica.

Esta agrupación de facetas y criterios se realizó en tres momentos diferentes: 1) al finalizar el primer módulo, 2) a la mitad del tercero y 3) al finalizar el cuarto y último módulo.

En cada momento el número absoluto de tareas asociadas a un valor (por ejemplo, el valor “cognitivo” se divide por el número total de tareas realizadas hasta el momento. De esta manera se puede ver cómo va evolucionando, el peso que tiene cada faceta/idoneidad en las respuestas de cada uno de los estudios de caso.

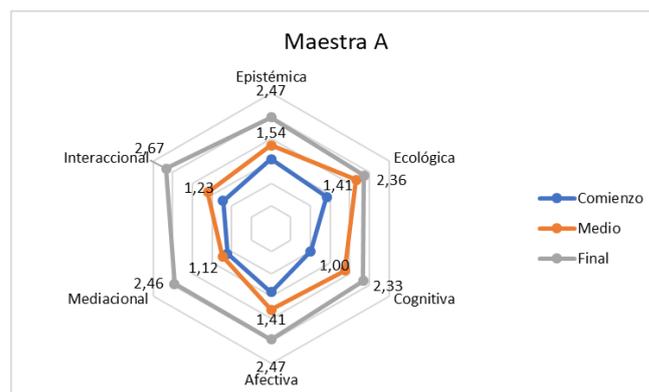


Figura 20. Hexágono de los criterios de idoneidad durante el diplomado de la maestra A.

Imagen Fuente: Elaboración propia

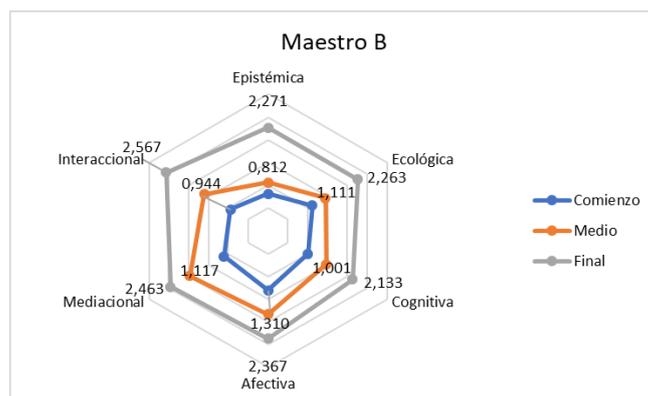


Figura 21. Hexágono de los criterios de idoneidad durante el diplomado del maestro B.

Imagen Fuente: Elaboración propia

La conclusión a la que se llega, a partir de estas gráficas, es que, al final del Diplomado, en el total de las respuestas de los dos maestros hay un cierto equilibrio en la contemplación de las seis facetas/criterios de idoneidad didáctica. Dicho de otra manera, las tareas del Diplomado han tenido en cuenta las seis dimensiones que hay que tener presente cuando se planifica, implementa, valora y rediseña un proceso de instrucción de matemáticas.

CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS DEL ESTUDIO

Resumen

En este último bloque, de un único capítulo, se presentan las principales conclusiones a las que se ha llegado una vez finalizada la investigación y de la difusión que se ha realizado, hasta la fecha, de estos. Además, se presentan las limitaciones del estudio, así como una posible ampliación de la investigación. Las conclusiones se relacionan con cada uno de los objetivos específicos.

A continuación, se presentan las principales conclusiones relacionadas con cada objetivo específico que se propuso esta investigación.

1. Conclusiones relacionadas con el objetivo específico 1

En el primer objetivo específico OE1 nos propusimos *estudiar la oferta del Ministerio de Educación de Panamá y de la Universidad de Panamá para la formación inicial y permanente en Matemática y su didáctica, para los maestros de primaria y preescolar en el periodo 2013-2018, para inferir el peso que se otorga en esta formación a los contenidos de matemáticas, de didáctica de las matemáticas y de pedagogía general.*

Para alcanzar este objetivo, primero se analizaron todas las capacitaciones docentes en matemática con aval de ambas instituciones desde 2013 a 2018 (ver capítulo 6) y se triangularon con las asignaturas de la Licenciatura en Primaria de Panamá. Con la información recolectada se puede concluir que:

- Los cursos de formación continua, ofrecidos a los maestros en el periodo 2013-2018 por el Ministerio de Educación y la Universidad de Panamá, evidencian un desequilibrio en el tipo de formación a favor de la didáctica general, y en detrimento de la formación en matemáticas y su didáctica. Esta formación continua va en la misma línea de la formación inicial que reciben: a) Didáctica general (área muy fortalecida en los pensum de estudios de la Licenciatura); b) Didáctica Especializada

(en matemáticas); Conocimiento Matemático (área muy debilitada en los pensum de estudios de la Licenciatura en Primaria).

- La propuesta de formación permanente en Panamá contempla relativamente poco la modalidad de reflexión sobre la práctica.

Por tanto, el Diplomado diseñado e implementado en esta investigación se orienta a subsanar estas dos limitaciones de la oferta de formación continua en matemáticas y su didáctica para los maestros de primaria y preescolar de Panamá.

2. Conclusiones relacionadas con el objetivo específico 2

Con relación al tercer objetivo OE2 que dice *determinar el perfil competencial docente que deben tener los maestros de primaria, según la administración educativa y las universidades que realizan la formación inicial* se elaboró una matriz de las competencias genéricas y profesionales específicas del maestro en Panamá (Tabla 12), a partir de las competencias que figuran en los programas curriculares de las tres instituciones que oficialmente forman a los maestros de primaria. En ella, se observa que se da poco peso al desarrollo de la competencia matemática y a la competencia reflexiva (además de la competencia en lengua extranjera y la competencia digital).

Esta tabla de competencias se trianguló con las subcompetencias de la competencia de análisis e intervención didáctica propuesta en el modelo CCDM, ya que se considera que esta última competencia se relaciona con todas las otras competencias y, en cierta manera, su desarrollo incide sobre las otras y viceversa (Tabla 13).

En el análisis conjunto de las dos tablas se hace evidente que, en los programas curriculares de las tres instituciones, no se contemplan, entre las competencias genéricas, ni la competencia en lengua extranjera ni la digital. Se observa también un limitado énfasis en destrezas de relaciones con la familia. Con relación a las competencias específicas del maestro de primaria, se observa poco énfasis en la competencia matemática y en algunas de las subcompetencias de la competencia de análisis e intervención didáctica (como es la subcompetencia de análisis normativo y la subcompetencia de análisis de la valoración de la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción).

El Diplomado se diseñó e implementó teniendo en cuenta el desarrollo de las competencias contempladas en la tabla 12, entre ellas la competencia digital, y, en especial, el desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica (Tabla 13), sobre todo el desarrollo de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica.

3. Conclusiones relacionadas con el objetivo específico 3

En el tercer objetivo específico OE3 nos propusimos *diagnosticar, haciendo uso de instrumentos especialmente diseñados para ello, el conocimiento y las competencias didáctico-matemáticas iniciales, de los maestros participantes en la investigación*. Para alcanzar este objetivo, primero se confeccionó un instrumento diagnóstico que se aplicó durante 2h 30m. Consta de cuatro secciones: en la primera se pregunta sobre el tipo de formación continua recibida, la segunda está formada por problemas matemáticos de aritmética y medida en donde se pregunta sobre aspectos didácticos (conocimiento común, faceta epistémica, cognitiva y ecológica), la tercera integra preguntas sobre aritmética para determinar conocimiento matemático (conocimiento común) y la cuarta incluye cuatro preguntas abiertas (de tipo: curricular, afectivo, evaluación y tratamiento de la diversidad) para evaluar el conocimiento didáctico de tipo general. Dada la imposibilidad de realizar una prueba diagnóstica exhaustiva, se optó por una selección de tareas que proporcionen información sobre el conocimiento matemático (conocimiento común), el análisis de la actividad matemática (faceta epistémica, ecológica y cognitiva) y otros conocimientos (faceta afectiva, cognitiva, mediacional e interaccional) relacionados con la práctica docente.

La implementación del instrumento diagnóstico de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas permitió obtener los siguientes resultados:

- Con relación a los cursos de formación continua recibidos en el Ministerio de Educación, se obtuvo que solo dos maestros habían tomado cursos de matemáticas y su didáctica –uno de ellos, después se tomó como estudio de caso (llamada la maestra A) –, los otros siete maestros habían tomado cursos de didáctica general, entre ellos el segundo estudio de caso (llamado maestro B).
- Con respecto al conocimiento común sobre los contenidos contemplados en la prueba diagnóstica, que se puede inferir de las respuestas de los maestros, hay que resaltar

que solo cuatro (la maestra A y tres maestros más) respondieron correctamente las dos preguntas del bloque I (aritmética y medida); motivo por el cual, uno de ellos, que no había recibido cursos de matemáticas y su didáctica, fue seleccionado para el estudio de caso (maestro B).

- Los dos maestros seleccionados como estudios de caso también respondieron razonablemente bien a la otra pregunta de tipo matemático del bloque I (pregunta de medida).
- La falta de conocimiento común de los otros siete maestros se evidencia cuando responden mal las preguntas (3 maestros) o no contestan (4) y, también, cuando intentan explicar la dificultad de la pregunta 1 y la causa del error en la pregunta 2 del mismo bloque.
- En consecuencia, se puede inferir un bajo nivel de competencia matemática en la mayoría de los maestros. Siendo la maestra A la que muestra mayor nivel.
- La prueba diagnóstica, además de intentar evaluar los conocimientos de los maestros pretendía conocer su nivel de competencia en el análisis de la actividad matemática. El nivel de competencia demostrado para esta subcompetencia ubica a tres maestros (en particular, a los dos maestros estudio de caso) cerca del nivel 1 (N1) ya que en sus respuestas hacen una descripción en términos de prácticas, o/y objetos y procesos que se entiende. En general, concluimos que el nivel de competencia de análisis e intervención didáctica de los nueve participantes se halla entre N0 y N1.
- Como conclusión general de este objetivo, se tiene que los maestros de la Escuela Omar Torrijos Herrera presentan un tipo de análisis didáctico de nivel 0 o 1 (en particular, para los dos casos de estudio el nivel se acerca al N1) y un déficit de conocimiento matemático común significativo, si exceptuamos a tres maestros (dos de los cuales son los dos maestros estudio de caso), y en consecuencia bajo nivel de competencia matemática.

El estudio TERCE (2016), en cierta manera, rebate la creencia de que los factores socioculturales son los que afectan en mayor medida la práctica de enseñanza de las matemáticas en la escuela panameña. Los resultados de esta investigación van en la misma dirección, ya que en este estudio se muestra que existen otros condicionantes, tanto o más determinantes en el bajo rendimiento estudiantil en esta área; nos referimos al conocimiento

matemático de los maestros de escolar y de primaria y a su competencia matemática. Concretamente, este estudio indica que se debe fortalecer el conocimiento matemático común, su competencia matemática y también su competencia de análisis e intervención didáctica.

Estas deficiencias parecen estar relacionadas con la baja carga curricular en los estudios de grado de la especialidad: un solo curso de matemáticas y dos cursos de Didáctica de las Matemáticas en toda la licenciatura de maestro de primaria (4 años de duración). Adicionalmente, la formación continua no se focaliza en cursos de Matemáticas o de Didáctica de las Matemáticas. Se trata de un resultado coincidente con diferentes estudios internacionales sobre la formación del profesorado de matemáticas, como, por ejemplo, el informe TEDS-M (primer estudio comparativo a nivel internacional y a gran escala, sobre educación superior, centrado en la formación inicial de los profesores de matemáticas de educación primaria y primeros cursos de educación secundaria) (Döhrmann, Kaiser & Blömeke).

4. Conclusiones relacionadas con el objetivo específico 4

Para el objetivo cuatro

OE4: Generar un modelo de perfeccionamiento docente, fundamentado en los resultados obtenidos en los objetivos anteriores, así como en la investigación sobre la formación de docentes de Matemática, que permita optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las aulas panameñas de primaria y preescolar. En el marco de dicho modelo de capacitación, diseñar e implementar módulos formativos cuyo foco principal sea el desarrollo de la subcompetencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica y, en general, la competencia en análisis e intervención didáctica.

Esta investigación plantea que las competencias clave para los maestros de primaria, que le permiten realizar una enseñanza idónea de las matemáticas, son la competencia de análisis e intervención didáctica y la competencia matemática. Para el desarrollo de ambas se diseñó un dispositivo formativo, el Diplomado en Estrategias Didácticas para la Enseñanza de la Matemática (EDEM), cuyo objetivo es proporcionar una formación profesionalizadora para

todos los maestros que quieran dedicarse a la docencia de las matemáticas en el nivel primario.

La duración del Diplomado es de cuatro meses para un total de 204 horas de dedicación. Cuenta con una plataforma digital que permite el desarrollo de foros y comunicación interactiva. El Diplomado consta de cuatro módulos, los cuales tienen como objetivo general que los docentes participantes mejoren su nivel de dominio del contenido matemático que es objeto de estudio en la escuela primaria, y desarrollen competencias para diseñar e implementar cada vez mejores procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Cada módulo incluye sesiones de tutorías en línea individuales y una sesión presencial de todo el grupo al finalizar el módulo.

Los complementos matemáticos se enseñan, por una parte, poniendo énfasis en los procesos matemáticos y, por otra parte, en la profundización en el estudio de los contenidos del currículo de primaria con una perspectiva histórica.

La didáctica de los contenidos analiza los conceptos claves, y su construcción, así como las metodologías para su enseñanza y aprendizaje. También se trata del uso de contextos adecuados, las conexiones entre cada bloque y el resto de los contenidos matemáticos del currículo, la presentación que se hace en libros de texto y otros materiales, así como las dificultades de aprendizaje y los errores más frecuentes de los alumnos. La reflexión sobre los recursos materiales y tecnológicos y sobre una buena evaluación, también está presente para permitir reducir obstáculos cognitivos, acercarse a la realidad del alumnado, entender el valor de las matemáticas y permitir la interdisciplinariedad.

El cuarto módulo (Intervención y reflexión sobre la propia práctica) presenta herramientas para la elaboración de secuencias didácticas, su implementación, valoración y mejora de manera que permita al maestro la reflexión y mejora de su propia práctica.

Modulo I- Introducción a la Educación Matemática

El primer módulo está pensado como una introducción al Diplomado. Por otra parte, este módulo se centra en la actividad matemática y en particular en la resolución de problemas. Un segundo aspecto trata sobre algunas teorías del aprendizaje de las matemáticas y sus implicaciones pedagógicas a nivel cognitivo, afectivo y social y sobre los recursos que se usan en el proceso de enseñanza-aprendizaje, además de reflexionar sobre qué hay que

entender por dificultad y error. En este módulo también se dan a conocer los documentos oficiales sobre el currículum del área de matemáticas, y, por último, se dan orientaciones para el diseño de secuencias didácticas. Abarca un periodo de 4 semanas y nueve (13) tareas relacionadas con: didáctica de las matemáticas, historia matemática, y resolución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Módulo II- Matemáticas y su didáctica I

Este módulo comienza reflexionando sobre la construcción del número en las primeras edades, así como cuándo se puede considerar que alguien comprende los números, y también su importancia en el currículum. A continuación, se trabaja el sistema de numeración decimal, las operaciones básicas de la aritmética (suma, resta, multiplicación y división), después se focaliza en el aprendizaje y enseñanza de los conceptos básicos de la medida (profundizando en la medida de la longitud, masa y tiempo) para, a continuación, trabajar las fracciones, porcentajes y decimales y se finaliza con el estudio de la proporcionalidad aritmética. Tiene una duración de cinco semanas y veinte tareas.

Módulo III- Matemáticas y su Didáctica II

Este módulo tiene como primer objetivo tratar la didáctica de la geometría y la de las magnitudes geométricas. Los contenidos se pueden agrupar en cuatro bloques: 1) geometría plana, 2) geometría del espacio y 3) transformaciones. 4) superficie, volumen y capacidad y proporcionalidad geométrica, 5) Teorema de Pitágoras. En este tema la medida se trata desde el punto de vista geométrico y se completa el estudio realizado en el tema anterior en el que se ha tratado la medida básicamente desde el punto de vista numérico. En este módulo se pretende fomentar el uso de: a) los materiales para la construcción y manipulación de figuras planas y sólidos geométricos, b) los instrumentos de dibujo (regla, escuadra y compás), c) las Tics (en especial el programa Geogebra). También se pretende que los maestros puedan experimentar y conocer las características de una "investigación geométrica". Después de la geometría se hace una breve introducción a la estadística y la probabilidad. Esta programación tiene una duración de seis semanas y consta de veintiocho tareas

Módulo IV- Intervención y Reflexión sobre la propia práctica

Este Módulo pretende que el maestro diseñe actividades de aprendizaje aplicando contenido didáctico de los módulos anteriores y el mismo está programado para tres semanas. El

alumno debe realizar un trabajo de diseño e implementación de una secuencia de tareas para después valorarlo y rediseñarlo. Para ello se les suministra la pauta de los criterios de idoneidad didáctica con sus componentes e indicadores de la siguiente manera: 1) en los módulos anteriores se trabajan algunos indicadores y componentes de manera aislada, 2) en este módulo final se les pone una narrativa de una maestra sobre la observación que esta hizo de la clase de otra maestra y se les pide, entre otras preguntas, que propongan una mejora de la implementación de la tarea observada. 3) se explica que esta consigna pide mejorar las tareas y se les plantea la pregunta ¿qué criterios se deben tener en cuenta para mejorar una secuencia de tareas? 4) se presenta un video donde se reflexiona sobre esta pregunta y se introducen por primera vez los CI, haciéndoles observar que algunos de ellos han sido tenidos en cuenta cuando han sugerido cómo mejorar la tarea. 5) Se explica que la noción de idoneidad didáctica está compuesta por seis criterios de idoneidad didáctica parciales, cada uno, a su vez, desglosado en componentes e indicadores, cuya función es señalar aspectos a mejorar en la práctica del profesor y que algunos de estos componentes e indicadores ya han aparecido en los módulos anteriores y 6) Se presenta la lista completa de criterios, componentes e indicadores y algunos de ellos se relacionan con reflexiones realizadas en los módulos anteriores. Por último, los maestros tienen que diseñar una secuencia de tareas, implementarlas y valorar usando los CI.

La duración del Diplomado fue de cuatro meses desde el 5 de marzo al 27 de julio de 2018 en el horario de 1:00-3:30 pm. Y se implementó con nueve maestros de jornada extendida de la escuela pública Omar Torrijos Herrera.

Una de las aportaciones más relevante de esta investigación es el diseño del Diplomado EDEM, ya que ha tenido un impacto importante en la formación de maestros en Panamá. Además de la implementación que se documenta en esta memoria, se han realizado tres implementaciones más:

- La segunda fue con 3 profesores de la escuela particular Colegio Javier,
- La tercera fue con 150 maestros de educación preescolar y primaria de cinco provincias de Panamá por iniciativa de las Vicerrectorías de Investigación y Postgrado, de Extensión de la Universidad de Panamá y avalado por el Ministerio de Educación. Fue implementado con recursos del Banco Interamericano de Desarrollo

(BID) y por la Secretaría Nacional de Ciencia y Tecnología e Innovación (SENACYT).

- La cuarta es la más reciente, con 115 maestros que cursan el noveno semestre de la Licenciatura en Educación Primaria de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Panamá. Ha sido financiada con fondos del Programa de Desarrollo Profesional para educadores del sistema educativo nacional, para maestros en servicio de escuelas oficiales del Ministerio.

Una de las conclusiones a la que se llegó en la implementación del Diplomado que aquí se explica, es que era necesario dar más peso a las sesiones presenciales y reducir la parte a distancia con apoyo del tutor. Dicha sugerencia se ha tenido en cuenta en las ediciones del Diplomado a gran escala que se han realizado (la tercera y la cuarta implementación).

5. Conclusiones relacionadas con el objetivo específico 5

Con relación al objetivo específico cinco

OE5: Investigar cómo se desarrolla la competencia en análisis e intervención didáctica en los maestros a lo largo de la implementación de los ciclos formativos señalados en el objetivo anterior.

En términos de los conocimientos del modelo CCDM, para el módulo 1, en la maestra A se infiere un cierto conocimiento común y ampliado y un cierto nivel de competencia matemática y muestra una cierta competencia para diseñar tareas e implementarlas con sus alumnos (competencia de gestión de la interacción). En dicho diseño e implementación, tiene en cuenta de manera explícita o implícita diferentes criterios de idoneidad didáctica, ya que están adaptadas al currículum y a la edad de los alumnos (idoneidad ecológica), incorporan el uso de materiales manipulativos (idoneidad de medios), y tiene en cuenta los aspectos emocionales (idoneidad afectiva), etc.

En el caso de maestro B, se infiere menos conocimiento común y ampliado, menos competencia matemática. Por otra parte, muestra menos competencia para diseñar tareas e implementarlas con sus alumnos (competencia de gestión de la interacción). En dicho diseño

e implementación, también en cuenta de manera explícita o implícita algunos de los diferentes criterios de idoneidad didáctica (en especial el ecológico y el emocional).

En el módulo 2, en la maestra A se infiere un cierto conocimiento común de los contenidos del bloque de aritmética y algo menos del bloque de medida. Ahora bien, con relación al conocimiento común de aritmética y medida, no responde a las preguntas relacionadas con fracciones y decimales. Con relación a la competencia matemática, se observa un cierto nivel de competencia, aunque, como se ha dicho antes, no ha resuelto las tareas relacionadas con fracciones y decimales. También muestra una cierta competencia para diseñar tareas e implementarlas con sus alumnos (competencia de gestión de la interacción). En dicho diseño e implementación, tiene en cuenta de manera explícita o implícita diferentes criterios de idoneidad didáctica, ya que están adaptadas al currículum y a la edad de los alumnos (idoneidad ecológica), incorporan el uso de materiales manipulativos (idoneidad de medios), etc. (subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica). También muestra una cierta competencia en el análisis de la actividad matemática. En general, se infiere que muestra un cierto desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica.

En el caso de maestro B, en el módulo 2, se infiere menos conocimiento común y menos competencia matemática que en la maestra A. Muestra menos competencia de análisis de la actividad matemática. Por otra parte, muestra menos competencia para diseñar tareas e implementarlas con sus alumnos (competencia de gestión de la interacción). En dicho diseño e implementación, también tiene en cuenta de manera explícita o implícita algunos de los diferentes criterios de idoneidad didáctica. En general, se infiere que muestra un menor desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica que la maestra A.

El módulo 3 estaba orientado básicamente a desarrollar, además de competencia matemática, conocimiento común en los bloques de geometría, medida de magnitudes geométricas y en estadística y probabilidad. Además, se ponía el énfasis en tareas que conllevaran realizar una investigación geométrica rica usando materiales manipulativos. Lamentablemente, este módulo coincidió temporalmente con el final del trimestre y las responsabilidades académicas, de gestión y extracurriculares con las familias de los maestros participantes conllevó una menor dedicación al Diplomado por su parte.

En términos de los conocimientos del modelo CCDM, en este módulo, en la maestra A se infiere un cierto conocimiento común de los contenidos del bloque de geometría, pero no se puede tener información sobre sus conocimientos sobre probabilidad y estadística, porque no respondió ninguna de las preguntas de este tópico. Con relación a las tareas relacionadas con la medida de magnitudes geométricas, solo envió la número 21 (ahora bien, esta tarea era una de las más complicadas y la resolvió de una forma que se puede considerar correcta por lo que se consideró que tiene un cierto conocimiento común de los contenidos de medida de magnitudes geométricas). Con relación a la competencia matemática se valora que la maestra A realizó la investigación de la tarea 1, pero no pudo responder a las otras tareas de investigación geométrica, que conllevan una actividad matemática rica en procesos y con alta demanda cognitiva, y tampoco muestra competencia para resolver áreas de estadística y probabilidad. En este módulo había algunas tareas orientadas claramente al desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica, en particular, la tarea uno, la cual, si fue implementada por la maestra A con sus alumnos, la tarea tres, la cinco, la seis, la 16, la 24 y la 28 (de las cuales respondió la tres y la cinco). Por otra parte, muestra una cierta competencia para diseñar tareas e implementarlas con sus alumnos (competencia de gestión de la interacción) como es el caso de la tarea 1. En dicho diseño e implementación, tiene en cuenta de manera explícita o implícita diferentes criterios de idoneidad didáctica, ya que están adaptadas al currículum y a la edad de los alumnos (idoneidad ecológica), incorporan el uso de materiales manipulativos (idoneidad de medios), etc. (subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica). También muestra una cierta competencia en el análisis de la actividad matemática. En general, se considera que en este módulo muestra un nivel de desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica inferior a la mostrada en los dos módulos anteriores.

En el caso de maestro B, como ha pasado en los dos módulos anteriores, se infiere menos conocimiento común y menos competencia matemática que en la maestra A, en particular en los bloques de medida de magnitudes geométricas y en estadística y probabilidad. En general, muestra un nivel también bajo de desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica, similar o menor al de la maestra A.

Una primera conclusión es que es necesario un conocimiento común de base para el desarrollo de todas las subcompetencias de la competencia de análisis e intervención

didáctica. Lo cual se manifiesta en el diferente nivel de desarrollo de dicha competencia en los dos maestros analizados en profundidad. La maestra A evidencia más conocimiento común y ampliado que el maestro B y también más nivel de desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica.

La subcompetencia que parece más desarrollada en los dos maestros es la ecológica (y en cierta manera la normativa). También muestran un cierto dominio de los aspectos afectivos, mediacionales e interaccionales, es decir generan un buen clima emocional y saben gestionar el proceso de instrucción usando medios adecuados. Dicho de otra manera, muestran mejor conocimiento de aspectos curriculares, de medios, de gestión y emocionales que de conocimientos de la materia y de su aprendizaje.

Con relación a la subcompetencia de la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción. Los dos maestros presentan dos hexágonos, sin ninguna justificación de cómo los han construido y, lo que es más relevante, sin dar ninguna evidencia de haberlos obtenido a partir del uso de los diferentes criterios, componentes e indicadores de la noción de idoneidad didáctica, contemplados en la pauta que se les había proporcionado (en el caso de la maestra A, en una entrevista posterior comentó que había utilizado la pauta, pero sin dar ninguna evidencia). Por tanto, no se puede considerar que hayan llegado al nivel dos de la subcompetencia de análisis de la idoneidad didáctica

Ahora bien, con la información facilitada, se puede considerar que la maestra A evidencia, como mínimo, estar cerca del nivel dos de desarrollo de la subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica ya que, si bien no facilita información para saber si ha realizado una valoración pormenorizada de aspectos del proceso de instrucción, siguiendo un modelo previamente dado (los CI), y si ha usado correctamente la mayoría de los componentes e indicadores de los CI (por ejemplo, para el componente errores del criterio de idoneidad epistémica, no confunde errores matemáticos cometidos por él con errores didácticos – en el sentido de opciones didácticas que provocaron confusión o falta de comprensión en los alumnos); sí que ha usado el hexágono como resumen de su valoración y, sobre todo, hace un comentario (<<podemos concluir que los profesores somos magos, malabaristas...>>) que evidencia que tiene en cuenta el equilibrio entre los diferentes criterios.

En cambio, en el caso del maestro B, si bien nos facilita su hexágono que resume su valoración de la idoneidad didáctica de su proceso de instrucción, no tenemos suficientes evidencias para considerar que se acerca al nivel dos de desarrollo de esta subcompetencia.

La consideración general sobre las competencias y conocimientos del módulo 4 es que el tipo de organización del Diplomado, básicamente virtual, con poca triangulación con el profesor que imparte el curso, no ha conseguido que los maestros participantes se hayan apropiado de la pauta suministrada para guiar su reflexión, en el sentido de que no hay evidencias de que hayan entendido los diferentes componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica, ni siquiera de que los hayan usado.

De lo que si se considera que hay evidencias es de la apropiación de la noción general de la idoneidad en el caso de la maestra A, ya que en su comentario a la tarea 5—y en el que hizo al finalizar el Diplomado— se infiere que ha entendido que:

- 1) La noción de idoneidad didáctica es un constructo que permita al profesor reflexionar sobre su práctica y poder guiar su mejora en el contexto donde se realiza el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- 2) El constructo de idoneidad didáctica es multidimensional y, por tanto, se descompone en idoneidades parciales.
- 3) Un proceso de enseñanza y aprendizaje se considera idóneo cuando se consigue un equilibrio entre los diferentes criterios parciales de idoneidad, y no cuando sólo se dan algunos de ellos.

Por otra parte, al inicio (y al final del Diplomado), los maestros contestaron el cuestionario titulado *Instrumento de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, en el cual se pretendía saber cuáles de los componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica que ellos tenían en cuenta para orientar su práctica antes de iniciar el Diplomado (y después de finalizarlo).

Este cuestionario inicial nos informaba de los criterios que los maestros consideraban valiosos para orientar su práctica. Se trata de un cuestionario tipo Likert, donde, para cada afirmación del cuestionario, los maestros podían escoger entre cuatro opciones según su acuerdo o desacuerdo con ellas (0, nunca; 1, en ocasiones; 2, casi siempre; 3, siempre).

Los resultados de los nueve participantes, que se hallan recogidos en la Figura 13 del capítulo 5, muestra que los maestros (9) tienen en cuenta diferentes criterios para orientar su práctica (tanto al inicio como al final), pero que esos criterios que afirman que más tiene en cuenta en sus clases son el ecológico (seguramente por la formación docente obtenida en durante su carrera) el afectivo, el interaccional y el de medios (seguramente desarrollados en sus años de experiencia), pero el criterio epistémico y cognitivo (la materia y si los alumnos la han aprendido) están menos presentes. Al finalizar el Diplomado, se observa que ahora todos los criterios se tienen en cuenta en su práctica docente.

Este resultado es coherente con el que se ha obtenido para los dos maestros en las figuras 19 y 20, además de sus registros tabulares (tablas 27 y 28). La conclusión a la que se llega, a partir de estas evidencias, es que, al final del Diplomado, en el total de las respuestas de los dos maestros hay un cierto equilibrio en la contemplación de las seis facetas/criterios de idoneidad didáctica.

Dicho de otra manera, las tareas del Diplomado han tenido en cuenta las seis dimensiones que hay que tener presente cuando se planifica, implementa, valora y rediseña un proceso de instrucción de matemáticas. En particular, ganan peso las facetas/criterios relacionados con la materia (epistémica) y su aprendizaje (cognitiva).

6. Limitaciones de la investigación

Una de las limitantes de esta investigación ha sido que la implementación del Diplomado solo se pudo realizar con nueve maestros de una sola escuela. Por otra parte, las obligaciones académicas y escolares de los participantes afectaron su tiempo de dedicación al Diplomado, en especial en el caso del módulo 3.

7. Posibles ampliaciones

Dado que el Diplomado ha tenido un impacto importante en la formación de maestros en Panamá, con 277 maestros que lo han cursado hasta el momento, una posible ampliación sería un estudio del desarrollo de los conocimientos y las competencias de este colectivo de

profesores. Se trataría de una investigación en la que la mirada cuantitativa pueda tener un peso mayor que en la que aquí se presenta.

8. Impacto en las políticas públicas sobre la formación del docente de primaria y preescolar

Consideramos que las aportaciones de esta tesis son relevantes y pueden tener un cierto impacto en las políticas públicas sobre la formación del docente de primaria y preescolar en Panamá.

Por ejemplo, se podría desarrollar la noción de idoneidad profesional teniendo en cuenta los resultados del objetivo específico dos. Por otra parte, los resultados obtenidos, pueden ser útiles ~~para~~ formular propuestas y lineamientos en: a) la formación del docente de primaria y preescolar, b) sobre la formación inicial y permanente en Matemática y su didáctica; válidos para el contexto nacional y que, además, puedan ser de utilidad para la comunidad interesada en la mejora de la enseñanza de las matemáticas en primaria y preescolar en Panamá.

9. Difusión de los resultados

Del presente trabajo de investigación se han derivado las siguientes publicaciones en revistas, actas de congresos y presentaciones a congresos.

Artículos

- Morales Maure, L., Durán González, R., Pérez Maya, C., & Bustamante, M. (2019). Hallazgos en la formación de profesores para la enseñanza de la matemática desde la idoneidad didáctica. Experiencia en cinco regiones educativas de Panamá. *Inclusiones*, 6(2), 142-162.
- Morales Maure, L., Durán González, R., & García Vázquez, E. (2019). Intervención formativa para el aprendizaje de las matemáticas: una aproximación desde un diplomado. *Conrado*, 15(69), 7-19.

- Morales Maure, L., Durán González, R., & Font Moll, V. (en prensa). Desarrollo de competencias docentes desde un dispositivo formativo hacia un perfil profesional en Educación Matemática. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*.

Actas de congresos

- Garcés, W., Flores, M. J., Morales Maure, L. & Seckel, M. J. (2018). el uso de los criterios de idoneidad en grados y postgrados de formación de profesores de Latinoamérica. En Evaluación de la Calidad de la Investigación y de la Educación Superior: *Libro de resúmenes XV FECIES*. Granada: Asociación Española de Psicología Conductual (AEPC). v. 15. p. 175-175.
- Garcés, W., Flores, M. J., Morales Maure, L. & Seckel, M. J. (en prensa). el uso de los criterios de idoneidad en grados y postgrados de formación de profesores de Latinoamérica. En Evaluación de la Calidad de la Investigación y de la Educación Superior: *Libro de capítulo XV FECIES*. Granada: Asociación Española de Psicología Conductual (AEPC).

Comunicaciones presentadas a congresos

- Garcés, W., Flores, M. J., Morales Maure, L. & Seckel, M. J. (2018). el uso de los criterios de idoneidad en grados y postgrados de formación de profesores de Latinoamérica. Comunicación invitada presentada en el Simposio invitado “Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de una disciplina científica. El caso del constructo idoneidad didáctica del XV Foro Internacional sobre la Evaluación de la Calidad de la Investigación y de la Educación Superior (FECIES), celebrado en Santander del 10 al 12 de mayo de 2018.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguerrondo, I. (2004). Los desafíos de la política educativa relativos a las reformas de la formación docente. En AAVV. *Maestros en América latina: Nuevas perspectivas sobre su formación y desempeño* (97-142). Santiago de Chile: PREAL – CINDE.
- Aguilar, A. C. (2013). El conocimiento especializado del profesor de Matemáticas: MTSK. *Actas del VII CIBEM*, (pp. 5063-5069). Montevideo: FISEM.
- Arceo-Luna, A. R., Breda, A., Font, V. & Páez, D. A. (2019). Criterios utilizados por un formador de futuros profesores al reflexionar sobre su práctica. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 161-170). Valladolid: SEIEM.
- Alsina, A., Planas, N., & Calabuig, M. (2009). El aprendizaje reflexivo en la formación del profesorado de matemáticas. *Actas de las VII Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria: la calidad del proceso de enseñanza/aprendizaje universitario desde la perspectiva del cambio* (pp. 252- 257). Universidad de Alicante, Alicante.
- Bachelard, G. (1972). *La formación del espíritu científico*. Buenos Aires: Siglo XXI.
- Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51(3), 241-247.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Barody, A.J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Visor/MEC
- Batanero, C., Burrill, G. & Reading, C. (2011). *Teaching statistics in school mathematics challenges for teaching and teacher education*. ICMI/IASE study: The 18th ICMI Study.
- Baumert, J. K., et al. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133-180.

- Bennison, A., & Goos, M. (2013). Exploring numeracy teacher identity: an adaptation of Valsiner's zone theory. En *AARE Conference Proceedings* (pp. 1-10). Australia: Australian Association for Research in Education.
- Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Laborde, C. (Eds.). (1996), *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. E & Leung, F. K. S. (2003). *Second international handbook of mathematics education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Blanco, R. (2008). *Eficacia escolar y factores asociados en América Latina y el Caribe*. Santiago Chile: UNESCO-LLECE.
- Bobis, J., Higgins, J., Cavanagh, M., & Roche, A. (2012). Professional knowledge of practising teachers of mathematics. En B. Perry, T. Lowrie, T. Logan, A. MacDonald, & J. Greenlees (Eds.), *Research in Mathematics Education in Australasia 2008–2011* (pp. 313–341). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Bourdieu, P. (1986). The Forms of Capital. In J. Richardson (Ed.), *Handbook of Theory and Research for the Sociology of Education* (pp. 241-258). New York: Greenwood.
- Breda, A., Font, V., & Lima, V. M. (2016). Análise das Propostas de Inovação nos Trabalhos de Conclusão de Curso de um Programa de Mestrado Profissional em Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 10(2), 53-72.
- Breda, A., Font, V., Lima, V., & Pereira, M. V. (2018). Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. *Transformación*, 14(2), 162-176.
- Breda, A., Pino-Fan, L., & Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflections and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 13(6), 1893-1918.
- Breda, A.; Silva, J. F. & de Carvalho, M. P. (2016). A formacao de professores de matemática por competências: trajetória, estudos e perspectivas do professor Vicenc Font, Universitat de Barcelona. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 5(8), 10 - 32.

- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-198.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. New York: Kluwer Academic Publishers.
- Carvajal, S. (2018). *Competencia digital en la formación del profesorado en matemáticas*. Tesis doctoral no publicada, Universitat de Barcelona.
- Carvajal, S., & Giménez, J. (2015). Uso de las TIC en las prácticas de la formación inicial de futuros profesores de secundaria de matemáticas en España. *Práxis Educativa*, 11(19), 155-169.
- Casassús, J., Froemel, J. E., Palafox, J. C. & Cusato, S. (2001). *Primer estudio internacional comparativo sobre lenguaje, matemática y factores asociados, para alumnos del tercer y cuarto grado de la Educación Básica* - Informe Técnico. Santiago, Chile: UNESCO.
- Castro, W. F., Pino-Fan, L., & Velásquez-Echavarría, H. (2018). A proposal to enhance preservice teacher's noticing. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 14(11), em1569. doi: <https://doi.org/10.29333/ejmste/92017>.
- Chapman, O. (2014). Overall commentary: understanding and changing mathematics teachers. En J.-J. Lo, K. R. Leatham, & L. R. Van Zoest (Eds.), *Research Trends in Mathematics Teacher Education* (pp. 295-309). Dordrecht: Springer International Publishing.
- Cobb, P., & Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), 83-94.
- Coleman, J. (1988). Social capital in the creation of human capital. *American Journal of Sociology* (Supplement), 94, S95-S120.
- Contreras, J. (1999). *La autonomía del profesorado*. Ediciones Morata. Madrid.
- Cuéllar, M. (2014). *Deserción escolar en educación media superior: análisis de los factores escolares para la toma de decisiones de política pública*. Tesis que para obtener el grado de Maestro en Gobierno y Asuntos Públicos. México: Universidad Flacso. México.

- Darling-Hammond, L. (1997). *The Right To Learn: A Blueprint for Creating Schools That Work*. San Francisco: Jossey-Bass, Inc., Publishers.
- Davis, B., & Renert, M. (2013). *The math teachers know: profound understanding of emergent mathematics*. New York: Routledge.
- Delors, J. (1996). *La Educación encierra un Tesoro*. Madrid: Santillana / UNESCO.
- Díaz Barriga, A. (2005). Desarrollo del currículo e innovación: Modelos e investigación en los noventa. *Perfiles Educativos*, 27(107), 57-84.
- Döhrmann, M., Kaiser, B. & Blömeke, S. (2012). The conceptualization of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 44, 325–340.
- Drucker, P. F. (1993). The rise of the Knowledge Society. *Wilson Quarterly*, 17(2), 52-71.
- ECER. (2013). *European Conference on Educational Research*. Istanbul: European Educational Research Association.
- English, L. D., Bartolini-Busi, M., Jones, G. A., Lesh, R. e Tirosh, D. (2008). *Handbook of international research in mathematics education*. London: Lawrence Erlbaum
- Eurydice. (2018). *Teaching Careers in Europe: Access, Progression and Support*. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- Even, R. & Ball, D. (Eds.). (2009). *The professional education and development of teachers of mathematics*. New York: Springer.
- Fauvel, J. & Maanen, J. (2000). *The role of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Fernández, C., & Yoshida, M. (2004). *Lesson study: A Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Mahwah, Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ferrer, A. T. (2008). Declaración Mundial sobre Educación para Todos: Satisfacción de las necesidades básicas de aprendizaje (Jomtien, 1990) y Marco de Acción de Dakar (2000). *Trasatlántica de educación* 5, 83-94.
- Font, V. (2003), Matemáticas y cosas. Una mirada desde la Educación Matemática. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 249-279.

- Font, V. (2005) Introducción a la didáctica de las matemáticas. Actividad matemática y resolución de problemas, en Badillo, E. Couso, D., Perafrán, G., Adúriz-Bravo, A. (Eds). *Unidades didácticas en Ciencias y Matemáticas* (pp. 301- 316). Bogotá: Magisterio:
- Font, V. (2008). Enseñanza de las matemáticas. Tendencias y perspectivas. En C. Gaita (Ed.), *Actas del III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas* (21-62). Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Unión*, 26, 9-25.
- Font, V. & Adán, M. (2013). Valoración de la idoneidad matemática de tareas. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 283-291). Bilbao: SEIEM.
- Font, V., Breda, A., Giacomone, B. & Godino, J. D. (2018). Análisis de narrativas de futuros profesores con el modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM). En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp.23-38). Gijón: SEIEM.
- Font, V., Breda, A., & Sala, G. (2015). Competências profissionais na formação inicial de professores de Matemática. *Praxis Educacional*, 11(19), 17-34.
- Font, V., Breda, A. & Pino-Fan, L. (2017). Análisis didáctico en un trabajo de fin de máster de un futuro profesor. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 247-256). Zaragoza: SEIEM.
- Font, V., Breda, A., Seckel, M. J., & Pino-Fan, L. R. (2019). Análisis de las reflexiones y valoraciones de una futura profesora de matemáticas sobre la práctica docente, *Revista Ciencia y Tecnología*, 34(2), 62-75.
- Font, V., Giménez, J., Zorrilla, J. F., Larios, V., Dehesa, N., Aubanell, A., & Benseny, A. (2012). Competencias del profesor y competencias del profesor de matemáticas. Una propuesta. En V. Font, J. Giménez, V. Larios & J. F. Zorrilla (Eds.), *Competencias del*

profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato (61-70). Barcelona, España: Publicaciones de la Universitat de Barcelona.

Font, V., Planas, N. & Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.

Fried, M. N. (2014). Mathematics & mathematics education: Searching for common ground. En M. N. Fried, M. N. & T. Dreyfus, T. (Eds.), *Mathematics & mathematics education: Searching for common ground* (pp. 3-22). Dordrecht: Springer.

Fullan, M., & Hargreaves, A. (1996). *What's worth fighting for in your school?* New York: Teachers College Press.

Gairín, J. (1987). *Las actitudes en Educación*. Barcelona: PPU.

Garaway, G. B. (1994). Language, culture, and attitude in mathematics and science learning: A review of the literature. *Journal of Research & Development in Education*, 27(2), 102-111.

Giacomone, B., Godino, J. D., & Beltrán-Pellicer, P. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica en futuros profesores de matemáticas. *Educação e Pesquisa*, 44, e172011, <http://dx.doi.org/10.1590/s1678-4634201844172011>.

Giménez, J., Font, V., & Vanegas, Y. (2013). Designing professional tasks for didactical analysis as a research process. En C. Margolinas (Ed.), *Task design in mathematics education* (581-590). Oxford: Proceedings of ICMI Study 22.

Godino, J. D. (Director) (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Unión*, 20, 13-31.

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.

Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). Un enfoque onto semiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The Onto-Semiotic Approach: Implications for the Prescriptive Character of Didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 38-43.

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., & Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: El modelo CCDM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández & A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 285-294). Málaga: SEIEM.

Godino, J. D., Contreras, A., & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26(1), 39-88.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., & Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59-76.

Godino, J. D., & Giacomone, B. (2016). Competencias y conocimientos didácticos del profesor de matemáticas según el EOS. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández. & A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (p. 601). Málaga: SEIEM.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113

Godino, J.D., Giacomone, B., Font, V., & Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 63-83.

- Gómez-Pérez, A. (2010). Nuevas exigencias para la profesión docente en la era de la información y de la incertidumbre. *Revista interuniversitaria de formación del profesorado* 24(2), 17-36.
- González, J., & Wagenaar, R. (2003). Tuning educational structures in Europe. *Final report*. Phase one. Bilbao: University of Deusto/ University of Groningen.
- González-Pienda, J. A., Núñez, J. C. Álvarez, L., González, P., González-Pumariega, S. & Roces, C. (2003). ¿Cómo explicar tanto fracaso en el aprendizaje de las Matemáticas? *Revista Galego-Portuguesa de Psicología e Educación*, 8(10), 349-358.
- Gusmão, T. C. R. S. (2006). *Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: una perspectiva ontosemiótica*. Tesis Doctoral no publicada, Universidad de Santiago de Compostela.
- Gutiérrez, A. & Boero, P. (2006). *Handbook of research on the psychology of mathematics education*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 19-58.
- Hanna, G. (1996). *Towards gender equity in mathematics education. An ICMI Study*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Hanushek, E. A. & Woessmann, L. (2008). The role of cognitive skills in economic development. *Journal of economic literature*, 46(3), 607-668.
- Hart, L. C., Alston, A. S., & Murata, A. (eds.) (2011). *Lesson study research and practice in mathematics education*. Netherlands: Springer.
- Hill H. C., Ball D. L., & Schilling S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Hill, H. C., Blunk, M., Charalambous, C., Lewis, J., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430–511.

Holton, D. (2001). *Teaching and learning of mathematics at university level*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Hummes, V. B., Breda, A., Font, V., & Seckel, M. J. (en prensa) Criterios de Idoneidad Didáctica en una clase basada en el Lesson Study. *Praxis & Saber*.

Hummes, V. B., Breda, A. & Seckel, M. J. (2019). Idoneidad didáctica en la reflexión de profesores: análisis de una experiencia de estudio de clases. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 381-390). Valladolid: SEIEM.

Hummes, V. B., Font, V. & Breda, A. (2019). Combined Use of the Lesson Study and the Didactic Suitability for the Development of the Reflection on the own Practice in the Training of Mathematics Teachers. *Acta Scientiae*, 21(1), 64-82.

Iafrancesco, G. M. (2003). *La investigación en educación y pedagogía*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, colección escuela transformadora.

INE. (2011). *Encuesta sobre la Participación de la Población Adulta en Actividades de Aprendizaje*. Obtenido de Instituto Nacional de Estadística, España: <http://www.ine.es/metodologia/t13/t133045911.pdf>

Jaworski, B., & Wood, T. (Eds.). (2008). *The mathematics teacher educator as a developing professional*. Rotterdam. The Netherlands: Sense Publishers.

Kemmis, S., & McTaggart, R. (2000). Participatory action research. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 567-607). Thousand Oaks, CA: Sage.

Lebrija, A., Flores, R., & Trejos, M. (2010). El papel del maestro, el papel del alumno: un estudio sobre las creencias e implicaciones en la docencia de los profesores de Matemática en Panamá. *Educación Matemática*, 22(1), 31-55.

Leont'ev, A. (1981). *Psychology and the language learning process*. Londres, UK: Pergamon.

Lester, F. (2007). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Greenwich, Connecticut: Information Age Publishing e NCTM.

- Lewin, K. (1944). The dynamics of group action. *Educational leadership*, 1(4), 195-200.
- Lewis, C. (2002). *Lesson study: A handbook of teacher-led instructional change*. Philadelphia (PA): Research for Better Schools.
- Llinares, S., & Krainer, K. (2006). Mathematics (students) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutiérrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 429-459). Rotterdam: Sense Publishers.
- Lo, J. J., Leatham, K. R., & Zoest, L. R. Van. (Eds.). (2014), *Research trends in mathematics teacher education* (1ed.). Berlín: Springer.
- Lomax, P. (1990). *Managing Staff Development in Schools*. Clevedon: Multilingual Matters.
- Lucca Irizarry, N. & Berríos Rivera, R. (2009) *Investigación cualitativa. Fundamentos, diseños y estrategias*. Puerto Rico: Ediciones SM.
- Mammana, C. & Villani, V. (1998). *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Marshall, C., & Rossman, G. B. (2006). *Designing Qualitative Research*. Thousand Oaks, CA: Sage
- Martínez, C. (2001). La resolució de problemes en les primeres edats. *Biaix*, 18, 9-12.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge.
- MEDUCA. (2017). *Compromiso Nacional por la Educación*. Panamá: Editora Novo Art.
- Messina, G. (1999). Investigación en o investigación acerca de la formación docente: un estado del arte en los noventa. *Revista Iberoamericanos de Educación*, 19, 145-207.
- Miles, M. & Huberman, A. M. (1994). Data management and analysis methods, en Denzin, N.K. & Lincoln, Y.S. (Eds.), *Handbook of qualitative research*. London: Sage Publication, 429-444.
- Montalvo, J., & Gorgels, S. (2013). Calidad del profesorado, calidad de la enseñanza y aprendizaje: resultados a partir del TEDS-M. en TEDS-M. *Estudio internacional sobre la*

formación inicial en matemáticas de los maestros. Informe español, Vol. 2 (pp. 11-37). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

Morales-Maure, L., Marimón, O. G., & Morales, M. (2017). Mathematical knowledge and its role in teaching that involves work in primary. *European Journal of Education Studies*, 3(5), 673-686.

Müller, I. (2000). Tendências atuais de educação matemática. *UNOPAR Científica Ciências* 1(1), 133-144.

Murata, A. & Takahashi, A. (2002). *District-level lesson study: How Japanese teachers improve their teaching of elementary mathematics*. Paper presented at a research pre-session of the annual meeting of the National Council of Teachers of Mathematics, Las Vegas, NV, USA.

Niss, M. (2003). The Danish KOM Project and possible consequences for teacher education. En R. Strässer, G. Brandell & B. Grevholm (eds.). *Educating for the future. Proceeding of an international symposium on mathematics teacher education* (179-192). Göteborg, Suecia: Royal Swedish Academy of Sciences.

OECD (2003). *The PISA 2003 assessment framework. Mathematics, reading, science and problem-solving knowledge and skills*. Paris: OECD.

Oh, H.S., Seo, D.I., Kim, J.S., Yoo, S.O., & Seong, H.C. (2015). Assessment and evaluation of national human resource development system competitiveness in emerging countries. *Asia Pacific Education Review*, 16(3), 477-490.

OREALC/UNESCO. (2005). *Políticas Educativas de atención a la diversidad cultural-Brasil, Chile, Colombia, México y Perú*. Santiago de Chile: OREALC/UNESCO.

Peirce, C. S. (1877). The Fixation of Belief. *Popular Science Monthly*, 12, 1-15.

Pino-Fan, L., Assis, A., & Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1429-1456.

Pino-Fan, L., Assis, A., & Godino, J. D. (2015). Análisis del proceso de acoplamiento entre las facetas epistémica y cognitiva del conocimiento matemático en el contexto de una tarea exploratorio-investigativa sobre patrones. *Educación Matemática*, 27(1), 37-64.

Pino-Fan, L., Font, V., & Breda, A. (2017). Mathematics teachers' knowledge and competences model based on the onto-semiotic approach. *In Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 33-40).

Pino-Fan, L., Godino, J. D. & Font, V. (2018). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: the case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(1), 63-94.

Planas, N., & Iranzo, N. (2009). Consideraciones metodológicas para la interpretación de procesos de interacción en el aula de Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12(2), 179-213.

Polya, G. (1965). *¿Cómo plantear y resolver problemas?* México: Trillas.

Pochulu, M., Font, V., & Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 19(1), 71-98.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En A. Gutierrez, A., & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: past, present and future* (pp. 461-494). Rotterdam: Sense Publisher.

Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo. (2014). *Resumen Informe Nacional de Desarrollo Humano*. Panamá: Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

Radice, L. L. (1983). *La matematica da Pitagora a Newton*. Laia Barcelona.

Reeuwijk, M. V. (1997): Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 12, 9-16.

Rico, L., Gómez, P. & Cañadas, M. C. (2014). Formación inicial en educación matemática de los maestros de Primaria en España, 1991-2010. *Revista de Educación*, 363, 35-59.

Rowland, T. (2013). The knowledge quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Sisyphus-Journal of Education*, 1(3), 15-43.

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education* 8(3), 255-281.

Rozada, J. M. (2007). ¿Son posibles los puentes entre la teoría y la práctica por todo el mundo demandados, sin pilares intermedios? En Romero J. & Luis A. (Coord.), *La formación del profesorado a la luz de una profesionalidad democrática* (pp. 47-53). Santander: Consejería de Educación.

Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos* Tesis doctoral no publicada, Universitat de Barcelona.

Santamaría, E. (1994). Formación del docente en Panamá. *Revista interuniversitaria de formación del profesorado*, 20, 65-79.

Schmidt, W., Tatto, M., Bankov, K., Blömeke, S., Cedillo, T., L., C. & Santillan, M. (2007). *The Preparation Gap: Teacher Education for Middle School Mathematics in Six Countries. Mathematics Teaching in the 21st Century (MT21 Report)*. Massachusetts: MSU Center for Research in Mathematic ad Sciences Education.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.

Schoenfeld, A., & Kilpatrick, J. (2008). Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh, & T. L. Wood (Eds.), *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (pp. 321-354). Rotterdam: Ed. SensePublisher.

Schön, D.A. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. New York: Basic Books.

Seckel, M. J. (2016). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática*. Tesis doctoral no publicada, Universitat de Barcelona.

Seckel, M. J., & Font, V. (2015). Competencia de reflexión en la formación inicial de profesores de matemática en Chile. *Práxis educacional*, 11(19), 55-75.

Senk, S. L., Tatto, M. T., Reckase, M., Rowley, G., Peck, R., & Bankov, K. (2012). Knowledge of future primary teachers for teaching mathematics: an international

comparative study. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 307-324.

SERCE. (2007). *Los aprendizajes de los estudiantes de América Latina y el Caribe*. Santiago de Chile: UNESCO - Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo.

Shulman, L. S. (1986), Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4-14.

Shulman, L. S. (1993). Renewing the pedagogy of teacher education: the impact of subject-specific conceptions of teaching. En L. Montero & J.M. Vez (eds.), *Las Didácticas Específicas en la Formación del Profesorado* (53-69). Santiago de Compostela: Tórculo.

Silverman, J. & Thompson, P. (2008). Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. *Journal of mathematics teacher education*, 11(6), 499-511.

Simon, M. (2000). Research on the development of mathematics teacher: The teacher development experiment. En Anthony Kelly y Richard Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 335-359). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Sowder, J. T. (2007). The mathematical education and development of teachers. En F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 157-224). Charlotte: Ed. NCTM and IAP.

Stacey, K., Chick, H. e Kendal, M. (Eds) (2004). *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI Study*. Kluwer, Dordrecht.

Stahnke, R., Schueler, S., & Roesken-Winter, B. (2016). Teachers' perception, interpretation, and decision-making: a systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 48(1-2), 1-27.

Steffe, L. P. & Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. En Anthony Kelly y Richard Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah: NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

TERCE. (2016). *Informe de resultados TERCE: Factores asociados*. Santiago de Chile: UNESCO.

Thurow, L. C. (1999). *Building wealth. The new rules for individuals, companies, and nations in a knowledge-based economy*. New York: HarperCollins Publishers.

Toffler, A. (1981). Education and the future: An Interview with Alvin Toffler. *Social Education*, 45(6), 422-26.

Tójar, J. C. (2006). *Investigación cualitativa. Comprender y actuar*. Madrid: La Muralla.

UNESCO. (2005). *Hacia las sociedades del conocimiento*. Paris: Ediciones UNESCO.

UNESCO. (2015). *Incheon declaration: Education 2030*. Paris: Ediciones UNESCO.

Vanegas, Y., Giménez, J. & Font, V. (2015) Análisis didáctico y formación para la ciudadanía a través de las Matemáticas. En P. Scott & Ruiz, A. (Eds.), *Educación Matemática en las Américas 2015 Volumen 2: Formación Inicial para Secundaria* (65-73). México: CIAEM

Vygotski, L. (1977). *Pensée et langage*. Paris: La Dispute.

Wang-Iverson, P., & Yoshida, M. (2005). *Building our understanding of lesson study*. Philadelphia: Research for Better Schools.

Winter, R. (1989). *Learning from experience: Principles and Practice in Action-Research*. Philadelphia: The Falmer Press.

Wray-Bliss, E., & Bell, E. (2009). Research ethics: regulations and responsibilities. In D. Buchanan, & A. Bryman (Eds.), *The Sage Handbook of Organizational Research Methods* (pp. 78-92). London: SAGE Publications.