



TESE DE DOUTORAMENTO

**ABORDAGEM ONTOSSEMIÓTICA
DE PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE
GRANDEZAS E MEDIDAS
NO 1º CICLO DE EDUCAÇÃO BÁSICA**

Isabel Cláudia Nogueira da Silva Araújo Nogueira

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA E ORGANIZACIÓN ESCOLAR
FACULTADE DE CIENCIAS DE EDUCACIÓN

SANTIAGO DE COMPOSTELA
2015



TESE DE DOUTORAMENTO

**ABORDAGEM ONTOSSEMIÓTICA
DE PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE
GRANDEZAS E MEDIDAS
NO 1º CICLO DE EDUCAÇÃO BÁSICA**

Asdo. Isabel Cláudia Nogueira da Silva Araújo Nogueira

**DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA E ORGANIZACIÓN ESCOLAR
FACULTADE DE CIENCIAS DE EDUCACIÓN**

**SANTIAGO DE COMPOSTELA
2015**

AUTORIZACIÓN DAS DIRECTORAS DA TESE

Dña. M^a Teresa Fernández Blanco
Profesora do Departamento de Didáctica das Ciencias Experimentais

Dña. Dolores Rodríguez Vivero
Profesora do Departamento de Didáctica das Ciencias Experimentais

Como Directoras da Tese de Doutoramento titulada

«ABORDAGEM ONTOSSEMIÓTICA DE PROCESSOS DE ENSINO E
APRENDIZAGEM DE GRANDEZAS E MEDIDAS
NO 1º CICLO DE EDUCAÇÃO BÁSICA»

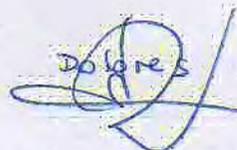
Presentada por Dña. Isabel Cláudia Nogueira da Silva Araujo Nogueira

Alumna do Programa de Doutoramento Perspetivas Didácticas en Áreas Curriculares

Autorizan a presentación da tese indicada, considerando que reúne os requisitos esixidos no artigo 34 do regulamento de Estudos de Doutoramento, e que como Directores da mesma non incurrir nas causas de abstención establecidas na lei 30/1992.



Asdo. M^a Teresa Fernández Blanco



Asdo. Dolores Rodríguez Vivero



Dn. Quintín Álvarez Núñez
Profesor Titular do Departamento de Didáctica e Organización Escolar

Como Tutor da Tese de Doutoramento titulada

«ABORDAGEM ONTOSSEMIÓTICA DE PROCESSOS DE ENSINO
E APRENDIZAGEM DE GRANDEZAS E MEDIDAS
NO 1º CICLO DE EDUCAÇÃO BÁSICA»

Presentada por Dna. Isabel Cláudia Nogueira da Silva Araújo Nogueira

Alumna do Programa de Doutoramento Perspetivas Didácticas en Áreas Curriculares

*Autoriza a presentación da tese indicada, considerando que reúne os requisitos
estixidos no artigo 34 do regulamento de Estudos de Doutoramento, e que como
Tutora mesma non incurre nas causas de abstención establecidas na lei
30/1992.*

Santiago de Compostela, 11 de novembro de 2015

Asilo. Quintín Álvarez Núñez

AGRADECIMENTOS

À Doutora Teresa Fernández Blanco e à Doutora Dolores Rodríguez Vivero, pela forma sábia, disponível e comprometida com que orientaram esta tese e pelo exemplo de disponibilidade e generosidade humanas.

Ao Doutor José António Cajaraville Pegito, por me ter aberto o caminho para este percurso.

Aos Professores do Programa de Doutoramento, pelas verdadeiras lições que me apresentaram.

Aos professores e aos alunos que me abriram as portas e me deixaram olhar pelas suas janelas.

Aos meus amigos, em especial à Daniela, pelo apoio, estímulo e presença constantes.

À minha família, meu verdadeiro porto de abrigo.

DEDICATÓRIA

*Aos meus pais.
Às minhas filhas.*

RESUMO

Entendendo a investigação sobre a prática simultaneamente como modo de acesso ao conhecimento sobre práticas e como contributo para a resolução de problemas de âmbito profissional, estabeleceu-se como eixo orientador desta investigação a compreensão das práticas de sala de aula na exploração de grandezas e da sua medição no 1º Ciclo da Educação Básica.

O estudo circunscreve-se à descrição e análise de práticas especificamente relacionadas com a exploração das grandezas comprimento, massa e tempo, e respetivos processos de medição.

O estudo empírico apresentado, de natureza eminentemente interpretativa-descritiva e suportado na análise de segmentos instrucionais integrados em aulas de matemática do 1º Ciclo da Educação Básica, tem como objetivos principais determinar: (1) que práticas matemáticas são desenvolvidas nos processos de instrução dedicados à exploração de grandezas e seus processos de medição nas salas de aula; (2) qual a natureza do conhecimento presente e/ou emergente nessas práticas; (3) que relações são estabelecidas entre os objetos e os processos matemáticos e didáticos aí identificados; (4) que funções são desempenhadas por professor e alunos no decurso da sua implementação; e (5) em que recursos materiais se sustentam essas práticas.

As atividades letivas analisadas evidenciaram a utilização de situações extramatemáticas e/ou do quotidiano dos alunos como práticas frequentes, a prevalência de conhecimentos matemáticos de natureza procedimental e algorítmica e o professor como o interveniente sistematicamente responsável pela organização das formas de trabalho dos alunos e pela gestão dos tempos, dos espaços e dos materiais disponibilizados às aprendizagens. Em alguns casos foi possível identificar discrepâncias entre os significados institucionais de referência dos temas matemáticos em estudo e os significados implementados efetivamente nos processos de instrução.

RESUMEN

Entendiendo la investigación sobre la práctica como medio de acceso a los conocimientos acerca de las prácticas y como forma de contribuir a la resolución de problemas de campo profesional, se estableció como eje de guía para esta investigación la comprensión de las prácticas de clases sobre la exploración de magnitudes y de la medida en el primer ciclo de la enseñanza primaria.

O estudio se circunscribe en la descripción y el análisis de prácticas específicamente relacionadas con la exploración de las magnitudes longitud, masa y tiempo, y sus procesos de medición.

O estudio interpretativo-descriptivo desarrollado, apoyado en el análisis de segmentos instruccionales de clases integrados en clases de matemáticas del primero ciclo de la educación básica, tiene como objetivos principales determinar: (1) que tipos de prácticas se desarrollan en las clases de Primaria dedicadas a la exploración de las magnitudes y medida; (2) cuál es la naturaleza de los conocimientos presentes y/o emergentes en dichas prácticas; (3) cómo se relacionan los objetos y procesos matemáticos y didácticos implicados en esas prácticas; (4) qué funciones se llevan a cabo por el profesor y los alumnos en las prácticas impartidas en clases; y (5) cuales son los recursos materiales donde se apoyan esas prácticas.

Las actividades analizadas han evidenciado el uso de situaciones extramatemáticas y/o de la vida cotidiana de los alumnos como prácticas frecuentes, el predominio del conocimiento matemático de naturaleza procedimental y algorítmica, el profesor como responsable sistemático de la gestión de las formas de trabajo dos alumnos, de los tiempos, de los espacios y de los materiales que están disponibles en las actividades de clase. En algunos casos fue posible identificar discrepancias entre los significados institucionales de referencia de los temas matemáticos de estudio y los significados implementados efectivamente en los procesos de instrucción.

ABSTRACT

As research into practice can be seen simultaneously as a way to access to knowledge about practices and as a contribution to the resolution of scope professional problems, we established as guiding axis for this research the understanding of classroom practices in the exploitation of Measurement in the 1st cycle of Primary Education.

This study is circumscribed to the description and analysis of practices specifically related to the exploitation of length, mass and time, and their respective measurement processes.

The interpretive-descriptive empirical research, supported on the analysis of segments of instructional processes, integrated in mathematics lessons of the 1st cycle of Primary Education, has as main goals to establish: (1) which mathematical practices are developed in the instructional processes dedicated to Measurement; (2) what is the nature of present and/or emerging knowledge in these practices; (3) which relationships are established between mathematical objects and processes identified in these teaching and learning processes; (4) which functions are performed by teachers and students during of its implementation; and (5) which material resources support these practices.

The analyzed teaching and learning activities highlight the use of extra mathematical situations and/or students' everyday life as common practices, the prevalence of mathematical knowledge of procedural and algorithmic nature and the teacher as the intervening systematically in charge of organizing pupils' ways of working and management of times, spaces and materials available to support these activities. In some cases it was possible to identify discrepancies between institutional significance of reference of the mathematical topics in study and significance effectively implemented for those topics in the instructional processes.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO GERAL	1
CAPÍTULO 1: PROBLEMÁTICA EM INVESTIGAÇÃO	5
1.1 Concetualização das noções de grandeza e medida	5
1.1.1 Breve visão histórica	5
1.1.2 Formalização dos conceitos de grandeza e de medida	8
1.2 As grandezas e a medida na Educação Básica	12
1.2.1 Finalidades, objetivos curriculares e desempenho dos estudantes	13
1.2.2 A abordagem das grandezas e da medida na Educação Básica	18
1.2.2.1 Evolução da construção de noções de grandeza e de medida	18
1.2.2.2 Perspetivas e contributos da investigação	22
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO	33
2.1 Modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática	33
2.1.1 Noções de prática e de sistemas de práticas	35
2.1.2 Noções de objeto pessoal e institucional	36
2.1.3 Significado pessoal e significado institucional de um objeto	37
2.1.4 Níveis de análise didática propostos pelo EOS	38
2.1.4.1 Identificação de práticas realizadas em um processo de estudo	39
2.1.4.2 Configuração dos objetos e processos matemáticos	39
2.1.4.3 Identificação das normas subjacentes à realização do processo de estudo	46
2.1.4.4 Valoração da adequação didática do processo de instrução	47
2.1.5 A técnica de análise semiótica	51
2.2 Contributos da investigação produzida no âmbito do modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática	56
CAPÍTULO 3: CONTEXTO E PROBLEMA DE INVESTIGAÇÃO	61
3.1 Contexto geral do estudo	61
3.2 Linhas orientadoras da investigação	63
3.3 Questões em investigação	65
3.4 Pertinência da investigação	67
CAPÍTULO 4: OPÇÕES METODOLÓGICAS	71
4.1 Paradigma da investigação	71
4.2 <i>Design</i> do estudo	73
4.3 Técnicas e procedimentos da recolha de dados	75
4.4 Participantes na investigação	77

4.5 Opções de tratamento, análise e apresentação de dados	79
CAPÍTULO 5: APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS	81
5.1 Análise de processos de estudo no 1º ano de escolaridade	82
5.1.1 Exploração do comprimento no 1º ano	82
5.1.1.1 Estrutura geral do processo de estudo – comprimento no 1º ano	84
5.1.1.2 Identificação de práticas matemáticas – comprimento no 1º ano	85
5.1.1.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – comprimento no 1º ano	86
5.1.1.4 Descrição de interações didáticas – comprimento no 1º ano	88
5.1.1.5 Dimensão normativa do processo de estudo – comprimento no 1º ano	89
5.1.2 Exploração da massa no 1º ano	90
5.1.2.1 Estrutura geral do processo de estudo – massa no 1º ano	93
5.1.2.2 Identificação de práticas matemáticas – massa no 1º ano	94
5.1.2.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – massa no 1º ano	95
5.1.2.4 Descrição de interações didáticas – massa no 1º ano	97
5.1.2.5 Dimensão normativa do processo de estudo – massa no 1º ano	98
5.2 Análise de processos de estudo no 2º ano de escolaridade	99
5.2.1 Exploração do comprimento no 2º ano	99
5.2.1.1 Estrutura geral do processo de estudo – comprimento no 2º ano	102
5.2.1.2 Identificação de práticas matemáticas – comprimento no 2º ano	103
5.2.1.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – comprimento no 2º ano	103
5.2.1.4 Descrição de interações didáticas – comprimento no 2º ano	106
5.2.1.5 Dimensão normativa do processo de estudo – comprimento no 2º ano	106
5.2.2 Exploração da massa no 2º ano	107
5.2.2.1 Estrutura geral do processo de estudo – massa no 2º ano	109
5.2.2.2 Identificação de práticas matemáticas – massa no 2º ano	110
5.2.2.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – massa no 2º ano	111
5.2.2.4 Descrição de interações didáticas – massa no 2º ano	113
5.2.2.5 Dimensão normativa do processo de estudo – massa no 2º ano	113
5.3 Análise de processos de estudo no 3º ano de escolaridade	114
5.3.1 Exploração do comprimento no 3º ano	114
5.3.1.1 Estrutura geral do processo de estudo – comprimento no 3º ano	118
5.3.1.2 Identificação de práticas matemáticas – comprimento no 3º ano	119
5.3.1.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – comprimento no 3º ano	120
5.3.1.4 Descrição de interações didáticas – comprimento no 3º ano	122
5.3.1.5 Dimensão normativa do processo de estudo – comprimento no	

3º ano	123
5.3.2 Exploração do tempo no 3º ano	123
5.3.2.1 Estrutura geral do processo de estudo – tempo no 3º ano	128
5.3.2.2 Identificação de práticas matemáticas – tempo no 3º ano	129
5.3.2.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – tempo no 3º ano	130
5.3.2.4 Descrição de interações didáticas – tempo no 3º ano	131
5.3.2.5 Dimensão normativa do processo de estudo – tempo no 3º ano	132
5.4 Análise de processos de estudo no 4º ano de escolaridade	133
5.4.1 Exploração do comprimento no 4º ano	133
5.4.1.1 Estrutura geral do processo de estudo – comprimento no 4º ano	138
5.4.1.2 Identificação de práticas matemáticas – comprimento no 4º ano	139
5.4.1.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – comprimento no 4º ano	140
5.4.1.4 Descrição de interações didáticas – comprimento no 4º ano	143
5.4.1.5 Dimensão normativa do processo de estudo – comprimento no 4º ano	144
5.4.2 Exploração do tempo no 4º ano	145
5.4.2.1 Estrutura geral do processo de estudo – tempo no 4º ano	148
5.4.2.2 Identificação de práticas matemáticas – tempo no 4º ano	149
5.4.2.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – tempo no 4º ano	150
5.4.2.4 Descrição de interações didáticas – tempo no 4º ano	152
5.4.2.5 Dimensão normativa do processo de estudo – tempo no 4º ano	154
CAPÍTULO 6: SÍNTESE E CONCLUSÕES	155
6.1 Respostas às questões em investigação	155
6.2 Contributos e limitações da investigação	167
6.3 Perspetivas de intervenção futuras	169
6.4 Considerações finais	170
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	175
ANEXOS	185
Anexo I: Pedido de autorização para observação das aulas	187
Anexo II: Guião de apoio à observação de aulas	191
Anexo III: Ficha de trabalho – comprimento no 3º ano de escolaridade	195
Anexo IV: Ficha de trabalho 1 – tempo no 3º ano de escolaridade	201
Anexo V: Ficha de trabalho 2 – tempo no 3º ano de escolaridade	205
Anexo VI: Resumo alargado	209

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1:	Objetos e processos primários	40
Figura 2:	Objetos e processos secundários	42
Figura 3:	Modelo Ontossemiótico do Conhecimento Matemático	45
Figura 4:	Interações didáticas	46
Figura 5:	Critérios de adequação didática	48
Figura 6:	Estrutura global da aula sobre o comprimento no 1º ano de escolaridade	84
Figura 7:	Estrutura global da aula sobre a massa no 1º ano de escolaridade	94
Figura 8:	Estrutura global da aula sobre o comprimento no 2º ano de escolaridade	102
Figura 9:	Estrutura global da aula sobre a massa no 2º ano de escolaridade	110
Figura 10:	Estrutura global da aula sobre o comprimento no 3º ano de escolaridade	119
Figura 11:	Estrutura global da aula sobre o tempo no 3º ano de escolaridade	129
Figura 12:	Estrutura global da aula sobre o comprimento no 4º ano de escolaridade	139
Figura 13:	Estrutura global da aula sobre o tempo no 4º ano de escolaridade	149

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1:	Transcrição do processo de estudo – Comprimento no 1º ano	82
Quadro 2:	Práticas matemáticas identificadas (comprimento – 1º ano)	86
Quadro 3:	Identificação de objetos matemáticos (comprimento – 1º ano)	86
Quadro 4:	Identificação de normas e metanormas (comprimento – 1º ano)	89
Quadro 5:	Transcrição do processo de estudo – Massa no 1º ano	90
Quadro 6:	Práticas matemáticas identificadas (massa – 1º ano)	94
Quadro 7:	Identificação de objetos matemáticos (massa – 1º ano)	95
Quadro 8:	Identificação de normas e metanormas (massa – 1º ano)	98
Quadro 9:	Transcrição do processo de estudo – Comprimento no 2º ano	99
Quadro 10:	Práticas matemáticas identificadas (comprimento – 2º ano)	103
Quadro 11:	Identificação de objetos matemáticos (comprimento – 2º ano)	103
Quadro 12:	Identificação de normas e metanormas (comprimento – 2º ano)	107
Quadro 13:	Transcrição do processo de estudo – Massa no 2º ano	107
Quadro 14:	Práticas matemáticas identificadas (massa – 2º ano)	111
Quadro 15:	Identificação de objetos matemáticos (massa – 2º ano)	111
Quadro 16:	Identificação de normas e metanormas (massa – 2º ano)	114
Quadro 17:	Transcrição do processo de estudo – Comprimento no 3º ano	115
Quadro 18:	Práticas matemáticas identificadas (comprimento – 3º ano)	119
Quadro 19:	Identificação de objetos matemáticos (comprimento – 3º ano)	120
Quadro 20:	Identificação de normas e metanormas (comprimento – 3º ano)	123
Quadro 21:	Transcrição do processo de estudo – Tempo no 3º ano	124
Quadro 22:	Práticas matemáticas identificadas (tempo – 3º ano)	129
Quadro 23:	Identificação de objetos matemáticos (tempo – 3º ano)	130
Quadro 24:	Identificação de normas e metanormas (tempo – 3º ano)	132
Quadro 25:	Transcrição do processo de estudo – Comprimento no 4º ano	133
Quadro 26:	Práticas matemáticas identificadas (comprimento – 4º ano)	140
Quadro 27:	Identificação de objetos matemáticos (comprimento – 4º ano)	140
Quadro 28:	Identificação de normas e metanormas (comprimento – 4º ano)	144
Quadro 29:	Transcrição do processo de estudo – Tempo no 4º ano	145
Quadro 30:	Práticas matemáticas identificadas (tempo – 4º ano)	149
Quadro 31:	Identificação de objetos matemáticos (tempo – 4º ano)	150
Quadro 32:	Identificação de normas e metanormas (tempo – 4º ano)	154

RELAÇÃO DE ABREVIATURAS

APM	Associação de Professores de Matemática
DEB	Departamento da Educação Básica
DGE-MEC	Direção Geral da Educação – Ministério da Educação e Ciência
DGIDC	Direção Geral da Inovação e Desenvolvimento Curricular
EOS	Modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática
JCGM	<i>Bureau International des Poids et Mesures</i>
ME	Ministério da Educação
NCTM	<i>National Council of Teachers of Mathematics</i>

INTRODUÇÃO GERAL

A descrição de práticas da sala de aula e a posterior reflexão sobre as mesmas parecem-nos componentes fundamentais à compreensão dos processos de aprendizagem/ensino da Matemática.

De facto, e não negligenciando a importância de que se revestem as atividades situadas a montante e a jusante desse momento – as que definem finalidades para essa área disciplinar, orientando o respetivo desenvolvimento curricular ou as práticas de avaliação das aprendizagens, por exemplo –, a compreensão e a reflexão sobre práticas letivas afiguram-se como preponderantes na construção de um cenário ilustrativo do desenvolvimento curricular desta disciplina, contribuindo dessa forma para um alargamento do *corpus* de conhecimento no âmbito da Educação Matemática.

O objetivo principal desta investigação centra-se na descrição de práticas escolares de Matemática no 1º Ciclo da Educação Básica, especificamente das que visam o ensino e a aprendizagem das grandezas e processos de medição.

A abrangência e a complexidade que caracterizam o estudo de práticas de sala de aula conduziram a pesquisa de um marco teórico que, no âmbito da Educação Matemática, disponibilizasse ferramentas adequadas para descrever, analisar e interpretar processos desta natureza. O modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (EOS), descrito por exemplo em Godino e Batanero (1998), em Godino (2002) e em Godino, Contreras e Font (2006), afigurou-se adequado a estas exigências.

O estudo empírico consequentemente realizado, de natureza eminentemente descritiva, insere-se num paradigma interpretativo, suportado na análise de segmentos de processos de instrução, integrados em aulas de Matemática do 1º Ciclo da Educação Básica dedicadas à exploração das grandezas e da medida, e referem-se à exploração das grandezas comprimento, massa e tempo.

Este documento está organizado em seis capítulos.

O Capítulo 1 expõe a problemática em investigação e é constituído por duas partes.

Na primeira parte, procede-se à descrição formal dos conceitos de grandeza e de medida, que são alvo também de uma breve perspetiva histórica.

A segunda parte ilustra o panorama em que se insere a temática central desta investigação – práticas de ensino e da aprendizagem de grandezas e medidas na Educação Básica. Para esse efeito, são elencadas as normativas curriculares que definem a sua exploração no 1º Ciclo da Educação Básica, plasmados alguns resultados da avaliação do desempenho obtido por estudantes portugueses nestes temas matemáticos em provas de aferição de âmbito nacional e apresentados contributos emergentes da literatura e da investigação didática subjacentes às explorações dos conceitos de grandeza e de medida em contextos de Educação Básica.

No Capítulo 2 explicita-se o enquadramento epistemológico que sustenta a investigação realizada – o modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (EOS).

Em primeiro lugar, após a identificação dos seus pressupostos, especificam-se as bases concetuais que o configuram e detalham-se as ferramentas que este marco teórico disponibiliza para a compreensão dos processos de aprendizagem e de ensino da Matemática. Nesta especificação são definidos os conceitos de *prática* e *sistemas de práticas* matemáticas, fixada a noção de *objeto* matemático e descrito o que se entende por *significado* pessoal e institucional de um objeto matemático.

Após esta clarificação concetual, segue-se a descrição dos vários níveis de análise propostos pelo EOS para a análise de processos de estudo matemáticos e aprofunda-se a Técnica de Análise Semiótica, constructo fundamental à prossecução dos objetivos estabelecidos para esta pesquisa investigativa. Este capítulo é finalizado com a exposição de contributos da investigação produzida neste marco da investigação em Educação Matemática.

No Capítulo 3 realiza-se a contextualização da investigação desenvolvida.

A partir de perspetivas profissionais e pessoais que sustentam o desenho e a concretização deste projeto, são estabelecidas as linhas orientadoras que o nortearam e são formuladas as questões para as quais esta investigação pretende dar resposta. Conclui-se este capítulo com a exposição de razões de ordem curricular e didática que se afiguraram como legitimadoras da sua consecução.

No Capítulo 4 é apresentado e justificado o paradigma em que se inscreve esta investigação e que subjaz ao desenho metodológico elaborado para o estudo empírico.

Fundamenta-se a opção pela sua inclusão no âmbito de um marco interpretativo de carácter descritivo e por adoptar como *design* o estudo de caso agregado.

Seguidamente são explicitados as técnicas e os procedimentos adotados na recolha de dados para a componente empírica desta pesquisa e caracterizados os seus participantes. Este capítulo é concluído com a descrição das formas eleitas para o tratamento e a análise dos dados recolhidos para efeitos de investigação e para a apresentação dos resultados obtidos, que são apresentados no capítulo seguinte.

No Capítulo 5 são descritos os dados obtidos e apresentados os resultados elaborados, à luz do marco teórico estabelecido como referência para a investigação exposto no segundo capítulo e em consonância com as opções metodológicas explicitadas no quarto capítulo.

Os dados recolhidos nesta investigação são aqui exaustivamente analisados e apresentados com recurso a várias técnicas de representação, dando naturalmente visibilidade aos aspetos eleitos como essenciais à compreensão da problemática em estudo.

Apresentada a transcrição escrita de cada processo de estudo, a organização da sua estrutura global será representada esquematicamente, são elencadas práticas, objetos e processos matemáticos nele identificados, são descritas as principais interações entre os seus intervenientes e explanadas as normas percecionadas como reguladoras da sua implementação.

Finalmente, no Capítulo 6 é sintetizada toda a investigação e são sumarizadas as principais conclusões obtidas, confrontando os resultados obtidos com dados alcançados em trabalhos anteriores, enunciando respostas para as questões em investigação e referindo apertações e limitações do trabalho desenvolvido.

Conclui-se este documento sinalizando algumas pistas emergentes da reflexão consequente da realização deste processo investigativo, sendo sugeridas possibilidades para o futuro tanto na dimensão investigativa como ao nível da intervenção profissional.

CAPÍTULO 1: PROBLEMÁTICA EM INVESTIGAÇÃO

O Homem é a medida de todas as coisas.

Protágoras

Este capítulo pretende apresentar os contornos que revestem a problemática central desta investigação – práticas de ensino e de aprendizagem das grandezas e medida na escolaridade básica.

A abrangência que lhe está inerente impõe que esta abordagem seja composta por duas vertentes distintas mas necessariamente complementares.

Num primeiro momento, e após uma breve visão histórica sobre a evolução dos conceitos de grandeza e de medição, procede-se a uma descrição formal desses conceitos.

Posteriormente ilustra-se o panorama pedagógico e didático em que se insere a temática em estudo.

Para esse efeito, são elencadas as normativas curriculares que definem a sua exploração no 1º Ciclo da Educação Básica, plasmados alguns resultados da avaliação do desempenho obtido por estudantes portugueses nestes temas matemáticos em provas de aferição de âmbito nacional e apresentados contributos emergentes da literatura e da investigação didática subjacentes às explorações dos conceitos de grandeza e de medida em contextos de Educação Básica.

1.1 CONCRETUALIZAÇÃO DAS NOÇÕES DE GRANDEZAS E MEDIDA

A necessidade de quantificação de propriedades de objetos determinou que, durante o seu percurso, as grandezas e os seus processos de medição merecessem particular interesse por sucessivas gerações de pensadores e matemáticos: pela sua importância, na secção seguinte são apontados alguns nomes que não poderão deixar de ser referidos como marcos desse percurso.

1.1.1 BREVE VISÃO HISTÓRICA

Ao longo dos tempos, a exploração de grandezas e a utilização de processos de medição de grandezas têm-se demonstrado atividades humanas da maior relevância em inúmeras situações do quotidiano.

De facto, são hoje conhecidos inúmeros indícios de que medir é simultaneamente uma nossa tradição e necessidade: relembremos, a este propósito, as palavras de Costa e Pamplona:

“É sabido que a necessidade humana de medir coisas é bastante antiga e se olharmos atentamente a história dos vários povos, é possível identificarmos diversas unidades de medida que dependiam da cultura e do meio em que viviam estes povos. Assim, se o eficiente sistema de estradas e a velocidade das tropas romanas inspiraram este povo na criação do *passus* – medida romana para longas distâncias – foi o amor pelos esportes que levou os gregos a criar o *stadion*, medida para longas distâncias que teve sua origem no comprimento de uma pista de corrida” (1999, p. 36).

Consequência da procura de soluções para as necessidades físicas e sociais do Homem, a conjugação de contributos provenientes dos vários ramos da Matemática na Antiguidade – Música, Cosmografia, Aritmética e Geometria – contribuiu para a elaboração de respostas a questões eminentemente práticas.

Até à antiga civilização grega, a cumplicidade entre os números e as formas geométricas era visível nas soluções encontradas para problemas reais, mobilizando tanto aspetos numéricos e operatórios como as várias grandezas, especialmente nos campos geométrico (no comprimento e no volume, por exemplo) e astronómico (tempo, por exemplo).

Nas antigas civilizações egípcia e babilónica, a aritmética não era mais que um conjunto de regras de cálculo aplicáveis na agricultura, na construção e na observação dos astros, entre outros, que possibilitava determinar medições de grandezas de natureza geométrica ou astronómica.

Não obstante a insistência na separação entre teorias numéricas e geométricas por parte da antiga civilização helénica, pode-se afirmar que, desde os seus primórdios, estes dois campos matemáticos se entrelaçam.

Em qualquer medição de uma qualquer grandeza intervêm um procedimento físico específico da grandeza em questão – a aplicação de uma unidade de medida ao objeto a medir, de carácter geométrico e um de contagem do número de aplicações necessárias desse procedimento, emergindo esta última de um cálculo aritmético resultante da comparação da grandeza com a unidade de medida fixada.

Como consequência, e excetuando o domínio dos números complexos, a evolução das teorias numéricas emergiu de necessidades de medição ou da descoberta de propriedades geométricas.

De acordo com Chamorro e Belmonte, teoria de números e medida desenvolveram-se em paralelo, resultando para estes autores “obvio que la construcción de los números racionales como extensión de los enteros es consecuencia de la medición de magnitudes” (1988, p. 127).

Apesar de já considerar a existência de intervalos incomensuráveis originados pela aplicação do teorema de Pitágoras, não cabe à escola helénica a definição e construção do corpo dos números reais.

Para os matemáticos gregos, a medida de um segmento incomensurável não era tratada como um número: para estes matemáticos, os números eram os inteiros e as fracções positivas; as medidas constituíam as relações, que podiam ou não ser números (Radice, 1985).

É a Bombelli, no século XVI, e posteriormente a Descartes que se atribui esta ampliação do campo numérico, dependente mais uma vez da medição de grandezas de carácter contínuo: a nova estrutura numérica satisfaz, mais uma vez, tanto as necessidades de medição como a abstração das grandezas geométricas.

Newton, Cauchy e Cantor, passando por Weierstrass (século XIX) e Dedekind (séculos XIX e XX), incontornáveis expoentes matemáticos e autores de contributos mais recentes centrados na teoria de números e na teoria sobre grandezas, são exemplos mais recentes da cumplicidade e complementaridade ainda existente destes dois campos concetuais, que está também presente no próprio Sistema Internacional de Unidades.

O Sistema Internacional de Unidades (SI) em vigor define sete unidades básicas para as grandezas Comprimento, Massa, Tempo, Intensidade de Corrente Eléctrica, Temperatura Termodinâmica, Intensidade Luminosa e Quantidade de Matéria (JCGM, 2012).

Adotado e generalizado em 1971 – momento em que foi introduzida a unidade para a grandeza Quantidade de Matéria –, o SI é resultado de sucessivas reconfigurações e a sua estruturação espelha, na grande maioria das suas definições, a já atrás referida relação entre números e grandezas, nomeadamente no estabelecimento da relação entre as várias unidades

principais e os seus respetivos múltiplos e submúltiplos, quase sempre relacionados por intermédio de potências de base 10.

Refira-se que num ensaio do século XVI, o matemático belga Simon Stevin propunha já a adoção do princípio de funcionamento do sistema decimal para o sistema de unidades de medida:

“... O uso das décimas é, de longe, “o método mais sensato (adequado) para se dividirem grandes quantidades em pequenas quantidades... E, como tal, seria da maior conveniência que o sistema decimal fosse usado no sistema monetário, bem como no dos pesos e das medidas” (Palhares *et al*, 2004, p.380).

Com os avanços da tecnologia electrónica do século XX, a Medida parece não se resumir a mais do que meras atividades de leitura numérica.

Com a generalização, vulgarização e acesso fácil a múltiplos e atrativos dispositivos tecnológicos, a sua dimensão experiencial é rapidamente substituída por manipulação automática de instrumentos de medição, tornando invisível a sua concetualização histórica e a sua natureza antropológica.

1.1.2 FORMALIZAÇÃO DOS CONCEITOS EMPÍRICOS DE GRANDEZA E DE MEDIDA

Apresenta-se nesta secção uma formalização dos conceitos de grandeza e de medida de uma grandeza, baseada na sistematização proposta por Chamorro e Belmonte (1988).

De acordo com estes autores, a construção do conceito de grandeza partirá necessariamente da definição do conjunto que a vai definir.

Para tal, terá de estabelecer-se uma relação de equivalência que determinará a classificação de objetos de acordo com determinada característica: apresenta-se seguidamente o processo de construção desse conceito.

Seja R uma relação binária definida da seguinte forma:

$$mRn \Leftrightarrow m \text{ e } n \text{ verificam da mesma forma certa característica}$$

Esta relação binária é uma relação de equivalência, uma vez que é simultaneamente reflexiva, simétrica e transitiva.

De facto,

- (i) $mRm, \forall m$
- (ii) $\forall_{m,n}: mRn \Rightarrow nRm$
- (iii) $\forall_{m,n,t}: (mRn \wedge nRt) \Rightarrow mRt.$

A classificação resultante desta relação de equivalência definirá distintas classes de equivalência.

O conjunto inicial será partido em distintos subconjuntos, cada um deles constituído por objetos que verificam da mesma forma a característica em causa, isto é, dentro de cada conjunto todos os elementos são equivalentes no que concerne à característica em causa.

Seja então A o conjunto constituído por todos estes subconjuntos.

Cada elemento de A é um conjunto de objetos a que chamaremos quantidade de grandeza; uma quantidade de grandeza será assim um conjunto de objetos que partilha determinada característica.

É este conjunto de conjuntos que vai definir a grandeza, que, para o ser, poderá ser medida. De facto, no conjunto A, que define um atributo mensurável, pode definir-se uma lei de composição interna, que representaremos pelo símbolo *.

Sejam A_1 e A_2 dois conjuntos de A e m e n dois objetos que verificam $m \in A_1$ e $n \in A_2$. Então, $\exists t \in A: t = m * n$.

O conjunto A, dotado desta lei de composição interna *, constitui um semigrupo comutativo com elemento neutro, atendendo a:

- (i) $\forall_{a,b,c \in A}: a*(b*c) = (a*b)*c$
- (ii) $\forall_{a,b \in A}: a*b = b*a$
- (iii) $\exists e \in A \forall_{a \in A}: a*e = e*a = a$

Pelo seu processo de construção, esta lei de composição interna goza ainda de outras propriedades que permitem definir uma ordem em A:

- (i) $\forall_{a,b,c \in A}: a*c = b*c \Rightarrow a = b$ (lei do corte)
- (ii) $\forall_{a,b \in A} \exists c \in A: a = b*c.$

Assim, sejam a e b dois elementos de A.

Dizemos que $a \leq b$ se existir um elemento c de A que verifique $b = a*c$.

Esta relação é reflexiva, anti-simétrica e transitiva, constituindo então uma relação de ordem:

- (i) $a \leq a, \forall a \in A$
- (ii) $\forall a, b \in A: a \leq b \wedge a \neq b \Rightarrow b \not\leq a$
- (iii) $\forall a, b, c \in A: (a \leq b \wedge b \leq c) \Rightarrow a \leq c$

Acrescente-se que, dadas as propriedades do semigrupo $(A, *)$, a relação de ordem \leq é uma relação de ordem total.

Então, o conjunto A – que define a grandeza – com a lei de composição interna $*$ e com a relação de ordem \leq é um semigrupo comutativo, com elemento neutro e totalmente ordenado, o que nos permite comparar as quantidades de grandeza de dois objetos.

No entanto, apesar de ser já possível determinar se um dado objeto x tem mais quantidade da grandeza que um objeto y , não é ainda possível saber em quanto x excede y . Para tal, será necessário definir o produto de um número real positivo por uma quantidade de grandeza, o que será feito de seguida.

Define-se o produto \cdot de um número natural por uma quantidade de grandeza da seguinte forma:

Seja $a \in A$ e $n \in \mathbb{N}$.

Então $n \cdot a = a * a * a * \dots * a$, n vezes.

Note-se que este produto goza das seguintes propriedades:

- (i) $1 \cdot a = a, \forall a \in A$
- (ii) $(m+n) \cdot a = (m \cdot a) * (n \cdot a), \forall a \in A, m \text{ e } n \in \mathbb{N}$
- (iii) $(m \cdot n) \cdot a = m \cdot (n \cdot a), \forall a \in A, m \text{ e } n \in \mathbb{N}$
- (iv) $m \cdot (a * b) = (m \cdot a) * (m \cdot b) \forall a, b \in A \text{ e } m \in \mathbb{N}$
- (v) Se $a \leq b$ então $n \cdot a \leq n \cdot b \forall a, b \in A \text{ e } n \in \mathbb{N}$

Estenda-se agora esse produto aos números racionais positivos:

Seja $a \text{ e } b \in A$ e $1/n \in \mathbb{Q}$, com $n \neq 0$.

Escrevemos que $(1/n) \cdot b = a$ se $b = n \cdot a$, o que significa dizer que $1/n$ é multiplicável por b se existir um elemento a de A que verifica $b = n \cdot a$.

De uma forma geral, dizemos que $m/n \in \mathbb{Q}^+$ é multiplicável por um elemento b do conjunto A se existir outro elemento a de A que verifica $m \cdot b = n \cdot a$, e então $(m/n) \cdot b = a$.

À semelhança do enunciado para o produto de um número natural por uma quantidade de grandeza, também este produto goza de algumas propriedades:

- (i) $(r+s) \cdot a = (r \cdot a) * (s \cdot a), \forall a \in A, r \text{ e } s \in \mathbb{Q}^+$

- (ii) $(r \cdot s) \cdot a = r \cdot (s \cdot a), \forall a \in A, r \text{ e } s \in \mathbb{Q}^+$
- (iii) $m \cdot (a \cdot b) = (m \cdot a) \cdot (m \cdot b) \forall a, b \in A \text{ e } r \in \mathbb{Q}^+$
- (iv) Se $a \leq b$ então $r \cdot a \leq r \cdot b, \forall a, b \in A \text{ e } r \in \mathbb{Q}^+$

Vejamos então como definir o produto de um número real positivo por uma quantidade de grandeza.

Sejam agora $a \in A$ e r um número real positivo.

Considerem-se os conjuntos S_1 e S_2 , que dividem \mathbb{Q} em dois conjuntos disjuntos, $S_1 = \{q \in \mathbb{Q}^+ : q < r\}$ e $S_2 = \{q \in \mathbb{Q}^+ : r < q\}$, e os conjuntos $A_1 = \{q \cdot a : q \in S_1\}$ e $A_2 = \{q \cdot a : q \in S_2\}$.

Definindo $H = \{b \in A : a_1 < b < a_2, \text{ com } a_1 \in A_1 \text{ e } a_2 \in A_2\}$, este conjunto será constituído pelos elementos do conjunto A que são superiores aos produtos de a por um número racional positivo menor que r e inferiores aos produtos de a por um número racional positivo maior que r .

Assim, se $b \in H$, então $q_1 \cdot a < b < q_2 \cdot a$, donde $q_1 \in S_1$ e $q_2 \in S_2$.

Atendendo à construção anterior, este produto goza das propriedades:

- (i) $(r+s) \cdot a = (r \cdot a) + (s \cdot a), \forall a \in A, r \text{ e } s \in \mathbb{R}^+$
- (ii) $(r \cdot s) \cdot a = r \cdot (s \cdot a), \forall a \in A, r \text{ e } s \in \mathbb{R}^+$
- (iii) $r \cdot (a \cdot b) = (r \cdot a) \cdot (r \cdot b) \forall a, b \in A \text{ e } r \in \mathbb{R}^+$
- (iv) Se $a \leq b$ então $r \cdot a \leq r \cdot b, \forall a, b \in A \text{ e } r \in \mathbb{R}^+$

Então, e uma vez que

- (1) $(A, *, \leq)$ é um semigrupo abeliano ordenado,
- (2) o conjunto dos números reais positivos multiplicáveis por todos os elementos do conjunto A é um semi-anel, e
- (3) o produto de um elemento desse semi-anel por qualquer elemento do conjunto A verifica todas as propriedades atrás enunciadas,

bastará apenas garantir a existência de um elemento de A que, multiplicado por todos os números reais positivos multiplicáveis por todos os elementos de A , gere todo o conjunto A , para estarmos em condições de definir medida e unidade de medida.

Desta forma, cada quantidade de grandeza (medida) poderá sempre ser expressa como o produto de um certo número por outra quantidade (unidade de medida).

Pelo exposto, apresenta-se agora a definição de *grandeza* para, de seguida, se estabelecer os conceitos de *medida* e de *unidade de medida*:

Definição 1: Seja A um conjunto de classes de equivalência onde se definiram uma soma $+$ e uma relação de ordem $<$.

O terno $(A, <, +)$ designa-se por “*grandeza*” se $(A, <, +)$ apresenta a estrutura de monóide comutativo e arqui-mediano.

Afirme-se agora o que se entende por unidade de medida de uma grandeza:

Definição 2: Seja S o conjunto de todos os números reais positivos multiplicáveis por todos os elementos do conjunto A (conjunto das quantidades de uma grandeza) e seja u um elemento desse conjunto.

Designamos esse elemento u de A por “*unidade de medida*” se $\forall_{a \in A} \exists_{r \in S}: r \cdot u = a$.

Definido o conceito de unidade de medida de uma grandeza, emerge a definição de medida de uma grandeza, que poderá ser matematicamente formulada da seguinte forma:

Definição 3: Seja a uma quantidade de grandeza e seja u uma unidade de medida. Chamamos “*medida*” de a em relação a u ao número real r que verifica $r \cdot u = a$, escrevendo então $\text{medida}_u(a) = r$. Assim,

$$\begin{aligned} \text{medida}_u: & \quad A \rightarrow S \\ & \quad a \rightarrow \text{medida}_u(a) = r \end{aligned}$$

A medida constitui então um isomorfismo entre o conjunto A e um subconjunto dos números reais e, por tal, medir significa atribuir um número a uma quantidade de grandeza.

1.2 AS GRANDEZAS E A MEDIDA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

A formalização dos conceitos de grandeza e de medida já apresentada evidencia claramente a necessidade de adaptar o conhecimento que integra o seu *corpus* matemático às capacidades cognitivas características dos alunos a quem serão apresentados.

Esta adaptação do *saber sábio* em *saber a ensinar* – que Chevallard designou por transposição didáctica (1997,1999) – é uma das mais importantes atribuições da comunidade de educadores de matemática, assumindo ainda maior relevância para os que lidam com alunos dos primeiros anos da educação básica.

Para essa adaptação concorrem certamente as determinações curriculares emanadas pelos sistemas educativos e a produção provenientes da investigação didáctica, e deverão ser tidos em consideração os desempenhos manifestados pelos alunos sobre as aprendizagens efetuadas.

1.2.1 FINALIDADES, OBJETIVOS CURRICULARES E DESEMPENHO DOS ESTUDANTES

Nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar podemos ler o seguinte:

“O estudo da medida é importante no currículo de matemática, do pré-escolar ao ensino secundário, devido à aplicação prática e à abundância de situações que envolvem a medida em vários aspectos da vida quotidiana”
(*National Council of Teachers of Mathematics*, 2007, p. 48).

Compreender o que é uma grandeza e tornar-se apto na utilização de unidades e processos adequados à medição de grandezas constituem aspectos fundamentais da Normas para a Medida.

Para o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), a Medida deverá estar presente nos programas de ensino para os 3º- 8ºanos de escolaridade de forma que os alunos:

- a) Compreendam os atributos mensuráveis dos objetos e as unidades, sistemas e processos de medição.

De uma forma mais explícita, isto significa que os alunos deverão compreender o significado de comprimento, de área de uma superfície, de peso e de volume de um corpo, e de amplitude de um ângulo e saber escolher unidades adequadas à sua medição.

Além disso, deverão ter consciência das vantagens da utilização de unidades convencionais, nomeadamente as definidas no sistema métrico, e compreender as relações existentes entre as unidades de um mesmo sistema, efectuando conversões simples entre estas.

Por outro lado, deverão compreender que uma medição é uma aproximação e explorar que grandezas serão alteradas quando se introduzem modificações em figuras bidimensionais.

- b) Apliquem técnicas, ferramentas e fórmulas adequadas para determinar medidas.

Para a concretização deste objetivo, os alunos deverão saber seleccionar e aplicar instrumentos adequados às medições de comprimento, área, volume, peso, tempo, temperatura

e amplitude de ângulos, utilizando unidades convencionais e com um grau de rigor previamente determinado.

O desenvolvimento de estratégias de estimação de perímetros, áreas e volumes de formas irregulares e a selecção e definição de referências para estimação deverão ser atividades realizadas frequentemente.

Além disso, deverão ser construídas e aplicadas fórmulas de cálculo simples para determinação do perímetro de círculos, de áreas de triângulos, de quadriláteros e de círculos, assim como exploradas estratégias que permitam o cálculo de áreas de figuras mais complexas. Acrescente-se ainda a importância do desenvolvimento de estratégias para a determinação de volumes de certos prismas, pirâmides e cilindros.

A utilização de escalas, razões e proporções deverão igualmente fazer parte dos problemas propostos aos alunos, que poderão também envolver a determinação de taxas e de medida de grandezas derivadas, como a velocidade e a densidade.

No contexto português, e recordando o Perfil Específico de Desempenho Profissional do Professor do 1º Ciclo do Ensino Básico, e no âmbito da educação em Matemática, este docente “ (...) promove nos alunos a aprendizagem dos conceitos, das técnicas e dos processos matemáticos implicados no currículo do 1º ciclo” (Decreto-Lei nº 241/2001).

Segundo as Competências Essenciais definidas para a Matemática do Ensino Básico, a abordagem de grandezas e da medida deverá privilegiar “a compreensão dos conceitos de comprimento e perímetro, área, volume e amplitude, assim como a aptidão para utilizar conhecimentos sobre estes conceitos na resolução e formulação de problemas” e desenvolver “a aptidão para efectuar medições e estimativas em situações diversas, bem como a compreensão do sistema internacional de unidades” (DEB, 1999, p. 62).

Especificamente para 1º Ciclo da escolaridade básica, “a compreensão do processo de medição e a aptidão para fazer medições e estimativas em situações diversas do quotidiano, utilizando instrumentos apropriados” (DEB, 1999, p. 63) são apontados como aspectos essenciais.

De acordo com o definido no atual Programa e Metas Curriculares para a Matemática do Ensino Básico, são três as finalidades para o ensino desta disciplina:

- A estruturação do pensamento, entendendo o trabalho matemático como contributo essencial para “alicerçar a capacidade de elaborar análises objetivas, coerentes e comunicáveis” (Bívar *et al*, 2013, p. 2);
- A análise do mundo natural, porque “indispensável a uma compreensão adequada de grande parte dos fenómenos do mundo que nos rodeia” (Bívar *et al*, 2013, p.3);
- A interpretação da sociedade, pois “o método matemático constitui-se como um instrumento de eleição para a análise e compreensão do funcionamento da sociedade” (Bívar *et al*, 2013, p.3).

O mesmo documento estabelece que, “a partir do nível mais elementar de escolaridade” e até ao fim do 3º ciclo da escolaridade básica, esta disciplina deverá contribuir

“para a aquisição de conhecimentos de factos e de procedimentos, para a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático, para uma comunicação (oral e escrita) adequada à Matemática, para a resolução de problemas em diversos contextos e para uma visão da Matemática como um todo articulado e coerente.” (Bívar *et al*, 2013, p. 4)

A partir destes objetivos gerais definidos transversalmente para o 1º, 2º e 3º Ciclos da Educação Básica – o conhecimento de factos e de procedimentos, o raciocínio matemático, a comunicação matemática, a resolução de problemas e o entendimento da Matemática como um todo coerente –, são especificados 3 domínios de conteúdos para o 1º Ciclo: *Números e Operações, Geometria e Medida e Organização e Tratamento de Dados*.

No que à *Medida* diz respeito, os objetivos específicos estabelecidos para este ciclo de escolaridade prevêm a exploração de distância e do comprimento, da área, do tempo, dinheiro, da massa, do volume e da capacidade.

As metas curriculares definidas para as aprendizagens das grandezas em estudo nesta investigação – comprimento, massa e tempo – visam:

- a comparação de diferentes quantidades da mesma grandeza;
- a utilização de unidades de medida não convencionais;
- a realização de medições com instrumentos adequados;
- a utilização de unidades de medida do sistema métrico;
- a conversão de medidas (no âmbito do sistema métrico e do sistema horário);

- a resolução de problemas relacionando medidas da mesma ou de diferentes grandezas (Bivar *et al*, 2013).

Conclui-se esta parte da exposição apresentando informações que, de alguma forma, poderão contribuir para a caracterização do desempenho escolar de crianças no final do 1º Ciclo da escolaridade básica.

No final do século XX e referindo-se às explorações das grandezas e processos de medição no contexto português, Ponte, Matos e Abrantes salientavam que “os resultados obtidos pelos alunos portugueses em estudos internacionais sugerem que tem existido uma ênfase exagerada nos aspectos de cálculo aritmético nos primeiros anos” (1998, p. 171).

Em 2001, foram implementadas as Provas de Aferição das aprendizagens efectuadas na Língua Portuguesa e na Matemática por todos os alunos que, em cada ano letivo, terminam o 1º Ciclo da Educação Básica.

No ano letivo 2011/2012, esta Prova de Aferição foi substituída pela Prova Final, destinado à monitorização e avaliação dos progressos na aprendizagem em Português e em Matemática de todos os alunos que frequentam o último ano deste ciclo da escolaridade básica.

Nas Provas de Aferição de Matemática, os alunos respondiam a itens integrados em quatro áreas temáticas – Números e Cálculo, Geometria e Medida, Estatística e Probabilidades e Álgebra e Funções – sendo avaliados distintos aspectos da competência matemática: o conhecimento e a compreensão de conceitos e de procedimentos matemáticos, e as capacidades de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemática.

A leitura dos últimos Relatórios Nacionais produzidos pelo Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério de Educação (GAVE) sobre as competências manifestadas nas provas de aferição pelos alunos no final do 1º Ciclo para a área temática da Medida permite algumas constatações.

Os itens em que os alunos tradicionalmente revelam melhor desempenho destinam-se à avaliação de conceitos e procedimentos, apresentando em 2008 uma taxa de sucesso superior a 70%, subindo esse valor para 80% na prova de 2009 (GAVE, 2009; GAVE, 2010).

Os itens de resolução de problemas são os que apresentam mais baixo desempenho, sendo apenas 38% a percentagem de alunos que chegou à solução correcta do problema proposto na prova de 2009 (GAVE, 2009).

Na prova realizada em 2008, foi em um item considerado de raciocínio matemático, que requeria a elaboração de uma sequência de raciocínios para o estabelecimento de relações entre medidas, que se verificou a maior percentagem de respostas consideradas totalmente erradas: cerca de 45% dos alunos não resolveram correctamente a proposta apresentada; no entanto, nesta mesma prova, 85% dos alunos indicou correctamente o valor em uma escala de um instrumento de medida de massa (GAVE, 2008).

Refira-se que, relativamente à prova de aferição realizada em 2010, o item em que os alunos apresentaram melhor desempenho na área das Medidas destinava-se à avaliação do raciocínio matemático e um dos itens com piores resultados envolvia a compreensão de conceitos e procedimentos associados à determinação da área de um quadrado (GAVE, 2010).

As respostas de cerca de um terço dos alunos que realizou a prova em 2011 a um problema envolvendo dinheiro (cuja resolução implicava leitura e interpretação de uma tabela e definição de uma estratégia que permitisse chegar a uma solução, respeitando três condições) indiciam uma completa incompreensão do problema, e cerca de 13% dos alunos revelam apenas compreensão parcial (GAVE, 2011).

Em 2012, o melhor desempenho nos itens sobre Medida verificou-se numa situação de comparação de massas (dois terços dos alunos com respostas totalmente corretas).

Uma vez mais, a resolução de problemas foi (juntamente com os de comunicação matemática,) um dos itens sobre Medida em que os alunos revelaram pior desempenho – apenas 12% dos alunos aplicou uma estratégia adequada que atendesse às condições apresentadas no enunciado sobre área e perímetro e apresentou uma solução correta para as dimensões de um retângulo que respeitasse essas condições (GAVE, 2012).

Nas Provas Finais do 1.º Ciclo aplicadas no ano letivo 12/13 ao universo dos alunos do 4º ano de escolaridade das escolas públicas e dos estabelecimentos de ensino particular e cooperativo, cerca de 64% obtiveram classificação positiva na prova de Matemática, constatando-se que o número de provas com nível 2 é sensivelmente idêntico ao número de provas com nível 3 (32% das provas), sendo que, nesta disciplina, o número de provas com nível 4 – 27% das provas – é considerado muito significativo. (Santos, 2013).

Em 2014, 64% dos alunos obtiveram classificação positiva na prova de Matemática, constatando-se que o número de provas com nível 2 é sensivelmente idêntico ao número de provas com nível 3 – 32 e 33%, respetivamente (Santos, 2014).

As recomendações produzidas por estas estruturas institucionais e vertidas nestes relatórios apontam para a necessidade de reforço da exploração de situações problemáticas contextualizadas, que promovam, na sala de aula, a comunicação e a discussão das suas estratégias de resolução utilizando vocabulário e linguagem adequados e a análise crítica dos resultados obtidos nessas experiências matemáticas.

São igualmente apontadas como desejáveis práticas compreensivas de conceitos e de procedimentos, indicadas como essenciais à compreensão e ao estabelecimento de conexões intraconceituais.

1.2.2 A ABORDAGEM DAS GRANDEZAS E DA MEDIDA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Sobre as explorações da Medida em contextos de escolaridade básica, Chamorro assinala:

“el saber sabio correspondiente a la medida de magnitudes forma parte del análisis funcional, la teoría de la medida, sin embargo, el saber enseñado en la educación elemental dista mucho, epistemológicamente hablando, de tales conceptos, se enseña una parte muy mínima de ellos, y después de haber sufrido un gran número de reducciones” (2003a, p. 83).

De facto, no desenvolvimento curricular deste tópico matemático na Educação Básica é raramente visível a sua concetualização formal.

Tal ausência pode atribuir-se à complexidade que lhe está inerente e, por consequência, a fenómenos de transposição didática determinados pelo conhecimento que a investigação tem produzido, de forma concomitante, sobre processos de desenvolvimento cognitivo da criança e relativos a práticas escolares sobre estes temas matemáticos em contextos de Educação Básica.

1.2.2.1 Evolução de construção de noções de grandeza e de medida

Uma parte muito significativa da investigação sobre a compreensão do conceito de medida é sustentada nas aportações de Jean Piaget (Leher, 2003), que ainda hoje constituem contributos de inegável importância na compreensão dos processos de desenvolvimento cognitivo da criança.

As análises de Piaget sugeriram que as concepções sobre medida não se formam de forma isolada mas, pelo contrário, consistem numa rede de conhecimentos interligados que precedem a construção e coordenação de tais concepções.

Para este autor, a coordenação entre ações e operações é um processo gradual e em é que possível identificar três etapas distintas.

A primeira etapa, que designou por etapa sensoriomotora, caracteriza-se pela ação direta sobre a realidade: o conhecimento vai sendo elaborado pela criança com base em constatações provenientes das experiências vivenciadas e que são apreendidas pelos seus diversos sentidos.

Nesta etapa, a manipulação dos objetos permite que a criança descubra as características que possuem e as impressões que deles vai recebendo constituem o seu “marco de referência” (Castro Martínez, Olmo e Castro Martínez, 2002, p.58) para comparações com propriedades dos restantes objetos que entretanto vai descobrindo.

Na etapa pré-operatória que lhe sucede, as constatações de natureza sensoriooperativa vão progressivamente sendo substituídas pelo estabelecimento de relações entre a ação e as suas consequências.

Neste período, a quantificação das grandezas está relacionada com esquemas ainda não operatórios, realizando-se por aplicação de esquemas perceptivos e caracterizando-se pela ausência de noções relacionadas com a conservação de quantidades, quer as de natureza discreta como as de carácter contínuo.

Tal como acontece para a construção do conceito de número, entre as principais aquisições que irão permitir a construção da noção de grandeza encontram-se tanto a invariância (ou conservação) das quantidades como a seriação, ambas dependentes da reversibilidade (Pires, 1983). Este paralelismo entre número e grandeza é matematicamente compreensível, atendendo que as atividades de contagem e de medição baseiam-se no número natural, no caso das grandezas discretas, e no número real, no caso da medição de grandezas contínuas.

De acordo com Piaget, só por volta dos 6-7 anos aparecem as primeiras operações concretas como ações interiorizadas, tornadas reversíveis, organizadas estruturalmente e que possibilitam uma apropriação coerente da realidade. Nesta última etapa – a operatória

concreta – a criança manifesta a capacidade de interpretação lógica das ações a partir dos resultados que estas produzem.

Em todos os trabalhos piagetianos específicos sobre medida (Piaget, Inhelder e Szeminska, 1960; Piaget, 1969; Piaget e Inhelder, 1974) emergem duas noções fundamentais: conservação e transitividade (Dickson, 1991).

Por *conservação* entende-se a capacidade de compreensão que a quantidade de substância ou o número de objetos de um conjunto mantém-se constante qualquer que seja a sua disposição espacial.

Estabelece-se que uma relação R é *transitiva* se, dados três quaisquer objetos x , y e z , e se x estiver relacionado por intermédio de R com y e este, por sua vez, estiver relacionado por intermédio de R objeto z , então x se encontrar relacionado com z também por intermédio da relação R .

No desenvolvimento do conceito de medida, Piaget propõe três estados evolutivos: estado da comparação direta perceptiva, estado de deslocação de objetos e estado de aplicação da transitividade.

No estado de comparação perceptiva direta, a comparação processa-se diretamente nos objetos sem recurso a qualquer medida comum e sem que seja efetuado qualquer deslocamento.

Na fase inicial deste estado a estimativa é totalmente direta e numa fase posterior a estimativa é mais analítica, uma vez que o transporte visual é complementado com um transporte corporal/manual, passando-se portanto de uma forma primitiva de medição a formas mais próximas do que é efetivamente medir.

Na primeira fase, dados dois objetos com comprimentos distintos, a criança avaliará qual é o maior recorrendo apenas à visão e na segunda fase utilizará partes do seu corpo (mãos, por exemplo) para efetuar essa avaliação, transportando essas mesmas partes de um objeto para o outro.

O estado de deslocação de objetos compreende também duas fases distintas.

Na primeira fase a criança realiza transporte manual, aproximando os objetos que deseja medir.

Na segunda fase, recorre a um termo intermédio de comparação, mas que não é ainda nem uma medida comum nem de natureza independente da natureza dos objetos que está a medir.

Na primeira fase, e na mesma situação de determinar qual o maior de dois objetos, a criança aproxima os dois fios para verificar qual deles é o mais comprido; na segunda fase, mobiliza termos intermediários nessa comparação, utilizando por exemplo um lápis que vai deslocando de um fio para o outro até chegar a uma conclusão.

No estado de aplicação de transitividade a criança serve-se da propriedade transitiva da relação de igualdade, introduzindo um termo operatório intermédio na medição.

Com esta estratégia, a criança tenta obter um termo de comparação adequado e não dependente da natureza dos objetos que quer medir e, quando tal acontece, constata que a exactidão da medição depende do comprimento desse termo intermédio (associando maior exactidão a objeto de menor comprimento); na situação atrás descrita, utiliza por exemplo um clip como termo de comparação comum aos fios.

As sucessivas investigações produzidas por Piaget revelaram que esta aquisição é característica para as grandezas comprimento, massa e capacidade em crianças de idades compreendidas entre os 6 e os 8 anos, para a superfície e o tempo entre os 7, 8 anos e para o volume e amplitude não antes dos 10 anos de idade.

Ponte e Serrazina (2000) identificam 5 fases na aquisição do conceito de unidade de medida: ausência de unidade de medida, unidade ligada a um objeto, unidade ligada a uma situação, unidade figural e unidade de medida propriamente dita.

Na fase de ausência de unidade de medida, a criança é capaz de comparar diretamente dois objetos mas que não consegue estender a comparação a situações que envolvam um número superior de objetos.

Na fase de unidade ligada a um objeto, se a criança dispuser de vários objetos intermédios para efetuar uma medição, serve-se mais facilmente daquele objeto cujas características físicas (forma e tamanho, por exemplo) mais se aproxime das características do objeto que pretende medir.

Na fase de unidade ligada a uma situação, a unidade depende fortemente do objecto a medir, podendo mudar de um objecto para outro, desde que se realize as respectivas medições e se conserve uma relação.

Ainda fortemente relacionada com o objeto a medir, se a criança pretender medir a quantidade de grandeza em dois objetos em que esta está presente de forma significativamente maior num do que no outro, e se para tal dispuser de duas unidades de medida razoavelmente distintas, ela tenderá a utilizar a unidade de medida menor na medição do objeto em que a grandeza se manifesta de forma mais intensa, parecendo assim privilegiar a ordem de grandeza desses objetos em detrimento das suas formas.

Na fase figural, a unidade a construir e o objecto a medir vão perdendo relação, observando-se no entanto uma certa tendência em medir objectos grandes com unidades de medida maiores e objetos pequenos com unidades de medida.

Na fase de unidade propriamente dita, a criança entende a unidade de medida com total independência da figura ou do objeto que se propõe medir, concebendo-a de forma interfigural e como adequada para a medição da grandeza em questão para todas as figuras ou objetos.

Neste momento, utiliza o número como resultado da medida, tendo progredido assim de uma concepção inicial de unidade de medida totalmente vinculada ao objeto que pretende medir (intraobjeto) a uma concepção de unidade de medida completamente desvinculada desse objeto (interobjeto).

1.2.2.2 Perspetivas e contributos da investigação

Chamorro e Belmonte (1988) sistematizam a exploração de grandezas e da medida propondo as seguintes quatro fases:

- i. consideração e percepção de uma grandeza como propriedade de conjuntos de objetos, isolando-a de outras propriedades que possuem;
- ii. conservação da grandeza, que pressupõe a consciencialização que a modificação da posição ou forma de um objeto não altera a grandeza;
- iii. ordenação de objetos de acordo com uma dada grandeza;
- iv. estabelecimento de uma relação entre grandeza e número, estando reunidas as condições para efectuar medições.

Assim, as primeiras aprendizagens sobre grandezas deverão estar direccionadas para o reconhecimento da existência de diferentes atributos, que ocorrem com maior ou menor intensidade em vários objetos; como resultado dessa comparação emergirá a percepção de que se poderão identificar classes de objetos equivalentes.

Como referimos anteriormente, a abordagem do conceito de grandeza não está sequer prevista nas orientações normativas para a Educação Básica.

Se é verdade que a sua complexa formulação concetual requer um elevado nível de conhecimento matemático ainda não construído pelos alunos destas faixas etárias (cf. Definição 1), é também um facto que, e provavelmente como sua consequência, se assiste, segundo Chamorro (2003b), a uma ausência de trabalho sistemático sobre a quantidade de uma grandeza, isto é, sobre a relação de equivalência que permite aos estudantes a adopção de critérios que lhes permitam decidir da equivalência de dois comprimentos, de dois volumes, em suma, de duas quaisquer grandezas.

Para Belmonte (2005), esta ausência pode estar na origem de eventuais erros dos alunos: para este autor, o recurso precoce à comparação de resultados obtidos em medições traduz-se num empobrecimento na elaboração do conceito de grandeza, que contribui para dois tipos de erros – utilização incorreta dos sentidos (servindo-se de percepções sensoriais que não deveriam ser invocadas) e confusão entre distintas grandezas (por definir de forma incorreta os atributos que as tornam específicas).

Se centrarmos a análise nas propostas de tarefas apresentadas pelos manuais escolares, verificamos que a determinação da equivalência de objetos quanto a uma grandeza é habitualmente efetuada recorrendo à sua medida, traduzindo-se por isso em processos de comparação e ordenação de números e não de quantidades de grandeza (Chamorro, 2001).

Essa mesma análise mostrou que, na generalidade dos livros escolares, a definição das várias grandezas ou é evitada, ou não é apresentada com o carácter genérico que se impõe a uma definição mas sim efectuada com recurso a casos particulares, não sendo contemplada a estrutura matemática da grandeza.

Esta autora refere ainda a ausência de exercícios ou explicações sobre a conservação das grandezas, aspecto considerado fundamental à construção de conhecimento sobre grandezas e medidas.

A compreensão do processo de medição, por sua vez, deve ser promovida nos primeiros anos da educação básica mediante a realização de experiências de comparação e de utilização de medições:

“El objetivo de esta materia ya no es tanto que el alumno conozca unas reglas como que explore, experimente, haga preguntas y conjeturas. En definitiva, que razone” (Chamoso *et al*, 2004, p. 47).

Essas experiências deverão ser efetuadas pelas crianças pelo contacto e através da manipulação de diversos objetos de forma a neles reconhecerem a existência de diferentes atributos, nomeadamente os que são mensuráveis.

A utilização de objetos do quotidiano e o recurso a situações do dia-a-dia dos alunos e que “deben de ser la prolongación natural de experiencias anteriores” (Castro Martínez, Olmo e Castro Martínez, 2002, p.103), permitem, por exemplo, o estabelecimento de limites, a procura e utilização de padrões e a quantificação de tamanhos, distâncias e tempos.

Assim, as primeiras propostas de atividades de medição deverão basear-se na comparação de objetos e concretizar-se em atividades de composição, de decomposição e de classificação de objetos.

Tais comparações deverão acontecer primeiro de forma directa e posteriormente indirecta; a comparação indirecta deverá iniciar-se com a introdução de um terceiro objeto, visando uma prática posterior da propriedade transitiva, e a sua progressão deverá acontecer com auxílio de sistemas de elementos intermédios, desejavelmente do tipo não estruturado.

Os contactos iniciais com unidades de medida deverão acontecer com unidades de medida não *standardizadas* (Heuvel-Panhuizen e Buys, 2005), podendo a criança servir-se das suas próprias referências corporais, como a palma da mão e o pé, por exemplo¹.

No entanto, recuperamos de Alsina (1996) a complexidade acrescida inerente à medição do tempo, em que não podemos aplicar o mesmo tipo de procedimentos aplicáveis à medição de outras grandezas, que se traduz numa maior dificuldade de comparação direta ou indireta e numa maior urgência em utilizar mais precocemente as unidades de medida *standardizadas*.

¹ Excetua-se desta metodologia a exploração da grandeza tempo, cuja medição será sempre realizada de forma indireta, dada a sua impossibilidade de materialização em objetos.

Para que o aluno se aperceba que o valor da medida depende da unidade escolhida e que essa unidade deverá ser escolhida e/ou definida para cada situação concreta, deverão ser utilizadas diferentes unidades para uma mesma medição.

A pouca adequação ou variabilidade que as distintas realizações deverão evidenciar poderão fazer emergir a necessidade de utilização de unidades convencionadas, pelo seu carácter exacto e universal.

A aplicação sucessiva e repetida de uma unidade padrão pressupõe que a criança tenha interiorizado a noção de que o todo é constituído por partes, que essas partes podem ser iguais e que com a aplicação de uma parte sobre as outras se poderá reconstituir o todo, iniciando-se desse forma a construção de um sistema de medida.

Compreender a necessidade de utilizarmos sistemas de unidades é, do ponto de vista didáctico, complexo; no entanto, e no que respeita ao Sistema Métrico Decimal, existe alguma tendência em considerar que os alunos o interiorizam de forma natural, atendendo à sua forte presença nas atividades do quotidiano.

Além disso, o estabelecimento de relações correctas entre as diferentes unidades de um mesmo sistema é mesmo vezes entendido como sinónimo da sua correcta utilização, o que não corresponde necessariamente à realidade.

Chamorro refere em (2003b) a necessidade de recurso a atividades de manipulação, tanto no marco aritmético como no geométrico, para que seja possível assegurar a compreensão e descoberta das relações existentes entre unidades.

Por outro lado, as atividades envolvendo medições deverão fazer com que o aluno seja progressivamente mais capaz de seleccionar, de maneira adequada e autónoma, os instrumentos de medida em função da grandeza a avaliar, seja capaz de realizar correctamente esse processo e de indicar o resultado dessa experimentação.

A construção de instrumentos simples de medida poderá igualmente constituir um momento bastante significativo na aprendizagem de medições: esses instrumentos deverão estar adaptados aos objetos que serão alvo de medição e deverão ser adequados à medição da grandeza em causa.

No entanto, e dado o carácter utilitário destes conteúdos, deverá privilegiar-se, em simultâneo, o uso de instrumentos utilizados na vida quotidiana – régua, balanças, relógios,

calendários, por exemplo –, propiciando oportunidades de articulação com vivências e necessidades do dia-a-dia do aluno, que oferecem muitas oportunidades de aplicação da medida tanto de forma espontânea como criativa (Tucker, 2014).

Nas últimas décadas, os estudos sobre o desenvolvimento do sentido de medição (Leher, Jenkins e Osana, 1998; Leher, 2003; Rosa, 2009) avançam com oito constituintes determinantes à coordenação e consolidação progressiva desse desenvolvimento:

1. Relação unidade-atributo – relativa à correspondência que deve ser estabelecida entre o atributo a medir e as unidades que servirão para esse feito. A seleção de uma unidade adequada pressupõe a conexão apropriada entre as entidades ou objetos a medir e as ferramentas disponíveis para a realização dessa medição.
2. Iteração – refere-se à acumulação de unidades de medida para a obtenção de uma quantidade, o que implica a sua reutilização. A repetição de uma unidade de medida implica que seja entendido tanto que uma grandeza pode ser subdividida como que as suas subdivisões podem ser acumuladas e, se necessário, reorganizadas para a determinação do valor dessa grandeza.
3. *Tiling* – diz respeito ao preenchimento total de espaços com figuras. A utilização de subfiguras deve resultar na reconstituição completa do objeto que se pretende medir, sem exclusão de nenhuma das suas partes.
4. Unidades idênticas – o processo de contagem de unidades idênticas produz de imediato o resultado da medição mas a utilização simultânea de unidades distintas deve ser explicitada no resultado final.
5. Standardização – diz respeito às convenções estabelecidas para a utilização das unidades na comunicação de valores de medição
6. Proporcionalidade – a utilização de unidades diferentes na medição de uma mesma grandeza pressupõe a consciencialização de que diferentes valores podem representar a mesma medida da grandeza em causa e da proporcionalidade inversa entre o tamanho da unidade de medida e o valor da medição.
7. Aditividade – as unidades podem ser compostas e decompostas de forma que a grandeza total é equivalente à soma das grandezas de qualquer conjunto arbitrário de objetos em que se dividiu o objeto inicial.

8. Origem – determinante nas situações em que a medição é realizada com recurso a uma escala. Em escalas regulares, qualquer localização da escala pode servir como origem para a medição da grandeza.

Apesar de constituir um tema incluído em todos os *currícula* escolares de Matemática, nas abordagens escolares envolvendo processos de medição persistem desvios e erros sistemáticos, já sinalizados por Brosseau (2000) e Belmonte *et al* (2000):

- Desvios associados ao sistema numérico – consequência da utilização exclusiva de números inteiros, que frequentemente não permitem distinguir quantidades diferentes da mesma grandeza, e mesmo no uso de números racionais em representação decimal, pela limitação de dígitos na componente decimal;
- Erros associados aos procedimentos de cálculo, como nos arredondamentos;
- Imprecisões introduzidas pela pouca precisão ou fiabilidade dos instrumentos de medida;
- Imprecisões ligadas à instabilidade do objeto a medir ou das condições de medida (caso de envergaduras ou objetos esféricos, por exemplo);
- Erros provenientes de resultados impossíveis de obter em procedimentos ou cálculos.

Na exploração dos conceitos de grandeza e/ou medida, Aires e Campos (2011) apontam não só as dificuldades mais frequentemente detectadas nas práticas desta temática como também referem os erros mais comuns cometidos pelos alunos nas suas atividades.

O não reconhecimento de uma relação de proporcionalidade inversa entre unidade de medida e valor da grandeza a medir acontece com muita frequência e é recorrente a confusão entre os conceitos de perímetro e área (e também entre área e volume); o uso excessivo de valores inteiros nas situações exploradas é apontado como um dos motivos que leva os alunos a assumir apenas os números inteiros como medidas exactas, e a utilização de dados irrealistas em enunciados apresentados aos alunos poderão dificultar quer atividades de estimação, quer mesmo o seu espírito crítico (Aires e Campos, 2011).

Para as mesmas autoras, uma inadequada análise sensorial (estimar um grandeza através do recurso a um sentido errado) poderá, em certos casos, justificar a selecção incorrecta do instrumento de medição a utilizar em cada situação, apontando ainda a baixa

utilização de diferentes instrumentos de medição em situações variadas como causa para a manipulação incorrecta dos mesmos e, conseqüentemente, para a obtenção de valores de medições errados (Aires e Campos, 2011).

No que concerne especificamente à grandeza comprimento, as primeiras aprendizagens referem-se à comparação direta de objetos (Lindquist, 1989) e à utilização de unidades concretas (cordas, tiras de papel) para determinar o comprimento de objetos diferentes, que permitem associar objetos maiores a contagens superiores (Hiebert, 1981).

Num estudo desenvolvido com alunos portugueses de 9 anos, concluiu-se que apenas 21% dos alunos conseguia medir correctamente um comprimento quando a origem da escala não coincidia com o extremo da régua e, mesmo com auxílio do professor, um terço manifestava ainda insucesso nessa atividade (Ramalho e Correia, 1994), revelando assim, como apontado por Chamorro, desconhecimento do funcionamento dos instrumentos de medida; esta autora reclama, por isso, a necessidade de se realizarem aprendizagens sistemáticas da utilização dos instrumentos de medição mais comuns (Chamorro, 1995, 2001).

Por sua vez, Castle e Needham (2007) verificaram que, para alguns alunos, medir não é significativamente diferente de contar, não fazendo a distinção entre unidades diferentes na mesma contagem e constatando também que na ausência de unidades ‘suficientes’, terminam a medição sem que esta esteja totalmente finalizada.

A caracterização das práticas letivas na exploração das grandezas e das medidas no 1º Ciclo da Educação Básica apresentada em Nogueira (2004) revelou que os professores que participaram neste estudo privilegiam as atividades de observação, comparação e ordenação de objetos e/ou de espaços existentes nas salas de aula ou na escola para a introdução da grandeza comprimento.

De acordo com os resultados descritos por Nogueira sobre práticas de ensino relativas à medição do comprimento, existe uma clara prevalência na “proposta de atividades de medição utilizando unidades de medida não *standard* como palmo da mão e do pé, lápis e palhinhas” (2004, p. 30) por parte dos professores de alunos no 1º ano de escolaridade, tendência que se mantém nos dados relativos ao 2º ano de escolaridade.

No que respeita à construção e utilização de instrumentos de medição nas atividades desenvolvidas em sala de aula constatou-se a utilização frequente da régua e do metro articulado (este último, por vezes construído pelos próprios alunos) nas atividades de medição

de comprimentos no 3º ano de escolaridade, sendo a utilização destes instrumentos referida pela totalidade dos professores do 4º ano de escolaridade.

A incorporação de sistemas de representação e notação relativa à medida nas experiências de aprendizagem dos alunos é apontada por Greeno e Hall (1997) como potenciadora da compreensão e aprendizagem da medida.

A esse respeito, Leher (2003) sublinha que a utilização de utensílios tecnológicos, (mediando a associação unidade/repetição de unidades) contribui para a reestruturação mental da unidade, que o registo e representação simbólica de unidades antropomórficas utilizadas na medição de comprimentos ajudam os alunos a compreendê-las como unidades de medida, e que as oportunidades de divisão sucessiva de unidades (para que os alunos entendam a partição da unidade) favorecem igualmente aprendizagens no campo operatório das fracções.

As noções de massa e peso parecem de difícil distinção em idades precoces, sendo a primeira praticamente abandonada e mobilizada apenas a segunda.

Peso e massa, no entanto, não são o mesmo. O peso é a força exercida pela gravidade de um objeto sobre a sua massa, que é a sua quantidade de matéria. No entanto, como corpos de massa igual têm o mesmo peso no mesmo local, em contextos de escolaridade básica estes termos são empregues indistintamente.

Dickson (1991) refere mesmo um estudo realizado com crianças de 11 anos e em que, quando lhes foi apresentada uma massa de 20g e pedida a sua designação, nenhuma empregou a palavra massa.

Nas aprendizagens iniciais, a noção de massa/peso é associada à propriedade peso, com referência às relações mais leve/mais pesado, a partir da qual se introduz gradualmente a medição mais precisa desta grandeza com a utilização de balanças de dois pratos, primeiro com objetos e posteriormente com pesos como o grama e o quilograma.

Em contexto escolar, como em muitos outros, compara-se a massa de dois corpos utilizando balanças de dois pratos e em resultado dessa comparação afirma-se que têm o mesmo peso (e não que têm igual massa) ou que um é mais pesado/mais leve que o outro (Rodrigues, 2007).

Piaget sugere que a noção de substância ou quantidade são prévias às de peso ou massa, e que antes de conceber o peso de um objeto, a criança terá de construir a conservação

da substância, que acontece por volta dos 7 anos de idade, sendo a conservação do peso construída sensivelmente por volta dos nove anos.

No estudo realizado por Nogueira (2004), a introdução do conceito de massa de um corpo no 1º Ciclo do Ensino Básico baseia-se em atividades de comparação de pesos de objetos do cotidiano para a sua classificação como mais leves ou mais pesados, acontece através da realização de atividades de pesagem realizadas na sala de aula em simulações de supermercados, por exemplo, ou até mesmo na sequência de visitas a locais exteriores à escola para observação de atividades de pesagem.

Relativamente à exploração da massa/peso de um objeto, refere-se como práticas mais apontadas pelos professores dos quatro anos de escolaridade a utilização de balanças de dois pratos para comparação de massas de objetos comuns e a determinação de objetos com a mesma massa.

As noções relacionadas com a medida e as unidades de comprimento são frequentemente mobilizadas na abordagem do conceito de área de uma superfície, sendo ampliada a ideia de contorno à de superfície bidimensional limitada (Battisti, 2007; Nehring, C., Pozzobon, M. e Battisti, I, 2010).

Como recordam Stephen e Clements (2003), a repetição sucessiva e exaustiva da unidade de medida sobre a totalidade da extensão que está a ser medida pressupõe, no caso de superfícies planas, que nenhuma unidade possa sobrepor-se a outra (justaposição) e que não seja ignorada nenhuma parte dessa extensão.

No caso da área, a unidade de medida tipicamente selecionada é de forma quadrada mas qualquer outra forma serve para essa função. Em qualquer um dos dois casos, a reiteração da unidade de medida fixada pode ser entendida de duas formas distintas (Dickson, 1991): concebendo o deslocamento sucessivo dessa unidade, até à total cobertura da superfície a medir, ou concebendo a superfície a medir como coberta por uma película onde se repete muitas vezes uma mesma célula, a unidade de medida.

A pavimentação ou equidecomposição inerentes a estas duas conceções, no entanto, são pouco frequentes nas atividades escolares (Chamorro, 1995), com maior prevalência na utilização de cálculo e procedimentos algorítmicos de medição baseados quase exclusivamente em unidades de forma quadrada, eliminando outras referências de natureza topológica.

A par da quase inexistente abordagem concetual, a determinação da área de uma superfície por recurso a cálculos sustentados em dimensões lineares tem sido apontada como umas das origens da confusão entre área e perímetro (Dickson, 1991), que parece manter-se nos percursos escolares posteriores.

Em 2013, num estudo em que participaram 94 estudantes, futuros professores da Educação Básica, quanto solicitados a pronunciarem-se sobre o significado de perímetro de uma figura plana, apenas 26% selecionou a opção “*comprimento da linha que a delimita*”, sendo a resposta “*é a soma dos seus lados*” a eleita por 64% destes estudantes.

Desse conjunto de estudantes, uma percentagem muito significativa (44%) afirma ser possível determinar a área da superfície de qualquer polígono pela multiplicação do seu comprimento pela sua largura e cerca de 22% refere não ser capaz de decidir da validade dessa estratégia; num item relacionado com a conversão entre unidades de medida de superfície, apenas cerca de um quinto dos inquiridos selecciona a opção correta e mais de metade seleciona uma resposta incorreta (Nogueira, 2013).

Estes resultados apresentam-se em consonância com os obtidos num estudo similar desenvolvido por Ribeiro (2009), que evidencia aspectos críticos identificados relativamente ao conhecimento sobre conteúdos sobre medida no espaço bidimensional.

Apesar da necessidade de o medirmos remontar ao período neolítico, o que motivou já nessa altura o aparecimento de calendários (Berenguer e Pérez, 1996), o conceito de tempo foi, desde sempre, difícil de definir.

Desde os tempos mais remotos que o Homem tenta localizar cronologicamente factos e acontecimentos e procura definir de um modo cada vez mais rigoroso o que lhe é mais relevante, aspirando que o seu quotidiano seja marcado por alguma forma de organização temporal: de modo análogo, localizar, definir e organizar o tempo são as principais atividades inerentes à sua exploração matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico.

A exploração das rotinas diárias dos alunos e a “análise da ocorrência ou duração de alguns factos ou fenómenos (por exemplo, sucessões das estações do ano, nascimento/crescimento/morte; alternâncias noite/dia, tempo de aulas/tempo de recreio)” (Nogueira, 2004, p. 52), são as situações mais frequentemente indicadas por professores na introdução da grandeza tempo.

Estas práticas vão de encontro às indicações de Alsina (1996), que considera fulcral anteceder a medida de intervalos de tempo com uma adequada estruturação do tempo cíclico. No que diz respeito à medição desta grandeza, a utilização de relógios, calendários e horários é referida como a atividade mais frequentemente proposta como estratégia de introdução e consolidação de processos de medição do tempo (Nogueira, 2004).

Para Piaget, as crianças no período pré-operacional não são capazes de coordenar as sucessões temporais e espaciais, confundindo os conceitos de tempo, distância e velocidade: o conceito de tempo é adquirido quando a criança já tem a noção de velocidade sob uma forma operatória (Roazzi, 2001), e que os conceitos de tempo, distância e velocidade constroem-se de forma ontogenética.

À semelhança do que acontece na vida quotidiana, em contextos de escolaridade básica, os conceitos de volume e capacidade são mobilizados de forma um pouco confusa (Dickson, 1991).

Para Kerslake (1996), a designação volume de um objeto é utilizada associada ao ‘volume interno’ desse objeto, que é a sua capacidade, mas é também associada ao ‘volume externo’, referindo-se ao espaço que esse objeto ocupa sendo que na grande maioria das situações da vida real, o conceito mobilizado é o de volume interno.

Em contexto escolar, a mesma autora refere que a noção de volume associada ao espaço ocupado reduz-se quase completamente a exercícios de cálculo de volumes de sólidos, sem desenvolver a compreensão da noção de volume, resultando muitas vezes na aplicação da fórmula de cálculo incorrecta (como acontece frequentemente no caso das fórmulas da área e do volume do cilindro).

Dickson (1991), por sua vez, refere as atividades práticas de preenchimento de espaços ocios (recipientes) realizadas frequentemente pelos alunos resultam em uma inadequada apropriação do volume como espaço ocupado.

Esta autora recomenda, por isso, que sejam realizadas atividades específicas para uma e outra grandeza, assinalando ainda a importância da realização de tarefas de conservação do volume e da capacidade como formas de promover a compreensão e distinção concetual de ambas.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

*Um bom esquema vale mais que um longo discurso.
Bonaparte*

Ao longo deste capítulo serão expostos os pressupostos e noções teóricas que sustentam o desenvolvimento desta investigação.

Começaremos por descrever o modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (EOS), corrente emergente na área da Didática da Matemática que assumirá um papel central em toda a nossa investigação;

Posteriormente serão elencados alguns dos seus principais constructos e daremos especial relevância àqueles que consideramos particularmente úteis e adequados à proposta de trabalho que apresentamos para execução.

Concluiremos esta primeira fase elencando contributos oriundos de investigações concretizadas e sustentadas neste marco teórico-metodológico.

2.1 MODELO ONTOSSEMIÓTICO DO CONHECIMENTO E INSTRUÇÃO MATEMÁTICA

Proposto e desenvolvido há praticamente duas décadas por Godino e colaboradores (Godino e Batanero, 1998; Godino, Batanero e Roa, 2005; Godino, Contreras e Font, 2006; Godino, Batanero e Font, 2007), o modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (EOS) propõe-se explicar fenómenos ocorridos nos processos de aprendizagem/ensino da Matemática.

Para esse efeito, o EOS parte de três pressupostos de carácter epistemológico e psicológico:

- (i) a Matemática constitui uma atividade humana que visa a resolução de situações problemáticas originárias do mundo físico, social e/ou da própria Matemática
Por tal tal, as suas conceptualizações são fruto das acções dos indivíduos nas tentativas de solucionar tais problemas;
- (ii) a Matemática consiste numa linguagem simbólica que explicita as situações problemáticas e as soluções encontradas para essas situações.

Comungando da perspectiva psicológica vygostskiana e da visão semiótica proposta por Rotman, este modelo encara tal sistema simbólico com uma dupla função – como comunicação e/ou como forma instrumental –, modificando os sujeitos que o utilizam como mediador;

- (iii) a Matemática configura-se como um sistema concetual organizado logicamente e socialmente partilhado.

Quando nos centramos em particular nos processos de aprendizagem e de ensino dos objetos matemáticos e dado o carácter cultural, sistémico e complexo das entidades matemáticas, uma descrição meramente formal das entidades matemáticas não se revela suficiente.

Atribuindo um papel central à linguagem, aos processos de comunicação e de interpretação e à diversidade de objetos postos em jogo nos processos de aprendizagem/ensino da Matemática, o EOS situa-se num paradigma simultaneamente antropológico e semiótico.

A visão antropológica resulta do facto de considerar a matemática como produto de uma construção social realizada em diferentes instituições; o ponto de vista semiótico está claramente patente na ênfase que atribui aos variados recursos expressivos mobilizados nas atividades de índole matemática.

Para Fernández, Godino e Cajaraville (2012), as bases epistemológicas e ontológicas propostas pelo EOS permitem uma compreensão de fenómenos de ensino e aprendizagem da matemática mais abrangente que outras perspetivas da investigação didática, que entendem que o conhecimento matemático se pode resumir a conceitos e procedimentos entendidos apenas como entidades mentais e que, por tal, não contemplam o papel das situações problema como origem e razão de ser dessas entidades.

Adotando princípios didáticos de carácter sócioconstrutivista e interaccionista no estudo de processos de aprendizagem/ensino, o EOS define os conceitos de *prática*, *objeto* e *significado*, nas dimensões pessoal e institucional, como noções determinantes à compreensão das atividades matemáticas; como tal, analisaremos estes conceitos nos parágrafos seguintes.

2.1.1 NOÇÕES DE PRÁTICA E DE SISTEMAS DE PRÁTICAS

Para que pudesse permitir a caracterização das atividades de índole matemática, um dos primeiros conceitos propostos pelo EOS foi o de *prática*, formulado da seguinte forma:

Definição 4: Designamos por “*prática*” toda a actuação ou manifestação (linguística ou não) realizada por um sujeito para resolver problemas matemáticos, comunicar a solução a outros sujeitos, validar a solução e generalizá-la a outros contextos e problemas.

Refira-se aqui que consideramos uma prática *significativa* para um dado sujeito quando esta desempenha uma função sempre que esse sujeito tenta atingir pelo menos um dos objetivos a que se propôs.

Interessam-nos particularmente as “práticas prototípicas” (Godino e Batanero, 1994, p. 335) definidas por estes autores como invariantes operatórios manifestados pelos sujeitos na resolução de situações problemáticas em determinado campo de problemas e/ou característicos de cada pessoa.

Os mesmos autores propõem ainda a noção de sistemas de práticas relacionadas com determinado campo de problemas, distinguindo as que são manifestadas por um sujeito – *sistemas de práticas pessoais* – daquelas que acontecem no âmbito de uma instituição – *sistemas de práticas institucionais* –, que se clarificam de seguida:

Definição 5: Um “*sistema de práticas pessoais*” associadas a um campo de problemas é constituído pelas práticas prototípicas que um sujeito realiza quando tenta resolver um campo de problemas C . Representaremos este sistema por $P_p(C)$.

No que concerne à noção de *sistema de práticas institucionais*, convirá previamente apresentar o que os autores acima citados entendem por instituição, concetualizada nos seguintes moldes:

Definição 6: Designamos por “*instituição*” I o conjunto de sujeitos que de alguma forma estão implicados e empenhados numa mesma classe de situações problemáticas. Este compromisso com uma problemática comum envolve a realização de práticas socialmente compartilhadas, relacionadas com a instituição para cuja caracterização contribuem.”

Assim, quando estivermos perante um conjunto de sujeitos ‘produtores’ do conhecimento matemático, e por isso comprometidos com a resolução de novos problemas matemáticos, poderemos afirmar estar em presença de uma instituição matemática: os utilizadores do conhecimento matemático e aqueles que ensinam conhecimento matemático são dois exemplos de outras instituições implicadas na atividade matemática (Godino e Batanero, 1994).

Explanados os conceitos de prática matemática e de instituição matemática, veja-se de que forma se configuram na noção de *sistema de práticas institucionais*:

Definição 7: Um “*sistema de práticas institucionais*” associadas a um campo de problemas é constituído pelas práticas consideradas significativas para resolver um “campo de problemas” C no âmbito da “instituição” I . Este sistema será representado por $P_I(C)$.

A identificação de problemas, a definição de objetos, a descrição de situações e as representações simbólicas são alguns dos exemplos de práticas configuradas por esta definição, a partir da qual se propõem mecanismos que possibilitam a caracterização de atividades ditas de matematização.

Na secção seguinte explicita-se a noção de objeto matemático.

2.1.2 NOÇÕES DE OBJETO PESSOAL E INSTITUCIONAL

De acordo com Font e Ramos (2005), entre o campo de problemas, alvo de um sistema de práticas, e o próprio sistema de práticas, assiste-se à emergência de *objetos matemáticos pessoais*, que poderão apresentar natureza concreta e/ou abstracta, e das suas respetivas representações.

No que respeita a noção de objeto matemático, o EOS distingue objeto pessoal de objeto institucional:

Definição 8: Um “*objeto pessoal*” O_p é um emergente de um sistema de práticas pessoais significativas relacionadas com um campo de problemas, ou seja, é um emergente de $P_p(C)$.

A partir desta definição, e lembrando o paradigma antropológico subscrito pelo EOS, surge naturalmente a necessidade de contemplar a dimensão institucional associada a práticas de carácter colectivo:

Definição 9: um “objeto institucional” O_I é um emergente de um sistema de práticas sociais associadas a um campo de problemas, isto é, emergente de $P_I(C)$.

A consideração de objetos destes dois tipos impõe explicar o que eles significam para o sujeito envolvido na construção dum objeto, no primeiro caso, e para a instituição em que ele emerge, no segundo.

2.1.3 SIGNIFICADO PESSOAL E SIGNIFICADO INSTITUCIONAL DE UM OBJETO

Introduz-se a noção de significado pessoal de um objeto da seguinte forma:

Definição 10: o “significado pessoal de um objeto” $S(O_p)$ consiste no sistema de práticas pessoais manifestadas pelo sujeito p quando tenta resolver o campo de problemas C de onde esse objeto emerge em determinada altura.

Simbolicamente, escreveremos: $S(O_p) = P_p(C)$.

Godino, Batanero e Font (2007) propõem três tipos de significados pessoais: o significado pessoal global – consubstancia a globalidade do sistema de práticas pessoais que o sujeito é potencialmente capaz de manifestar em relação a um dado objeto matemático; o significado pessoal declarado – refere-se às práticas efectivamente manifestadas nas propostas de avaliação, sejam ou não correctas do ponto de vista institucional; o significado pessoal atingido – corresponde às práticas manifestadas consonantes com o normativo institucionalmente estabelecido.

Dependente tanto do sujeito como do momento em que ocorre, a noção de significado pessoal integra-se numa dimensão algo subjetiva; a dimensão institucional de um objeto deverá, por isso, ser também precisada:

Definição 11: o “significado institucional de um objeto” $S(O_I)$ consiste no sistema de práticas institucionais associadas ao campo de problemas C de onde esse objeto emerge em determinada altura.

Simbolicamente, escreveremos: $S(O_I) = P_I(C)$.

Com esta distinção relativamente ao conceito de significado pessoal, fica assegurada a dimensão institucional em que os sistemas de práticas têm lugar: veja-se então o significado matemático de um objeto se a instituição I onde emerge for a matemática.

O modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática adota os quatro seguintes tipos de significados institucionais:

- (i) significado institucional de referência – sistema de práticas utilizado como referência para elaborar o significado pretendido. De acordo com Wilhelmi, Godino e Lacasta (2007), em uma instituição concreta, o significado de referência será uma parte do significado holístico do objeto matemático;
- (ii) significado institucional pretendido – sistema de práticas incluídas e definidas no planeamento do processo de estudo;
- (iii) significado institucional implementado – num determinado processo de estudo, consiste no sistema de práticas efetivamente implementadas pelo docente; e
- (iv) significado institucional avaliado – sistema de práticas utilizadas pelo docente na avaliação das aprendizagens conseguidas.

2.1.4 NÍVEIS DE ANÁLISE DIDÁTICA PROPOSTOS PELO EOS

Referenciados já em um significativo número de trabalhos de investigação em educação matemática – Godino, Contreras e Font (2006), Godino, Font e Wilhelmi (2006), Godino (2009) e Font, Planas e Godino, (2010), por exemplo – o modelo EOS propõe diferentes níveis de análise didáctica para processos de instrução matemática

Estes níveis centram-se nas práticas matemáticas e didácticas realizadas no processo de estudo, nos objetos e nos processos que intervêm e/ou emergem das ditas práticas, nas normas e metanormas que regem os processos de estudo e na adequação ou *idoneidade* didáctica desses processos.

Resultantes da síntese de diversos trabalhos de análise parciais devidamente consolidados na Didáctica da Matemática e sintetizados em D’Amore, Font e Godino (2007), por exemplo, estes níveis serão explanados em seguida.

2.1.4.1 Identificação de práticas realizadas em um processo de estudo

Consideram-se práticas matemáticas as manifestações ou ações realizadas no âmbito da resolução de problemas matemáticos, na comunicação das suas soluções, na validação dessas soluções e na sua generalização a outros contextos e problemas.

Esta formulação permite identificar três tipologias de práticas: práticas operativas (toda a acção realizada por alguém para resolver problemas matemáticos), práticas discursivas ou comunicativas (visando a comunicação e a validação da solução) e práticas normativas ou de regulação (permitindo a sua generalização a outros problemas ou contextos).

Assim, uma prática poderá ser entendida como um conjunto de ações em que poderá prevalecer uma destas tipologias.

Neste primeiro nível de análise é realizada a decomposição sequencial de um processo de estudo e são descritas as acções executadas pelos estudantes e pelo professor para a resolução da(s) tarefa(s) proposta(s), em cada um dos episódios que constituem o processo em análise; como resultado, teremos descritas as linhas gerais que caracterizam quer a actuação docente, quer a actuação discente.

Como consequência, será possível compreender se a principal finalidade de uma prática é a resolução de situações-problema – prevalecendo a componente operatória –, se é a produção de justificações para validar as acções executadas através da utilização de ‘linguagem’ – valorizando a componente discursiva ou comunicativa –, ou se está particularmente orientada para a construção de definições de conceitos ou para a formulação de propriedades (D’Amore, Font e Godino, 2007)

Esta perspetiva impõe discriminar os objetos e os processos que possibilitam e/ou intervêm na realização de uma qualquer prática: é essa a função do nível seguinte de análise, que passaremos a descrever (Font, Planas e Godino, 2010).

2.1.4.2 Configuração dos objetos e processos matemáticos

Este nível de análise permite elaborar uma descrição dos objetos e dos processos matemáticos implicados na realização das práticas (identificadas no nível anterior) e/ou emergentes dessas mesmas práticas.

Partindo da identificação das situações-problema presentes nos processos de estudo e que estão na origem da atividade matemática, o EOS define cinco classes de objetos

matemáticos que podem intervir e/ou emergir nesses processos de estudo: elementos linguísticos (termos, expressões, notações, representações gráficas, por exemplo, nos registos escrito, oral, gestual, ...); elementos conceituais (introduzidos por definições ou descrições de entidades matemáticas); elementos de carácter procedimental (como as operações, os algoritmos e as técnicas); elementos proposicionais (relacionados com a enunciação de propriedades) e elementos de carácter argumentativo (justificações formuladas para explicar ou validar proposições enunciadas ou procedimentos efetuados).

Na abordagem de qualquer situação-problema, são os elementos linguísticos que, simultaneamente, permitem representar os restantes elementos que nela intervêm e servem como instrumentos para a ação; os procedimentos e as proposições, por sua vez, relacionam os elementos conceptuais e são justificados pela argumentação produzida durante essa abordagem.

Associados a estes objetos matemáticos, e partindo-se de um processo de problematização, encontram-se os processos matemáticos de comunicação, definição, enunciação, argumentação e algoritmização.

Na Figura 1 estão representados tanto os vários tipos de objetos matemáticos como os processos matemáticos a que estes se referem.

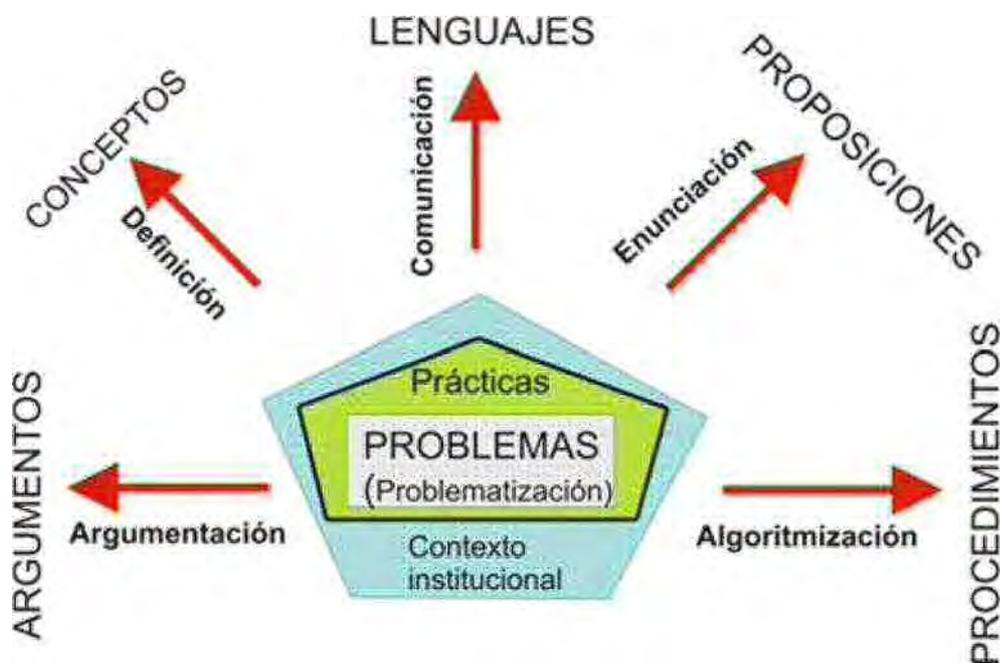


Figura 1: Objetos e processos primários (Fonte: Godino, Font e Wilhelmi, 2008)

Tendo como principal finalidade descrever a complexidade semiótica dos objetos e significados das práticas matemáticas realizadas, este nível de análise permite, por um lado, aceder à sequência de interações manifestadas entre estudantes e entre estudantes e professor, e, por outro, possibilita a produção de explicações para eventuais faltas de concordância semiótica ocorridas nas mesmas.

Na análise de processos de instrução matemática, assumem particular relevância as manifestações que indiciam alguma discrepância entre os significados atribuídos a uma mesma expressão por sujeitos ou instituições diferentes: quando tal acontece, estamos perante um *conflito semiótico* (Godino, Batanero e Font, 2007).

Quando essa discrepância acontece entre práticas de um mesmo sujeito, falamos de *conflito semiótico do tipo cognitivo*; se essa disparidade se verifica em práticas realizadas em instituições diferentes, estamos perante um *conflito semiótico do tipo epistémico*.

Um *conflito semiótico é do tipo interacional* quando decorre da interacção social entre dois sujeitos distintos. Na base de tais discrepâncias poderão estar, por exemplo, o carácter convencional subjacente a algumas das regras matemáticas, a substituição de conceitos de índole matemática pelas suas representações e a utilização simultânea de registos de carácter verbal, simbólico e gráfico, por exemplo.

Como consequência de interpretação dos objetos e dos seus significados, definem-se cinco dimensões duais, de acordo com o contexto e o jogo de linguagem em que participam, formuladas em pares que se complementam de forma dual e dialéctica, a saber:

- dimensão pessoal/institucional,
- dimensão ostensivo/não ostensivo, dimensão expressão/conteúdo, dimensão extensivo/intensivo e dimensão unitário/sistémico:

Como podemos observar no esquema da Figura 2, esta vertente de análise assenta na aplicação do conceito de processo matemático e da tipologia de objetos que contempla objetos primários e secundários – dualidades ou atributos contextuais:



Figura 2: Objetos e processos secundários (Fonte: Godino, Font e Wilhelmi, 2008)

DIMENSÃO PESSOAL/INSTITUCIONAL

A cognição matemática deverá considerar duas facetas: a faceta pessoal – consequência do pensamento e ação do sujeito quando colocado perante determinado tipo de problemas – e a faceta institucional – resultante da interação ocorrida entre indivíduos que compõem uma comunidade de práticas (Godino, Batanero e Font, 2007).

Uma mesma expressão pode dizer respeito a um objeto pessoal num contexto (quando emerge das práticas realizadas por um indivíduo na execução de uma atividade, por exemplo) ou institucional em outro contexto (quando é apresentado no livro de texto ou é utilizado em uma explicação de um professor, por exemplo).

DIMENSÃO OSTENSIVO/NÃO OSTENSIVO

As manifestações dos objetos podem apresentar-se de forma ostensiva, isto é, de maneira directamente perceptível – pela utilização de entidades linguísticas (orais, escritas ou gestuais) ou de entidades praxémicas suportadas na sua constituição e funcionamento por

elementos linguísticos – ou não ser directamente percebida, isto é, não ostensiva, como por exemplo com objetos pensados ou imaginados mas não manifestados de forma material.

Refira-se, no entanto, que as entidades ostensivas são necessárias à constituição e ao funcionamento das entidades não ostensivas: como tal, a linguagem é vista como a faceta ostensiva dos objetos matemáticos.

DIMENSÃO EXPRESSÃO/CONTEÚDO

Baseado no carácter essencialmente relacional da atividade matemática, torna visível a correspondência entre uma expressão (significante) e o seu significado, estabelecidas por um sujeito pessoal ou institucional.

Esta relação é concebida por Godino e Batanero (1998) como uma função semiótica, entendida como uma correspondência entre conjuntos que equaciona um plano de expressão (objeto inicial), um plano de conteúdo (objeto final) e um critério ou regra de correspondência entre os conjuntos.

Trata-se, assim, de relações estabelecidas por um sujeito, pessoal ou institucional, que associam um antecedente a um conseqüente, respeitando determinado critério.

DIMENSÃO INTENSIVO/EXTENSIVO

Esta dualidade permite centrar a atenção na dialética entre o geral e o particular, uma vez que na atividade matemática um determinado objeto pode intervir em um jogo de linguagem como um caso particular ou como representante de uma classe de objetos.

A atividade principal da Matemática interessa-se sistematicamente pela generalização de problemas, pelas suas soluções e pelo discurso com que estes são descritos e organizados.

A identificação de classes de problemas e o desenvolvimento de técnicas de generalização possibilitam a construção de estruturas progressivamente mais globalizantes.

Para o EOS, quando se procede à análise de atividades matemáticas deve distinguir-se, em cada circunstância, se um dado objeto é em si uma classe (tipo) ou é um elemento de uma classe (exemplo de um tipo).

DIMENSÃO SISTÊMICO/UNITÁRIO

Se o significado de um objeto é o conjunto das práticas em que este é essencial, então o objeto pode ser considerado como um só elemento ou como um conjunto sistêmico de práticas em que não só intervém como também se relaciona com outros objetos.

Assim, para a dimensão sistêmico/unitário, um objeto matemático pode intervir em alguns processos de estudo como um sistema cujo estudo implica a sua decomposição, e esse mesmo objeto, em outros processos de estudo, poderá intervir como entidade elementar.

Na Figura 3, na página seguinte, encontra-se também em representação esquemática, não apenas os tipos de objetos e os processos matemáticos mais relevantes propostos pelo modelo EOS, mas também as dimensões duais que foram enunciadas.

Estas cinco dimensões são entendidas como atributos que poderão ser aplicados aos vários objetos, concedendo-lhes diferentes versões através dos respetivos processos de natureza cognitiva e/ou epistémica:

- personalização-institucionalização;
- materialização-abstracção/idealização;
- representação-significação;
- generalização-particularização;
- decomposição-reeificação.

Em conjunto, estas entidades permitem modelar a atividade matemática como um sistema de práticas operativas e discursivas, evidenciando os três pressupostos de carácter epistemológico e psicológico que sustentam o EOS, a génese pessoal e institucional do conhecimento matemático e a sua mútua interdependência.

A formulação destes contributos teóricos permite que, neste nível de análise, se identifiquem e caracterizem as configurações e trajetórias didáticas desse processo de estudo, mediante a representação da sequência de interações manifestadas entre estudantes e entre estudantes e professor.

O modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática concebe uma *configuração didática* como uma rede de objetos intervenientes e/ou emergentes dos sistemas de práticas e das relações estabelecidas entre eles, sendo por isso indispensável à realização e avaliação de qualquer prática.

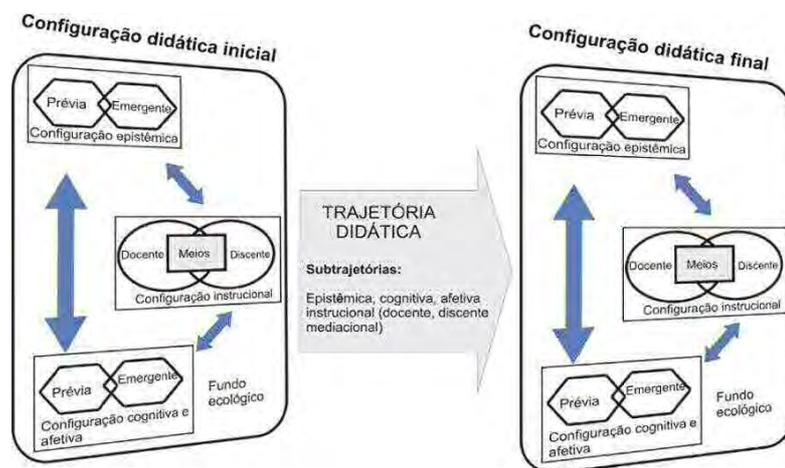


Figura 4: Interações didáticas (Fonte: Godino, Batanero e Font, 2008)

Para o EOS, só é possível avaliar quer o significado pretendido quer o significado implementado em um processo de instrução se previamente for estabelecido o significado de referência que lhes sirva de comparação.

Por tal, cada configuração didática contempla uma *configuração epistêmica* (rede de objetos institucionais constituída por uma tarefa, conceitos, procedimentos, linguagem, proposições e argumentos associados), a que por sua vez está associada uma *configuração instrucional* (constituída pelo conjunto de objetos docentes, discentes e mediacionais originados por uma situação-problema ou tarefa matemática proposta).

A *configuração cognitiva* – rede de objetos pessoais – identifica o conjunto de objetos que interagem e/ou emergem dos sistemas de práticas pessoais accionadas aquando da implementação de uma configuração epistêmica, permitindo a descrição das aprendizagens que se vão construindo durante o processo de estudo.

Assim, e de acordo com Gusmão, Font e Cajaraville, “as configurações de referência são ferramentas que permitem avaliar e compreender as [configurações] de ordem pessoal que são ativadas nas práticas de resolução de problemas” (2009, p. 113).

2.1.4.3 Identificação das normas subjacentes à realização do processo de estudo

O EOS adopta uma perspetiva global sobre a dimensão normativa da Didática da Matemática, que integra as noções de *contrato didático* e de normas sociais e sociomatemáticas vigentes nesta área.

Focalizando-se nos fenómenos de interação social presentes nos processos de aprendizagem/ensino da Matemática, neste nível são identificadas e analisadas as regras, hábitos e normas que, por um lado, regulam e possibilitam os processos de estudo e, por outro, afetam cada uma das dimensões implicadas e suas interações.

Para D'Amore, Font e Godino (2007), tais normas condicionam todas as fases de um processo educativo em todas as suas dimensões.

Esta abrangência justifica, para estes autores, a classificação destas normas atendendo a dois critérios complementares: de acordo com o momento em que intervêm e atendendo à faceta ou dimensão do processo de estudo a que essa norma diz respeito.

As regras e normas que regem um processo de estudo manifestam-se nas diferentes fases desse processo – desenho curricular, planificação, implementação e avaliação –, desde que tenham sido contemplados os significados de referência que orientam e determinam os significados pretendidos até aos significados implementados por via da concretização do processo de estudo: como consequência, importará identificar os aspectos normativos que regem cada uma destas fases.

Interessará também identificar:

- as normas subjacentes às distintas dimensões ou facetas de um processo de estudo (epistémica, cognitiva, interacional, mediacional, afetiva e ecológica), uma vez que esta identificação permitirá conhecer as regras reguladoras do trabalho do professor e dos alunos com o saber matemático (entendidos como sistemas de práticas institucionais e pessoais, respetivamente);
- as regras que pautam as interações entre professor e aluno e entre alunos;
- as normas que condicionam a utilização de recursos de carácter tecnológico ou temporal;
- as normas relacionadas com a faceta afetiva dos intervenientes no processo de estudo
- as regras relacionadas com o contexto (educativo, cultural, da própria sala de aula,...) em que o processo de estudo tem lugar.

2.1.4.4 Valoração da adequação didática do processo de instrução

O EOS define *idoneidade* ou *adequação didáctica* como o critério sistémico que avalia a pertinência ou adequabilidade de um processo de estudo relativamente ao projecto educativo de que faz parte.

A concordância entre os significados pessoais construídos pelos estudantes e os significados institucionais pretendidos e/ou implementados revela-se assim o principal indicador empírico para esta dimensão (Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi, 2006).

Baseado nos níveis de análise precedentes, o resultado deste nível de análise constitui uma síntese final visando quer a identificação de aspectos reveladores de práticas adequadas, quer de situações que poderão/deverão ser alvo de ajustes em novas implementações de processos de estudo análogos.

A operacionalização deste nível de análise é obtida mediante a introdução de seis critérios parciais, relacionados com as dimensões simultaneamente características e condicionadoras de qualquer processo de aprendizagem/ensino, que possibilitam julgar a adequação didáctica desse processo relativamente a cada uma das seguintes dimensões: epistémica, cognitiva, interacional, mediacional, afetiva e ecológica.

A organização deste nível de análise está patente na representação diagramática apresentada na Figura 5:

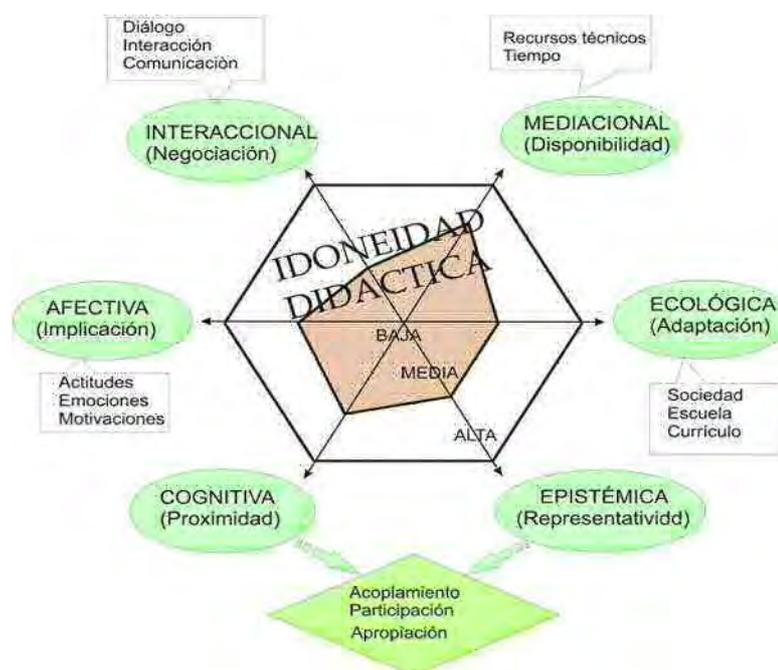


Figura 5: Critérios de adequação didáctica (Fonte: Godino, 2011)

Para cada um destes critérios parciais, o EOS propõe alguns indicadores, que são discriminados em seguida.

ADEQUAÇÃO EPISTÉMICA

A *adequação epistémica* de um processo de estudo traduz o grau de representatividade dos significados institucionais implementados (ou pretendidos) relativamente a um significado de referência.

Como tal, será necessário analisar como se concretizou cada tipo de objetos presente em um processo de estudo.

No que respeita às situações-problema, deverão ser alvo de análise as situações de problematização propostas e verificada a existência de uma amostra coerente e representativa de situações de contextualização, exercitação e aplicação.

As situações de expressão e interpretação – recorrendo a várias formas de expressão (verbal, gráfica, simbólica, por exemplo) e às suas traduções e conversões – e o uso de linguagem adequada ao público-alvo são indicadores que permitirão julgar a adequação dos objetos linguísticos.

Os elementos proposicionais deverão ser analisados atendendo às situações propostas para geração e negociação das regras, à enunciação clara e correcta das definições, enunciados e procedimentos fundamentais do tema em estudo, de acordo com o seu significado de referência e respeitando o nível educativo a que se dirige.

Deverá igualmente considerar-se a promoção de momentos de validação e avaliar o grau de adequação das explicações e demonstrações formuladas, assim como a articulação dos objetos matemáticos presentes e das várias configurações em que estes se organizam.

ADEQUAÇÃO COGNITIVA

A proximidade entre os significados pessoais e os significados pretendidos/implementados e o grau de adequação destes últimos à zona de desenvolvimento potencial dos estudantes configuram o grau de *adequação cognitiva* de um processo de aprendizagem/ensino.

Nesta dimensão, deverá apreciar-se se os estudantes apresentam os conhecimentos prévios necessários ao tema em estudo (no que respeita aos conceitos, linguagem,

procedimentos, proposições e argumentos implicados na situação-problema), se os significados pretendidos são alcançáveis, se estão previstas/realizadas atividades de reforço que reflectam adaptações curriculares individualizadas e ainda de as várias formas de avaliação permitem revelar a apropriação dos conhecimentos/competências pretendidos ou implementados.

ADEQUAÇÃO INTERACIONAL

A *adequação interacional* incide sobre como os modos de interacção ocorridos no processo permitem identificar e resolver conflitos de significados, assim como promover a autonomia na aprendizagem. Será assim importante considerar a interacção docente-estudante, a interacção entre estudantes, a promoção de autonomia e a avaliação formativa.

No que respeita à interacção docente-estudante, importa averiguar se o docente realiza uma apresentação clara e organizada, enfatizando os conceitos-chave do tema, se os “sinais” revelados pelos alunos são corretamente interpretados (silêncios e expressões faciais, por exemplo) e se o docente tenta motivar e implicar os estudantes na dinâmica da própria aula, nomeadamente pela utilização de diversos recursos retóricos e de natureza argumentativa.

No que concerne a interacção entre discentes, interessará verificar se o diálogo e comunicação entre todos os estudantes foram promovidos.

Assume particular relevância analisar o grau de autonomia concedido aos alunos, analisando se durante o processo de estudo têm lugar momentos de exploração, formulação e validação, da responsabilidade dos estudantes.

A última componente poderá ser descrita pela prática de observação sistemática do progresso cognitivo dos alunos.

ADEQUAÇÃO MEDIACIONAL

O grau de afetação e adequação de recursos materiais e temporais necessários ao desenvolvimento do processo de estudo reflecte a *adequação mediacional* desse processo.

Nesta dimensão, importa analisar se são usados materiais que potenciem a introdução e apropriação dos distintos objetos e processos matemáticos ou utilizados modelos representativos para o tema em estudo.

Assumirá também particular relevância analisar se a forma de organização dos alunos na própria sala possibilita atingir os resultados pretendidos, se o tempo dedicado ao processo de estudo é adequado aos significados pretendidos/implementados e se a distribuição temporal para cada atividade está em consonância com a importância e o grau de dificuldade que lhe estão inerentes.

ADEQUAÇÃO AFETIVA

Os interesses e as necessidades dos alunos, as atitudes e as manifestações de natureza emocional dos estudantes constituem as componentes da *adequação afetiva* de um processo de estudo.

Nesta dimensão, será pertinente considerar o interesse das tarefas propostas aos alunos e se as situações apresentadas contribuem para o reconhecimento da utilidade quotidiana e profissional da matemática; deverá também ser apreciada a existência de situações que evidenciem a promoção da responsabilidade, da perseverança e da participação, assim como da auto-estima.

ADEQUAÇÃO ECOLÓGICA

A adaptação curricular, socioprofissional e cultural, a abertura à inovação didáctica e o estabelecimento de conexões intra e interdisciplinar são as componentes da *adequação ecológica* do processo de estudo e, por tal, importa analisar se os significados implementados não só vão de encontro às orientações curriculares intra e intermatemáticas, como também contribuem para a formação social, profissional e cultural dos estudantes.

Nesta dimensão, deverá ainda ser tida em consideração a inclusão de contributos resultantes da investigação, da prática reflexiva e mesmo da inovação tecnológica.

2.1.5 A TÉCNICA DE ANÁLISE SEMIÓTICA

A implementação de cada segmento instrucional dedicado a determinado conteúdo matemático pode ser traduzida mediante a sequenciação de funções específicas que vão sendo desempenhadas pelos seus intervenientes ao longo da sua concretização.

Dada a importância central desses distintos desempenhos na análise de práticas de sala de aula, o EOS propõe uma ferramenta teórica, a Técnica de Análise Semiótica, que define a tipologia de aplicação dessa perspectiva aos vários tipos de objetos e às dimensões do

conhecimento matemático envolvidos em qualquer processo de instrução (Godino, Contreras e Font, 2006).

Esta técnica propõe seis dimensões que poderão ser alvo de análise em qualquer processo de instrução, podendo cada uma delas ser modelada por um processo estocástico com os seus estados e trajetórias, originando dessa forma seis trajetórias ou categorias de análise – epistémica, atividade docente, atividade discente, mediacional, cognitiva e emocional – e definindo para cada categoria os principais estados possíveis.

Um exemplo recente de aplicação desta técnica é descrito em Nogueira (2015): a partir da análise das atividades de natureza epistémica, docente e discente que foram realizadas num segmento instrucional implementado numa sala de 1º Círculo da Educação Básica.

Na descrição apresentada, são evidenciadas as possibilidades oferecidas por este dispositivo metodológico à melhoria de práticas matemáticas e, em simultâneo, ao desenvolvimento profissional dos docentes de Matemática.

ANÁLISE EPISTÉMICA

Incide sobre o significado institucional implementado nas práticas realizadas.

A análise epistémica recai sobre a distribuição temporal do ensino das componentes dos sistemas de práticas operativas e discursivas implementadas.

Nesta análise epistémica, é efetuada a decomposição do processo de instrução em unidades de análise que possibilitem a caracterização do tipo de atividade matemática que foi implementada.

Para esta caracterização, estão definidos seis possíveis estados de acordo com o tipo de entidade presente em cada momento: situacional, procedimental, linguístico, concetual, proposicional e argumentativo:

- Quando é enunciado/apresentado um exemplo de um certo tipo de problemas estaremos perante um estado do tipo situacional;
- O estado procedimental identifica o desenvolvimento ou estudo de uma determinada forma de resolver um problema;
- A introdução de designações, notações ou representações corresponde a um estado linguístico;

- Um estado é concetual sempre que se formulam ou interpretam definições dos objetos em questão.
- Enunciar ou interpretar propriedades corresponde a um estado proposicional
- Sempre que são explicadas, justificadas ou validadas propriedades enunciadas ou acções executadas, estamos perante um estado argumentativo.

Assim, a análise da trajectória epistémica de um processo de instrução permitirá caracterizar o significado institucional efectivamente implementado e a sua complexidade ontossemiótica.

ANÁLISE DA ATIVIDADE DOCENTE

Focada nas funções executadas pelo professor durante o processo de instrução, a análise das atividades docentes permite caracterizar a distribuição das tarefas desempenhadas pelo docente durante o processo de instrução.

Centrada na sequência de atividades realizadas, a análise da atividade docente elege seis entidades primárias como constituintes dos sistemas de práticas, determinadas pelo tipo de atividade desenvolvida, e que podem ser:

- Planificação;
- Motivação
- Atribuição de tarefas;
- Regulação;
- Avaliação;
- Investigação.

O desenho do processo de instrução corresponde a uma atividade de planificação; uma atividade de motivação tem lugar cada vez que o professor tenta envolver os alunos no processo em causa, criando um clima de afetividade, de respeito e de estímulo.

A gestão e o controle do processo de estudo, a definição dos tempos, a orientação e adaptação das tarefas configuram um estado de atribuição de tarefas.

O estado de regulação ocorre quando há lugar à fixação de regras, ao apelo à mobilização de conhecimentos prévios necessários à progressão do estudo ou à readaptação da planificação prevista.

A observação e determinação do estado de aprendizagem atingido e a resolução de dificuldades individuais detectadas definem um estado de avaliação, pelo que quando tem lugar a reflexão a análise do desenvolvimento do processo de instrução, nomeadamente tendo em vista a introdução de modificações em futuras implementações desse mesmo processo ou a articulação entre os distintos momentos do processo em estudo estamos perante o estado de investigação.

ANÁLISE DA ATIVIDADE DISCENTE

Nesta dimensão de análise, são definidos nove tipos de atividades ou funções que podem ser desempenhados pelos alunos na implementação do processo de instrução: aceitação do compromisso educativo, exploração, memorização, formulação, argumentação, procura de informação, recepção de informação, exercitação de técnicas específicas e avaliação.

O estado de aceitação do compromisso educativo corresponde à adopção de uma atitude positiva perante o trabalho proposto: estamos perante um estado de exploração sempre que é colocada uma questão, quando são formuladas conjecturas e formas de resposta às questões que emergiram.

A interpretação e aplicação quer de definições e/ou proposições, quer do significado dos elementos linguísticos, configuram uma acção de memorização. Já um estado de formulação corresponde à apresentação de soluções para as situações ou tarefas que foram propostas, sendo que, no estado de argumentação, ocorre a apresentação e justificação de conjecturas.

Quando os alunos solicitam informação sobre, por exemplo, o significado de determinado conceito ou sobre algum conhecimento prévio necessário, configura-se um estado de procura de informação, e estamos perante o estado de recepção de informação sempre que, por exemplo, são apresentados conhecimentos, efectuadas descrições ou elencadas formas de execução.

O estado de exercitação corresponde à realização de tarefas de carácter rotineiro, para treino de práticas específicas, e, quando é proposta pelo professor alguma forma de estimação do desempenho atingido, o aluno encontra-se naturalmente num estado de avaliação.

ANÁLISE MEDIACIONAL

Os recursos utilizados ao longo do processo de instrução são o objeto de análise desta categoria. A identificação dos materiais utilizados como suporte às atividades desenvolvidas assim como o seu grau de integração nessas atividades revela-se como uma ferramenta de análise do uso potencial e efectivamente implementado dos recursos de apoio às aprendizagens e das consequências cognitivas advindas dessa utilização.

Nestes suportes incluem-se os meios de apresentação da informação (quadro, retroprojector, etc.), os dispositivos de natureza tecnológica (computador e calculadora, por exemplo), os materiais em suporte papel (livro de texto, caderno do aluno, fichas de trabalho) ou os materiais didácticos de carácter estruturado – blocos lógicos, material Cuisenaire, balanças, régua, etc. – ou não estruturado, como palhinhas e frascos, entre outros.

ANÁLISE COGNITIVA

Esta dimensão encontra-se centrada nos significados pessoais dos objetos matemáticos.

A acessibilidade aos significados pessoais construídos pelos intervenientes num processo de estudo poderá possibilitar a identificação de aspectos importantes relacionados com a aquisição das competências e/ou desenvolvimento de capacidades que determinaram o desenho e a implementação desse processo, em particular.

Afiguram-se especialmente relevantes, nesta dimensão de análise, a detecção de situações que evidenciem algumas das referências incluídas na literatura de investigação sobre os temas em exploração, quer na perspectiva do interveniente que aprende, quer em relação à dinâmica que tais situações imprimem ao interveniente docente.

Para a elaboração da cronogénese dos significados pessoais não é suficiente observar o desenvolvimento de uma aula, uma vez que estes significados são de construção pessoal, processo esse que acontece na aula e também fora dela.

Será necessário ter acesso aos registos individuais da aula e às provas de avaliação iniciais e finais, realizar entrevistas e questionários individualizados, entre outras opções; no entanto, mediante a análise das intervenções dos alunos em gravações de aulas é possível obter alguns indícios dessa cronogénese.

ANÁLISE EMOCIONAL

Focaliza-se nas atitudes e nos sentimentos dos estudantes sobre/durante a implementação do processo de estudo.

A motivação, o envolvimento e a participação efetiva dos estudantes nas atividades que lhes são propostas na sala de aula são factores que desempenham um papel inegável nas suas aprendizagens. Nesta última categoria, os objetos de análise emergirão das manifestações discentes e docentes que revelem aspectos relacionados com factores desta natureza.

Esta dimensão pode revelar-se particularmente importante na análise de processos de estudo desenvolvidos com grupos de alunos com algumas especificidades, como por exemplo, com alunos imigrantes ou alunos portadores de algum tipo de incapacidade.

2.2 CONTRIBUTOS DA INVESTIGAÇÃO PRODUZIDA NO ÂMBITO DO MODELO ONTOSSEMIÓTICO DO CONHECIMENTO E INSTRUÇÃO MATEMÁTICA

É já bastante significativa a produção investigativa em Educação Matemática suportada nos constructos conceituais e nas várias ferramentas metodológicas elaborados pelo modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática.

De facto, tanto as teses de doutoramento e de mestrado sustentadas neste marco investigativo como as numerosas publicações já disponibilizadas em revistas de referência e as comunicações apresentadas em diversos eventos de natureza pedagógico/didática afirmam-no como uma referência na esfera da Didáctica da Matemática. Em 2012, tinham já sido publicados 72 artigos relativos a desenvolvimentos e aplicações do EOS em revistas indexadas (Godino, 2012).

Nos parágrafos seguintes, referimos alguns trabalhos já incorporados no *corpus* de conhecimento de natureza científico/didática que foram produzidos sob este enfoque teórico-metodológico.

Como se pode constatar, resultam em múltiplos contributos à conceção e implementação de práticas de ensino/aprendizagem da Matemática, adequados e a ter em consideração quer no desenvolvimento curricular desta disciplina nos vários níveis de ensino, quer na esfera de programas de formação de professores que já atuam ou actuarão profissionalmente nesses mesmos níveis.

No âmbito da sua tese de doutoramento, Castro (2011) descreve-nos um processo formativo realizado com futuros professores de Educação Primária.

Esse processo contemplou a exploração ontossemiótica de uma proposta de análise didática e a identificação de propostas, elaboradas pelos futuros professores visando a promoção do raciocínio algébrico de crianças na escolaridade básica, sustentadas no uso de uma ferramenta de análise didática desenhada a partir de propostas teóricas formuladas pelo EOS.

No mesmo ano, a aplicação deste marco EOS permitiu a Konic (2011) analisar os objetos e significados postos em jogo na resolução de questões sobre os números decimais e suas representações e caracterizar os significados pessoais de estudantes em formação, futuros professores na especialidade de Educação Primária, sobre esse tema matemático.

Este estudo revelou dificuldades de compreensão e de utilização competente dos números decimais por parte dos estudantes que colaboraram no estudo, sugerindo linhas de atuação passíveis de orientar o desenho e a avaliação de ações formativas de professores desse nível de ensino sobre esse conteúdo específico.

O objetivo principal da investigação desenvolvida por Fernández (2011) consiste na avaliação das capacidades de visualização e raciocínio espacial de futuros professores da educação primária, pretendendo não somente aplicar o modelo EOS mas também contribuir para o seu desenvolvimento na dimensão relativa à avaliação de aprendizagens geométricas.

Partindo de um estudo piloto que possibilitou uma análise epistémica sistematizada de objetos e processos envolvidos, são avaliadas as capacidades iniciais de visualização e raciocínio espacial iniciais de futuros professores.

Este estudo aponta lacunas dos futuros professores ao nível do conhecimento comum e avançado sobre visualização e raciocínio espacial, recomendando o desenho, implementação e avaliação de ações formativas que melhorem desempenhos dessa natureza.

Estabelecendo para objetivo geral da sua investigação a caracterização da adequação didática de processos de estudo sobre o cálculo integral e pretendendo contribuir com conhecimento sistematizado sobre a elaboração de propostas de instrução de qualidade para a formação de professores de matemática do ensino secundário, no percurso de investigação percorrido no seu processo de doutoramento Crisóstomo (2012) sustenta-se na categorização

de análise proposta pelo modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática, em particular na noção de adequação de processos de ensino e aprendizagem.

Centrada nas facetas epistémica e cognitiva do conhecimento matemático e didático sobre a noção de proporcionalidade na educação primária, a investigação realizada por Rivas (2012) desenvolve uma ferramenta teórica adequada à análise epistémica e cognitiva dos processos de resolução de tarefas matemáticas, que permite reconhecer quais os objetos e significados devem ser considerados nos processos de ensino sobre este conteúdo específico.

Este estudo conclui em simultâneo a utilidade e a complexidade do domínio instrumental da ferramenta desenvolvida para promover o conhecimento especializado do conteúdo associado a este tema matemático.

Abordando a avaliação epistémica do conhecimento matemático e didático sobre o conceito de derivada em futuros professores de matemática no ensino secundário, da investigação desenvolvida por Pino-Fan (2013) emergem critérios de idoneidade que, uma vez mais, possibilitam conceber metodologias didáticas para desenvolver e incrementar o conhecimento especializado do conteúdo matemático, neste caso específico sobre a derivada.

Os resultados apresentados por este projeto permitem também aceder a uma caracterização do conhecimento que deverão dispor os futuros professores que lhes permita gerir de forma idónea as aprendizagens dos seus futuros estudantes.

No estudo desenvolvido por Gonzato (2013), a autora foca-se na avaliação de conhecimentos de futuros professores de educação primária relacionados com o ensino da visualização de objetos tridimensionais representados no plano bidimensional.

Propondo uma visão ontossemiótica dos aspetos envolvidos na visualização espacial, a aplicação do EOS permitiu analisar a complexidade de objetos e processos intervenientes no seu ensino/aprendizagem e destacar a importância do estudo de determinados conhecimentos para o seu ensino.

Aké (2013) sustenta no EOS uma investigação focada na abordagem escolar da álgebra, numa intenção elucidativa da sua natureza e, concomitantemente, capacitativa dos professores para a utilização de novas formas no seu ensino.

A partir da identificação dos significados pessoais e das necessidades formativas de futuros professores relacionadas com a inclusão do pensamento algébrico nos primeiros níveis de aprendizagem, a autora concebe, implementa e avalia um processo de formação para

futuros professores, que lhe permite desenvolver e avaliar as competências desses futuros professores tanto na resolução de tarefas de natureza algébrica como na identificação de objetos algébricos e atribuição de níveis de algebrização a atividades matemáticas escolares.

No que respeita a contributos divulgados publicamente em publicações de outra natureza, além das obras já mencionadas em capítulos anteriores, salienta-se a produção mais recente relacionada com a identificação de componentes e indicadores de idoneidade de configurações didáticas (Godino, 2011; Godino *et al*, 2012, 2013), com a exposição de propostas de engenharia didática no marco EOS (Aké *et al*, 2014; Godino *et al*, 2014; Gonzato, Godino e Neto, 2011) e ainda as de contraste deste marco teórico com outros marcos de referência na Didática da Matemática (D'Amore e Godino, 2007; Drijvers *et al*, 2014; Godino, 2015).

CAPÍTULO 3:

CONTEXTO E PROBLEMA DE INVESTIGAÇÃO

*Um horizonte nada mais é do que o limite da nossa vista.
Rossiter Raymond*

A concretização de qualquer projeto só terá sentido se a sua consecução for ao encontro da realidade em que se inscreve e tal realidade beneficiar da sua realização.

Como tal, ao longo deste capítulo explicita-se de uma forma clara e objetiva o cenário de que se partiu para o desenho deste projeto de investigação e a forma como se propõe completá-lo com a sua realização.

Inicialmente são apresentados o âmbito profissional, social e pessoal subjacente à sua realização, esboçando o contexto em que este estudo foi concebido.

Na sequência desse enquadramento, são identificadas as principais ideias que nortearam a elaboração deste estudo, assumidas como linhas orientadoras da investigação, e que permitiram formular as questões a que esta investigação se propõe responder.

Serão ainda apontados os contributos que poderão emergir com a concretização deste estudo e que, por tal, justificam a pertinência da sua concretização.

3.1 CONTEXTO GERAL DO ESTUDO

A descrição de práticas da sala de aula e a posterior reflexão sobre as mesmas parecem-nos componentes fundamentais à compreensão do processo de aprendizagem/ensino da Matemática.

De facto, e não descurando a importância de que se revestem as atividades situadas a montante desse(s) momento(s) – por exemplo, as que definem finalidades para essa área disciplinar e que orientam o respetivo desenvolvimento curricular –, a compreensão e a reflexão sobre práticas letivas afiguram-se como essenciais ao conhecimento sobre o desenvolvimento curricular desta disciplina no contexto da Educação Básica.

A experiência na formação inicial de futuros educadores/professores e na formação contínua de educadores/professores em exercício tem naturalmente proporcionado um vasto

conjunto de percepções e de reflexões sobre as formas de operacionalização do currículo de Matemática na Educação Básica.

A percepção, enquanto formadores de professores da Educação Básica, assim como as frequentes reflexões com outros professores e investigadores desta área, de que tarefas de carácter relativamente rotineiro – cálculo de medidas, aplicação de fórmulas e conversão de unidades – constituíam o centro das atividades de sala de aula no âmbito da exploração das medidas, consubstanciaram-se na literatura existente.

A par da utilização pouco significativa de instrumentos de medida, a insistência e a prevalência desse tipo de tarefas nos diferentes tópicos sobre medida são apontadas como origem da sua aprendizagem por processos de memorização de fórmulas e de repetição de procedimentos (Battista e Clements, 1996; Kamii e Clark, 1997; Outhred e Mitchelmore, 2000; Clements e Bright, 2003; Kamii, 2006).

Com a convicção que a construção de conhecimento objetivo sobre processos de instrução só é possível através da realização de procedimentos e de análises cientificamente fundamentadas, considera-se agora que a identificação e a caracterização de práticas na exploração desse conteúdo refletidas no trabalho de investigação tutelado realizado (Nogueira, 2004) realizada no âmbito da formação pós graduada, foram, somente mas simultaneamente, um pequeno e primeiro passo na construção de conhecimento válido, objetivo e devidamente justificado sobre essas práticas.

Com a realização desse estudo, de carácter eminentemente exploratório, surgiram novas indagações:

- Qual a natureza do conhecimento em jogo nas práticas letivas sobre medidas no 1º Ciclo da Educação Básica?
- Que tarefas são delineadas pelo professor para implementação nessas aulas?
- Que solicitações são apresentadas aos alunos nesses momentos?
- Qual a interação dos estudantes com o conhecimento em causa?
- Que relações são estabelecidas entre professor e alunos intervenientes nesse processo? E entre os próprios alunos?

A emergência destas questões abriu caminho a novas possibilidades de investigação e conduziu à delimitação das linhas norteadoras desta proposta de investigação, cuja descrição é realizada no parágrafo que se segue.

3.2 LINHAS ORIENTADORAS DA INVESTIGAÇÃO

No Programa de Matemática do Ensino Básico estão definidos três domínios temáticos para o 1º Ciclo: Números e Operações, Geometria e Medida, e Organização e Tratamento de Dados.

Se a definição e estruturação de conteúdos nestes grandes temas matemáticos poderá parecer *natural* e de equivalente importância na educação matemática dos primeiros anos – quer pela tradição da escola básica em ensinar a ler, e escrever e a contar, quer pelos sucessivos apelos e concretizações curriculares que reforçaram nas últimas décadas as abordagens de natureza topológico-geométrica, quer ainda pelo carácter prático e utilitário que reveste os últimos temas referidos –, já o conhecimento sobre as práticas de cada um deles não é uniforme.

De facto, não são numerosas as referências a trabalhos recentes realizados sobre as práticas de sala de aula sobre a exploração das grandezas e medição nesta fase da escolaridade básica, o que, por si só, parece legitimar a realização de investigações sobre o desenvolvimento de tais práticas letivas.

Partilha-se por isso com Chamorro (2001) da necessidade de identificação e compreensão dos aspectos didáticos específicos à aprendizagem/ensino destes conteúdos: tanto a sua descrição como a sua explicação poderão revelar-se ferramentas eficazes e adequadas ao serviço da engenharia didática nesta área.

Com a realização deste estudo, centrado na implementação dita ‘rotineira’ das orientações curriculares definidas pelo currículo oficial para a Medida, pretende-se contribuir para um corpo de conhecimentos essencialmente ao nível do currículo implementado nas salas de aulas do 1º Ciclo aquando das explorações das grandezas e dos processos de medição.

Do ponto de vista matemático, a complexidade inerente à formalização dos conceitos integrados na Medida tornam, para a mesma autora, a sua aprendizagem e o seu ensino tradicionalmente difíceis: para os alunos, que não os chegam a compreender, reduzindo-os

apenas à manipulação e memorização de regras eminentemente aritméticas subjacentes ao funcionamento do Sistema Métrico Decimal; para os professores, na sua tarefa de os apresentarem aos seus alunos de forma compreensível (Chamorro, 1995).

Por outro lado, e de acordo com a mesma autora, a acessibilidade a instrumentos de medição tecnologicamente sofisticados que substituem grandezas por números – balanças digitais e instrumentos de determinação de comprimentos utilizando tecnologia *laser*, por exemplo –, permitem falar de uma crescente “*aritmética de la medida*” (1995, p. 36), desvalorizando o seu carácter topológico, desvanecendo os contornos inerentes à conservação da grandeza e transpondo a ordenação de objetos de acordo com uma dada grandeza para uma ordenação numérica, entre outras reduções.

A compreensão das relações estabelecidas entre conceitos, professor e alunos durante esses processos revela-se por isso essencial ao tratamento didático destes temas.

Entendendo a investigação sobre a prática como processo de aumentar o conhecimento sobre práticas e também como forma de resolução de problemas profissionais (Ponte, 2002), estabelecemos como eixo orientador para este estudo a compreensão das práticas de sala de aula na exploração de grandezas e da sua medição no 1º Ciclo.

Esta orientação exige, por consequência, a descrição, a análise e a interpretação de processos de instrução nas seguintes dimensões:

- Natureza dos conhecimentos que estão a ser estudados nesses momentos (formulados matematicamente, determinados pelo currículo oficial e visíveis no currículo efetivamente implementado);
- Funções desempenhadas pelos intervenientes, nesses espaços e nesses tempos, na construção de conhecimentos matemáticos;
- Relações estabelecidas pelos intervenientes com o conhecimento em causa;
- Interações que se estabelecem entre os intervenientes nesse processo;
- Recursos materiais que suportam as atividades desenvolvidas

A abrangência e a complexidade que caracterizam o estudo de práticas em todas estas dimensões conduziram a procura de um marco teórico que, no âmbito da Educação Matemática, nos disponibilizasse ferramentas adequadas para descrever, analisar e propor interpretação para processos desta natureza: o modelo Ontossemiótico do Conhecimento e

Instrução Matemática (EOS), descrito por exemplo em Godino e Batanero (1998), em Godino (2002) e em Godino, Contreras e Font (2006), revelou-se adequado a estas exigências.

Formulando uma ontologia de objetos matemáticos que entende a matemática como uma atividade de resolução de problemas socialmente realizada, como uma linguagem simbólica e como um sistema concetual organizado logicamente, o EOS considera os objetos matemáticos como entidades emergentes de *”sistemas de prácticas manifestados por un sujeto (o en el seno de una institución) ante una clase de situaciones-problemas”* (Godino, 2002, p. 242).

A realização de qualquer prática matemática implica, para este modelo, a mobilização de um conjunto de objetos ditos primários, que poderão ser de distintos tipos (linguagem, situações, definições ou conceitos, proposições, procedimentos e argumentos) e que serão os constituintes básicos de objetos de complexidade superior (Godino, 2002, p.246), emergentes nas práticas de instrução matemática.

Este modelo concetualiza noções e disponibiliza técnicas e instrumentos de descrição e análise de atividades matemáticas, possibilitando a compreensão de processos instrucionais na sua complexidade, pelo que foi assumido como marco simultaneamente concetual e metodológico de referência desta investigação.

3.3 QUESTÕES EM INVESTIGAÇÃO

Assumindo que a nossa investigação estabelece a compreensão das práticas de exploração de grandezas e sua medição nas práticas do 1º Ciclo da Educação Básica como problemática central, e na sequência das linhas gerais que definimos como orientadoras desta investigação, foram formuladas as seguintes questões:

Questão 1. Quais são as práticas matemáticas desenvolvidas nos processos de instrução dedicados à exploração de grandezas e seus processos de medição nas salas do 1º Ciclo do Ensino Básico?

Questão 2. Qual é a natureza do conhecimento presente e/ou emergente em práticas letivas realizadas na exploração de grandezas e seus processos de medição nas aulas de Matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico?

Questão 3. Como se relacionam os diversos objetos e os distintos processos de cariz matemático e didático intervenientes em processos de instrução que visam a exploração de grandezas e seus processos de medição no 1º Ciclo do Ensino Básico?

Questão 4. Quais são as funções desempenhadas pelo professor na implementação de um processo de estudo planificado para a exploração de grandezas e/ou dos seus processos de medição nas salas do 1º Ciclo do Ensino Básico?

Questão 5. De que forma os alunos do 1º Ciclo do Ensino Básico respondem às solicitações que lhes são colocadas em sala de aula no âmbito da exploração de grandezas e seus processos de medição?

Questão 6. Que tipos de recursos materiais são utilizados nas explorações desses conceitos e nas técnicas associadas à sua medição nas salas do 1º Ciclo do Ensino Básico?

Dada a pluralidade de opções existentes, restringiremos o nosso estudo à descrição e análise de práticas específicas sobre as grandezas básicas comprimento, massa e tempo.

Os critérios que presidiram à seleção destas grandezas, e que passamos a indicar, resultam essencialmente de razões de ordem concetual, curricular e/ou didática:

- O comprimento, a massa e o tempo são as grandezas básicas ou fundamentais – porque mutualmente independentes entre si, não podendo ser expressas como um produto de potências de outras grandezas básicas (JCGM, 2012) – que são exploradas no nível de escolaridade em que centramos este estudo.
- A grandeza comprimento é a mais presente na Matemática de toda a educação básica: de forma isolada, mobilizada em alguns procedimentos (determinação do perímetro de figuras planas, por exemplo), incluída na definição de outras grandezas (velocidade ou densidade, por exemplo) ou necessária em alguns outros tópicos englobados na medida (como na área de uma superfície ou no volume de um corpo sólido).
- Os fenómenos de adaptação didática que recorrentemente conduzem as práticas escolares sobre a grandeza escalar massa a fenómenos que a ‘substituem’ por explorações da grandeza vectorial peso podem conduzir a conflitos que impeçam

uma correta construção de conhecimento sobre esta grandeza, nomeadamente considerando ambas as grandezas como sinónimas.

Esta distinção, como assinala Belmonte (2005), é apenas efetuada em níveis de escolaridade posteriores, em que o peso é definido como uma força e, por tal, é expresso em termos de direção, sentido e número.

- A abordagem de natureza matemática da grandeza tempo só é realizada neste ciclo da escolaridade básica, e, posteriormente, todas as suas utilizações e aplicações escolares acontecem no âmbito de outras disciplinas.

Acresce ainda o facto da exploração desta grandeza estarem explicitamente associadas competências de natureza muito distinta, nomeadamente de seriação de uma sucessão de eventos (recaindo normalmente à ordenação de situações extramatemáticas, como rotinas diárias ou a fenómenos naturais de frequência cíclica) e de cálculo da duração de acontecimentos (frequentemente resultando e/ou esperando aprendizagens de mero carácter operativo realizadas numa bases de numeração não decimal).

Na secção que se segue ilustra-se a relevância que apresentam as respostas às questões a que esta investigação tenta responder.

3.4 PERTINÊNCIA DA INVESTIGAÇÃO

O crescente desenvolvimento e implantação de perspectivas de cariz sociocultural e situado da cognição, da aprendizagem e do ensino¹, segundo as quais não é possível separar o conhecimento do(s) contexto(s) em que este é adquirido e utilizado, veio despertar de novo o interesse por estudos sobre as práticas educativas.

Estas perspectivas concebem a prática educativa como uma indiscutível fonte de conhecimentos, sustentando uma visão de aula como um contexto de ensino e de aprendizagem construído por professores e alunos através da realização das atividades nela desenvolvidas.

Assim, quer quando tentamos compreender as interações entre os processos de ensino e de aprendizagem, quer quando, e como consequência, pretendemos gerar conhecimento

¹ Uma descrição sucinta sobre estas perspectivas poderá ser encontrada em Brown, Collins e Duguid (1989), que em Díaz Barriga (2006) se encontram mais pormenorizadas.

teórico sobre essa própria prática, o estudo da configuração de práticas escolares através da sua descrição e análise apresenta-se como um processo apropriado.

No panorama internacional recente da investigação em Didática da Matemática, não tem sido muito numerosa a produção relacionada com práticas do tema matemático Grandezas e Medida em contextos de Educação Básica.

No contexto português, e apesar dos esforços a que temos assistido nos últimos anos, subsiste a necessidade de realização de estudos sobre os processos desenvolvidos nas práticas educativas da aprendizagem e do ensino da Matemática, em particular, como já assinalaram Gomes, Ralha e Hirst (2001), de estudos específicos de educação matemática para o 1º Ciclo do Ensino Básico, nomeadamente direccionados para as práticas relacionadas com a abordagem de grandezas e de processos de medição.

Contribuir para o aumento do número de trabalhos de investigação nesta área da educação matemática poderá assim justificar a realização desta investigação, em particular no que diz respeito à clarificação do desenvolvimento curricular na exploração das Medidas, nomeadamente no que concerne ao currículo implementado nesta área do conhecimento.

Descrever e analisar detalhadamente práticas letivas específicas de Matemática no 1º Ciclo da Educação Básica, objetivos que se pretendem atingir com a realização deste estudo, poderão permitir detetar dificuldades sentidas na sua realização e aspetos que as influenciem, contribuindo para um melhor entendimento desses processos, dimensão essencial ao desenvolvimento profissional dos professores.

Resultará assim em um trabalho não apenas de interesse para o investigador mas também, e pelo menos eticamente não menos relevante, cumprir-se-á com a responsabilidade de um investigador da Didática da Matemática que “apoyándose en la colaboración del profesor, puede progresar en su esfuerzo de comprensión” (Rico, 2012, p. 45).

Auxiliados pelas noções teóricas e pelas ferramentas concebidas no âmbito do modelo Ontosemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática, estabelece-se como intenção a modelização estocástica de processos de instrução matemática.

Como resultado dessa modelização, poderão ser detetados e descritos conflitos decorrentes das variadas interações que ocorrem nas práticas letivas habituais no ciclo de escolaridade em estudo. Nesse momento, estarão reunidas condições que possibilitem

localizar a origem de eventuais desajustes entre a conceção e a implementação de processos de instrução, condição essencial à elaboração de propostas criteriosas que visem a melhoria da qualidade da aprendizagem e do ensino da Matemática.

A informação produzida por essa descrição e análise de práticas poderá, por outro lado, fornecer indicações preciosas sobre as interações produzidas nessas práticas, nomeadamente as estabelecidas nas relações aluno/conhecimento, professor/conhecimento e aluno/aluno, permitindo eventualmente detetar causas ou aspetos que estejam na origem das dificuldades reveladas pelos alunos do 1º Ciclo da escolaridade básica nas avaliações realizadas no âmbito das grandezas e da medida.

Por outro lado, esta investigação poderá trazer importantes contributos e sugestões de atuação úteis no âmbito da formação de professores desta área: as respostas às questões de natureza didática que poderão emergir desta investigação poderão permitir aprofundar a compreensão ao nível do conhecimento didático (*pedagogical content knowledge*), designado por Shulman (1986) como o tipo de conhecimento pedagógico relacionado com a compreensão dos processos de transposição didática na assunção de Chevallard (1997, 1999), indispensáveis às atividades matemáticas escolares e, portanto, de valor inegável para a comunidade de educadores matemáticos.

CAPÍTULO 4: OPÇÕES METODOLÓGICAS

*Tudo já foi pensado antes.
A dificuldade é pensar nisso novamente.
Goethe*

A par do carácter gerador de novos conhecimentos e da visibilidade pública que a deve caracterizar, Beillerot (2001) coloca como terceira condição fundamental a qualquer atividade de investigação seguir uma metodologia rigorosa.

Ao longo deste capítulo, explanam-se os aspectos e as opções metodológicas que nortearam esta investigação, começando por apresentar o paradigma de investigação em que a situamos.

Posteriormente, serão expostos e justificados o *design* eleito para a sua concretização, os processos adotados e as técnicas aplicadas na fase de recolha de dados.

A caracterização dos participantes neste estudo, assim como as opções tomadas para o tratamento, a descrição e a análise dos dados recolhidos e para a apresentação dos resultados obtidos encerrarão o capítulo.

4.1 PARADIGMA DA INVESTIGAÇÃO

Partilhamos com Kuhn (1990) a ideia que toda a investigação tende desenvolver-se no quadro de um paradigma. Como ponto de partida, aceitaremos aqui a noção de *paradigma* proposta por Lüdke e André: “Paradigma por indicar uma espécie de modelo, de esquema, de maneira de ver as coisas e de explicar o mundo” (1986, p. 6).

Estabeleceu-se a descrição e a compreensão de processos de estudo como objetivos centrais da investigação, o que permite inscrevê-la no âmbito de um paradigma interpretativo, de carácter essencialmente qualitativo.

Na realidade, propôs-se desenvolver e aprofundar o conhecimento de uma dada situação – práticas letivas na aprendizagem/ensino das grandezas e processos de medição – num dado contexto – salas de aula do 1º Ciclo da Educação Básica –, mediante a obtenção de dados descritivos, obtidos pelo investigador no contacto com a situação em estudo, procurando compreender o comportamento dos participantes no seu contexto.

Configura-se, portanto, e de acordo com Bogdan e Biklen (1982), uma investigação de natureza qualitativa.

Para Sandín (2003), a investigação qualitativa é uma atividade sistemática, orientada para a compreensão de práticas e de cenários socioeducativos, permitindo a tomada de decisões e possibilitando a descoberta e o desenvolvimento de um corpo organizado de conhecimentos.

Com a realização do trabalho empírico, não se pretendeu prever comportamentos nem estabelecer relações de causalidade entre fenómenos e/ou mesmo generalizar resultados, aspectos tradicionalmente característicos de investigação de cariz positivista.

Pelo contrário, e de acordo com Tuckman, partindo da observação dos fenómenos em acção, “que significa, muitas vezes, estar sentado nas salas de aula” (1994, p. 523) e mediante a construção de um quadro de análise de fenómenos interrelacionados, tenciona-se colaborar na ampliação do *corpus* de conhecimento com apresentação de propostas de cunho simultaneamente descritivo e interpretativo.

Pelas razões apresentadas, a opção recaiu na realização de um estudo empírico interpretativo, de natureza eminentemente descritiva, suportado na análise de segmentos de processos instrucionais, integrados em aulas de matemática do 1º Ciclo da Educação Básica dedicadas à exploração das grandezas e medidas a elas associadas.

Independentemente do paradigma em que se situa, qualquer investigação deve ser desenvolvida num quadro de atuação pautado por normas de natureza ética: em investigações de natureza interpretativa, tais normas assumem particular relevância, nomeadamente devido à proximidade existente entre investigador e participantes envolvidos.

Os objetivos formulados para o estudo e os procedimentos previstos para a sua realização devem ser claramente explicitados pelo investigador aos restantes participantes: só nessas circunstâncias estaremos perante o que Punch (1994) e Fontana e Frey (1994) identificam como ‘consentimento informado’ dos participantes.

A este respeito, os centros educativos e os professores envolvidos neste estudo foram devidamente informados dos propósitos da investigação e dos processos que se pretendiam implementar para a obtenção de informação (o pedido de autorização elaborado para esse efeito reproduz-se no Anexo I). Nesta fase, foi assumido o compromisso da presença do

investigador como observador não participante no normal desenvolvimento das atividades letivas.

Um segundo aspecto a ter em consideração diz respeito às implicações de carácter profissional ou pessoal que decorram da participação na investigação: qualquer processo investigativo deverá resguardar os participantes de eventuais penalizações que dela possam advir: o recurso ao anonimato, por exemplo, é uma estratégia habitualmente implementada com este intuito.

Para salvaguarda deste aspecto, a apresentação dos dados que foram recolhidos suprime informação que de alguma forma possibilite a identificação quer da sua origem institucional quer dos participantes envolvidos.

Um outro aspecto que deverá ressaltar destas colaborações reside no facto dela poder constituir-se uma oportunidade de desenvolvimento de todos os participantes, não acarretando apenas vantagens para o investigador: terminadas as observações, a reflexão sobre as práticas implementadas entre investigador e professores envolvidos foram uma constante. Acredita-se, por isso, que a colaboração neste estudo significou também o desenvolvimento profissional dos professores participantes.

4.2 **DESIGN DO ESTUDO**

A identificação do *design* de uma investigação adoptado em qualquer estudo possibilita não só a avaliação interna desse estudo mas também a clarificação dos seus processos. (Tuckman, 1994)

No âmbito do paradigma interpretativo, o estudo de caso é uma abordagem empírica que investiga determinado fenómeno no seu contexto real, revelando-se estes *designs* “particularmente úteis quando se pretende compreender determinados indivíduos, determinado problema ou uma situação em particular” (Patton, 1990, p. 54).

Configurando-se como a estratégia mais adequada quando pretendemos conhecer o “como” e os “porquês” de um fenómeno (Yin, 1989), um estudo de caso é uma descrição analítica intensiva e globalizante de uma situação, que procura destacar o que de essencial e característico nela existe.

Em consonância com Duarte (2008), para Morgado (2012) o estudo de caso revela-se uma estratégia de investigação muito útil ao nível de práticas de ensino e de aprendizagem, dado que “ o conhecimento que gera (...) resulta do estudo de uma situação/fenómeno específico em que se privilegia a profundidade da análise em detrimento da sua abrangência” (Morgado, 2012, p. 57).

No âmbito da educação matemática, Ponte (1994) considera as seguintes três características como fundamentais a um estudo de caso:

- (i) Deverá apresentar um forte cunho descritivo – o investigador não tenciona modificar a situação, mas compreendê-la tal como ela é, proporcionando dessa forma o confronto da situação em questão com outras situações já conhecidas e com teorias existentes, podendo, assim, gerar novas teorias e novas questões de investigação;
- (ii) Não é uma investigação de carácter experimental – o investigador não tem (nem pretende) controlar os acontecimentos, nem tampouco manipular as potenciais causas do comportamento dos participantes;
- (iii) Trata-se de uma investigação de natureza empírica essencialmente baseada em trabalho de campo ou em análise documental.

De acordo com as finalidades definidas para o nosso estudo, a opção do investigador para a concretização deste trabalho resultou no estudo de um caso – um conteúdo em um nível educativo particular: Grandezas e Medida no 1º Ciclo da Educação Básica.

Acrescente-se que, dependendo dos objetivos do investigador, Stake (1994) propõe três tipos de estudos de caso: estudo de natureza intrínseca, estudo de natureza instrumental ou estudo de caso agregado.

Para este autor, estamos perante um estudo de natureza intrínseca quando o investigador pretende estudar melhor um dado caso em particular.

Um estudo de caso será de natureza instrumental quando, nesse caso, as atividades são detalhadamente analisadas e aprofundadas pelo investigador, na convicção que tal análise permitirá clarificar determinado problema ou aperfeiçoar determinada teoria.

Quando se acredita que a utilização de um conjunto de casos, semelhantes ou distintos, permitirá uma maior compreensão sobre algum fenómeno, estaremos na presença de um

estudo de caso agregado, que na sua essência constituirá um estudo instrumental de vários casos.

Atendendo que se pretende contribuir para uma melhor compreensão sobre práticas letivas na exploração de grandezas e respetivos processos de medição, mediante a descrição de vários casos semelhantes na temática mas provenientes de distintos contextos, classifica-se esta investigação como um estudo de caso agregado – um estudo instrumental de diversos casos.

As atividades serão detalhadamente analisadas considerando os contextos em que foram realizadas, pretendendo-se clarificar práticas matemáticas em salas do 1º Ciclo.

Na secção seguinte veremos de que forma ocorreu o acesso e o registo de informação sobre as práticas letivas referidas.

4.3 TÉCNICAS E PROCEDIMENTOS DA RECOLHA DE DADOS

Tendo em conta que a “metodologia orienta o investigador de modo a que este accione os métodos mais adequados para abordar a realidade social numa perspectiva crítica (...) de investigação” (Almeida e Pinto, 1995, p. 84), cabe aos investigadores seleccionar os métodos e as técnicas de recolha de dados mais adequados à investigação que se pretende concretizar.

Estabelecendo como objetivo comum a todos eles a obtenção de informação, Tuckman (1994) identifica três tipos de fontes de dados como os mais frequentes em estudos de caso: entrevistas, documentos e observação dos fenómenos em acção.

A este nível, a opção recaiu sobre a observação dos fenómenos em acção, e, a esse propósito, retomamos Yin quando sublinha justamente que o estudo de caso leva a fazer “observação directa e a coligir dados em ambientes naturais” (2005, p. 381), tendo sido elaborado um guião de apoio e suporte a essas observações (ver Anexo II).

De acordo com Estrela, na observação

“segue-se o princípio da *acumulação* e não o da *selectividade*; o trabalho de organização da informação é feito *a posteriori*, através de uma análise rigorosa dos dados colhidos. A “*intensidade*” e o *pormenor do comportamento* em si próprio são preocupação principal da fase de recolha.” (1986, p. 18).

No que respeita a esta investigação, o respeito por estes princípios mereceu sempre especial atenção: assumida a intenção de observar processos de estudo implementados no decurso das atividades escolares regulares, para obter e acumular o máximo de informação precisa e não selectiva – mas passível de análise rigorosa e exaustiva –, a observação do tipo naturalista afigurou-se como a mais adequada.

Estamos perante uma observação naturalista, “forma de observação sistematizada, realizada em meio natural e utilizada desde o século XIX na descrição e quantificação de comportamentos” (Estrela, 1986, p. 49), quando os problemas são estudados no ambiente em que ocorrem e onde a posição do investigador “é a da distanciação, pois assenta no princípio da não-interferência, ou seja, da não participação” (Estrela, 1986, p. 49).

A clarificação das expectativas e intenções do investigador, subjacentes à realização de um estudo de natureza interpretativa, é um dos critérios apontados por diversos autores no sentido de conferir-lhe credibilidade (Denzin, 1989a), já mencionada.

A utilização de vários e distintos procedimentos para obtenção de dados permitirá avaliar a validade dos processos utilizados: designa-se esta técnica por *triangulação*.

Denzin (1989b) descreve quatro tipos diferentes de triangulação: a triangulação das fontes de dados, a triangulação de investigador, a triangulação da teoria e a triangulação metodológica.

A triangulação das fontes de dados refere-se à recolha de dados recorrendo a diferentes fontes e, distinguindo subtipos de triangulação de fontes, o autor propõe o estudo de fenómeno em tempos, locais e com indivíduos diferentes.

Sempre que vários investigadores recolhem dados sobre o mesmo fenómeno em estudo, independentemente uns dos outros, e/ou procedem posteriormente à comparação de resultados, estamos perante uma triangulação do investigador.

Ocorre triangulação de teoria quando os dados recolhidos são interpretados à luz de diferentes teorias numa tentativa de verificação da sua utilidade.

Por fim, numa triangulação metodológica são utilizados múltiplos métodos para estudar um determinado problema de investigação e, distinguindo subtipos de triangulação metodológica, o mesmo autor propõe a triangulação intramétodo – que envolve a utilização

do mesmo método em diferentes ocasiões – e a triangulação intermétodos – que significa usar diferentes métodos em relação ao mesmo objeto de estudo.

De acordo com o exposto, o confronto de informação proveniente de fontes distintas é um dos tipos de triangulação proposta para estudos de natureza qualitativa (Ludke e André, 1986; Erickson, 1989). Nesse sentido, e para este estudo, procedeu-se a uma triangulação de fontes de dados mediante a recolha de informação em diferentes salas de aula, de diferentes anos de escolaridade e abarcando práticas incidindo sobre a exploração de grandezas distintas.

No parágrafo que se segue poderá encontrar-se a descrição dos diferentes momentos/contextos em que se efetuou a recolha de dados acima referida.

4.4 PARTICIPANTES NA INVESTIGAÇÃO

Definidos já alguns dos principais contornos metodológicos que presidiram a esta investigação, serão agora referidos os que se relacionam especificamente com os professores que colaboraram com o estudo, intervenientes obviamente indispensáveis à sua realização.

Uma das opções tomadas para a concretização deste estudo instituiu como alvos primordiais de atenção momentos de instrução implementados em turmas do 1º Ciclo da Educação Básica, na exploração das grandezas e/ou respectivos processos de medição, no decurso de atividades regulares.

Não foi intenção estabelecer qualquernexo de causalidade entre as múltiplas variáveis que, como se sabe, determinam fortemente a implementação de qualquer processo de aprendizagem/ensino – implantação da instituição de ensino (zona urbana/rural), o regime legal da instituição de ensino (natureza pública/privada), a experiência docente e as características específicas de cada grupo-turma, por exemplo.

Algumas das aulas que serão reproduzidas e analisadas ocorreram em instituições públicas e outras em instituições privadas e foram construídas por professores e alunos com distintas experiências e vivências.

Assume-se esta diversidade de contextos como propositada, encarando-a apenas como um elemento portador de variedade, possibilitando *à priori* um maior entendimento genérico sobre práticas específicas e potenciando uma ampla compreensão de aspetos em análise (e não

dependente de variáveis como a natureza legal das instituições de ensino ou o local de implantação, por exemplo).

Assume-se, assim, que a descrição e análise detalhada de algumas práticas dentro do caso em estudo permitirão generalização interna (Maxwell, 2005).

Na observação, e segundo Flick, o foco da amostragem reside “nos lugares e nas observações” (2009, p. 121) e na elaboração da amostra deve atender-se a três dimensões: tempo, pessoas e contextos.

Como consequência, o local em que o problema vai ser estudado deverá ter probabilidades de ser encontrado, esse local deverá ser reduzido a uma perspectiva do que é relevante para responder às questões em investigação e a amostra deve situar-se dentro do próprio caso: por tal, a amostra deve incluir pessoas e eventos que “estejam situados de forma distinta ao longo da dimensão temporal e em contextos diferentes” (2009, p. 123).

Por razões operativas, utilizou-se uma amostra intencional (Ghiglione e Matalon, 1989) e por constrangimentos conjunturais e organizacionais, as observações realizaram-se em aulas desenvolvidas em três instituições – duas de carácter público e uma integrada na rede de ensino privado –, que foram corporizadas tendo em vista as grandezas específicas comprimento, massa e tempo, opção já justificada previamente.

As aulas que foram descritas e analisadas neste estudo, apesar de terem ocorrido em diferentes momentos cronológicos, reportam todas ao mesmo ano letivo, realizaram-se em turmas de um dos 4 anos de escolaridade que integram este ciclo de escolaridade e foram dirigidas por professores que se disponibilizaram para colaborar nesta investigação.

Conciliam-se desse modo duas das alternativas já propostas por Patton (2002) em situações de amostragem intencional: procurar casos especialmente típicos e que sejam, como refere Flick “particularmente característicos da média ou da maioria dos casos” (2009, p. 46) e convenientes, sempre que existam limitações a um acesso mais amplo.

Em consonância com os pressupostos apresentados, os procedimentos adotados para o tratamento, a descrição e a análise da informação recolhida serão objeto de exposição no parágrafo seguinte.

4.5 OPCÕES DE TRATAMENTO, ANÁLISE E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Para a concretização deste estudo, a investigadora assumiu o papel de observadora não participante, no decorrer normal de aulas do 1º Ciclo destinadas à exploração de grandezas e/ou processos de medição.

Essas aulas foram transcritas, constando as suas representações escritas do Capítulo 5 onde também são realizadas a apresentação e a análise dos resultados obtidos.

A descrição e análise de cada segmento instrucional alvo de exame organizam-se em dois momentos.

O primeiro momento consistirá numa descrição e caracterização gerais do processo de instrução em análise, concretizada em três etapas:

- (i) na primeira, e aceitando a sugestão de Flick (2009), procede-se à inclusão da transcrição escrita do processo de estudo analisado, opção tomada pelo facto de uma das dimensões em análise recair sobre o discurso oral produzido pelos intervenientes, tornando-se assim facilitado o acesso e a leitura do material produzido;
- (ii) na segunda etapa, são elencadas as características genéricas do contexto educacional observado (local, momento e duração da observação, número de indivíduos intervenientes e organização física do local observado);
- (iii) este primeiro momento é concluído com uma apresentação esquemática e posterior elaboração escrita da estrutura global do respectivo processo, suportadas na categorização estabelecida concetualmente pela técnica de análise semiótica.

No segundo momento, cada processo de aprendizagem/ensino é pormenorizadamente detalhado, nos quatro primeiros níveis de análise sugeridos pelo EOS exemplificados em Font, Planas e Godino (2009), a saber:

- a) Identificação de práticas matemáticas realizadas, de natureza operativa e/ou discursiva, com o objetivo de resolver as situações-problema colocadas aos alunos, e manifestada pelas soluções propostas pelos alunos e pela comunicação dessas soluções ao grupo-turma;

- b) Identificação de objetos e processos matemáticos – ter-se-á em consideração o tipo de objetos presentes (elementos linguísticos, conceitos, procedimentos, proposições e argumentos) associados às respectivas dimensões duais (pessoal/institucional, ostensiva/não ostensiva, exemplar/tipo, elementar/sistémica e expressão/conteúdo). Serão também incluídos os processos de índole matemática associados aos objetos matemáticos identificados neste processo de estudo (problematização, comunicação, definição, enunciação, algoritmização e argumentação) e os processos associados às dimensões duais – generalização/particularização, institucionalização / personalização, representação / significação, decomposição/reeificação, materialização/ idealização;
- c) Descrição das interações didáticas, que consubstanciam padrões de interação dos intervenientes nas práticas matemáticas produzidas. Pela relevância que poderão assumir na apropriação de conhecimento em jogo, merecerão particular atenção os potenciais conflitos semióticos produzidos/emergentes das práticas em análise;
- d) Identificação das normas que regularam as práticas e as interações percebidas no processo de estudo, visíveis nas relações professor/aluno e entre alunos, dada a sua importância como factor condicionante dessas mesmas práticas e interações.

As descrições e as análises disponibilizadas foram submetidas a um processo de validação interna ou de conteúdo (Ollaik e Ziller, 2012), realizado por um grupo de peritos com competência e experiência científica e didática nos domínios de conhecimento ou do contexto do estudo (Matemática, Supervisão Pedagógica, Ensino Básico) e/ou no marco teórico que lhe serviu de referência (EOS).

No decurso desta investigação e numa perspectiva simultaneamente exploratória e de familiarização com este tipo de análise, foram efetuadas análises parcelares de alguns segmentos instrucionais de Matemática implementados no mesmo nível de ensino em que esta se centra, como a que está patente em Nogueira (2015).

Na elaboração da fase de apresentação, os resultados foram aferidos pelo grupo de peritos mencionado, conferindo-lhes desse modo fiabilidade (Ollaik e Ziller, 2012).

Os resultados finais resultantes da aplicação dos níveis de análise do EOS estão plasmados no capítulo que de seguida se apresenta.

CAPÍTULO 5:

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

*Começa pelo princípio – disse o rei com gravidade –
e segue até chegar o fim; aí pára.*

Lewis Carroll

Definidas as finalidades e estabelecidos os objetivos para esta investigação, e em consonância com as opções teóricas e metodológicas que a sustentam e que foram já expostas nos capítulos anteriores, ao longo deste capítulo procederemos à descrição dos processos de estudo observados e à análise dos dados obtidos nessa etapa deste processo investigativo.

Para esse efeito, este capítulo encontra-se organizado em quatro subcapítulos.

Em cada um dos subcapítulos, poderão ser encontrados a descrição e os resultados da análise dos processos de estudo observados em cada um dos quatro anos de escolaridade que constituem o 1º Ciclo da escolaridade básica.

Num primeiro momento, e após uma breve contextualização de cada processo de estudo, passaremos a apresentar:

- (1) A sua transcrição, com a representação escrita das atividades desenvolvidas e da comunicação observada entre os seus protagonistas;
- (2) Uma representação esquemática da sua estrutura global, que pretende elucidar de uma forma sucinta a dinâmica de todo o processo de instrução nas suas várias dimensões;
- (3) Uma caracterização genérica das ações e das tarefas realizadas pelos intervenientes no processo e a identificação dos recursos utilizados, de acordo com a tipologia proposta pela técnica de análise semiótica para a análise da atividade docente, análise da atividade discente e análise mediacional.

Num segundo momento, para cada processo de estudo ficará patente a aplicação das noções teóricas propostas pelo EOS para a descrição e análise didática de processos de instrução matemática (D'Amore, Font e Godino (2007); Font e Contreras, (2008) e Godino, Font, Wilhelmi e Castro (2009)), nos níveis detalhados por Font, Planas e Godino (2009):

- a) Identificação de práticas matemáticas, realizadas por alunos e professor;
- b) Identificação de objetos e processos matemáticos, presentes nas atividades executadas;

- c) Descrição de interações didáticas, ocorridas nas práticas desenvolvidas;
- d) Identificação das normas subjacentes à realização desse processo de estudo.

5.1 ANÁLISE DE PROCESSOS DE ESTUDO NO 1º ANO DE ESCOLARIDADE

5.1.1 EXPLORAÇÃO DO COMPRIMENTO NO 1º ANO

O processo de estudo que descrevemos nesta secção decorreu no 3º período do ano escolar em uma escola privada da região do Porto e corresponde a um excerto de cerca de 30 minutos de aula de uma turma com 20 alunos, de 6 e 7 anos de idade.

Os alunos encontram-se dispostos em mesas individuais, perfazendo 5 filas, cada uma com 4 mesas, todos sentados virados para o quadro.

Apresentamos no Quadro 1 a reprodução escrita desta aula:

Quadro 1. Transcrição do processo de estudo – Comprimento no 1º ano

Representação escrita da aula	
1	<i>Depois dos alunos se sentarem nos seus lugares, a Professora dirigiu-se ao quadro: na parte superior escreveu a data (por extenso) e imediatamente abaixo escreveu Comprimento.</i>
2	P: Já alguém ouviu falar de comprimento?
3	Als: Não.
4	P: Quando antigamente queríamos medir alguma coisa, o que usávamos?
5	<i>Nenhum aluno responde.</i>
6	P: Utilizávamos o nosso corpo. Alguém sabe como?
7	Al: Deitávamo-nos e depois... não me lembro!
8	P: Se utilizávamos o nosso corpo, como fazíamos?
9	Al: As mãos.
10	P: Imaginem que queríamos medir a largura da porta e não temos nada connosco. O que fazemos?
11	Al: Abrimos os braços e...
12	Al: Já sei! Púnhamos as mãos; se não chegassem púnhamos outra. Depois se fossem quatro a medida era quatro.
13	P: <i>[dirigindo-se à criança que falou]</i> Vem mostrar na porta.
14	<i>A criança levanta-se, dirige-se à porta e mede a sua largura utilizando palmos.</i>
15	P: Outra maneira. B.
16	Al: Se tivermos uma régua muito grande também conseguimos medir a porta.
17	P: Mas nós não temos! Não temos nada connosco.
18	Al: Já sei, com os pés!
19	P: <i>[dirigindo-se ao aluno que fez a última proposta]</i> Vem-nos mostrar.
20	<i>O aluno mede a largura da porta, verificando que esta corresponde a quatro passos.</i>
21	P: Quantos pés?
22	Al: Quatro.
23	P: Então digam-me uma coisa: o que será maior, o pé ou o palmo? Quantos palmos medimos?
24	Als: Onze.
25	P: E quantos pés?

26	Als: Quatro.
27	P: Então o que será mais comprido: o pé ou o palmo?
28	Als: O palmo.
29	P: Será? Vamos então agora todos medir o tampo da mesa. Com as mãos bem abertas, vamos lá medir as mesas.
30	<i>Todas as crianças medem o comprimento do tampo da mesa. A professora corrige algumas crianças na execução da medição:</i>
31	P: Não se esqueçam que o polegar vai ter com o mindinho!
32	<i>À medida que vão terminando, as crianças dizem em voz alta o resultado das suas medições:</i>
33	Al: Quatro!
34	Al: Quatro!
35	Al: Cinco!
36	Al: Quatro!
37	Al: Sete!
38	P: Então, quanto deu a todos?
39	Als: Quatro!
40	Als: Cinco!
41	P: Será que é cinco? B, vai medir a mesa do D.
42	<i>Após a medição, verificam que os resultados não são coincidentes.</i>
43	P: Porque será que dá diferente?
44	Al: Porque a minha mão é maior!
45	P: Muito bem! Agora todos em pé!
46	<i>As crianças levantam-se e colocam-se ao lado das suas mesas.</i>
48	P: Ainda se lembram quantos palmos mede a mesa?
49	Als: Sim.
50	P: Agora quero que meçam a mesa com os pezinhos.
51	<i>A professora coloca-se ao lado da mesa de um aluno e explica como se deverão deslocar ao longo da mesa para a conseguirem medir.</i>
52	Al: Dois!
53	Al: Três.
54	Al: Três e meio!
55	P: B.?
56	Al: Três.
57	P: I.?
58	Al: Dois.
59	P: A.?
60	Al: Três.
61	P: D.?
62	Al: Quatro.
63	P: P., vamos esperar que os colegas acalmem para poderes falar.
64	Al: A mim deu-me três e meio!
65	P: Três e meio? Ora mostra!
66	<i>O aluno repete a medição para que toda a turma veja.</i>
67	P: Vamos todos sentarmo-nos novamente. Lembram-se quantos palmos media a mesa?
68	Als: Quatro.
69	P: E com os pezinhos? Quando fizemos com os palmos deu mais ou menos do que com os pés?
70	Als: Deu mais.
71	P: Porquê?
72	Al: Porque os pés são maiores!
73	Al: Se não tivesse as sapatilhas calçadas ia dar mais!
74	P: Mas hoje [<i>actualmente</i>], sabem, também podemos utilizar os palmos e os pés para medir. Até utilizamos em alguns jogos!
75	<i>Os alunos referem alguns jogos tradicionais onde se usam essas unidades de medida.</i>
76	F: O meu pai também mede coisas com os pés!

77	P: Mas hoje usamos uma medida que é igual para todos. Utilizamos uma coisa que chamamos de ... alguém sabe?
78	Al: Uma fita métrica!
79	Al: Uma régua!
80	P: Quando precisamos de ter a certeza absoluta, usamos o quê?
81	Al: Uma régua!
82	P: Alguém tem uma régua?
83	<i>Todos os alunos respondem afirmativamente.</i>
84	P: Serão todas iguais?
85	<i>Os alunos começam a comparar as régua entre si e a professora chama a atenção para a igualdade das escalas, mas sem utilizar esta designação.</i>
86	P: Hoje nós utilizamos então o metro para fazermos medições, porque assim não há confusões, é tudo igual! Já alguém viu utilizar o metro?
87	Al: O meu pai quando quer vender as casas.
88	P: Para quê?
89	Al: Para os senhores saberem o tamanho.
90	P: Imaginem agora – que vão para o segundo ano – que vão comprar uma nova mochila. Há mochilas de muitos tamanhos. Mas vocês não sabem se os vossos livros cabem lá dentro. O que fazemos?
91	L: Podemos medir os livros para ver se cabem.
92	P: Muito bem.

5.1.1.1 Estrutura geral do processo de instrução – comprimento no 1º ano

A estrutura geral deste processo de estudo encontra-se representada de uma forma esquemática na Figura 6:

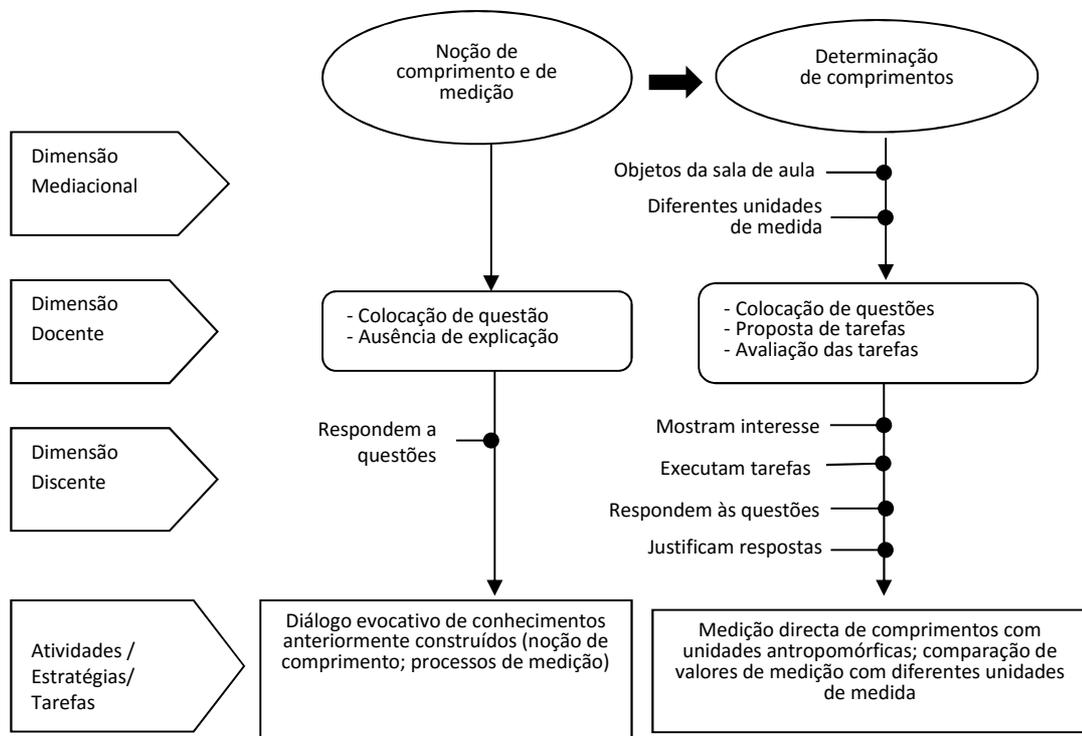


Figura 6: Estrutura global da aula sobre o comprimento no 1º ano de escolaridade

A colocação de questões e a proposta de realização de tarefas são as atividades docentes predominantes neste processo.

Os diálogos estabelecidos entre professora e alunos foram frequentemente consequência de questões de natureza situacional colocadas pela professora e de respostas dadas pelos alunos, por vezes apelando a contextos extramatemáticos, que resultaram na apresentação à turma de duas tarefas: medição directa de comprimentos e a exploração/utilização de um instrumento de medição de comprimento (régua).

Refira-se ainda o papel regulador que foi desempenhado pela professora durante a execução das atividades propostas à turma, essencial ao trabalho de docentes com crianças nesta faixa etária.

No que concerne à dinâmica discente observada em cada uma destas fases, regista-se a frequente aceitação das tarefas/desafios propostos pela docente por parte dos alunos.

Genericamente, a turma esteve atenta e participou quer na formulação de respostas às questões colocadas, quer na elaboração de justificações que as sustentassem, quer ainda na recepção de informações fornecidas pelo professor;

Além disso, na realização das tarefas propostas pela docente, os alunos tiveram oportunidade de comunicar, entre si e com o professor, e de confrontar os procedimentos que efetuaram para a realização das atividades assim como as suas soluções com as da turma.

Assinale-se a diversidade de recursos utilizados neste processo de estudo.

As atividades desenvolvidas contemplaram a exploração do espaço da sala, com recurso a objetos que dela fazem parte (porta e tampo da mesa).

Registe-se também a utilização de duas unidades de medida de comprimento de natureza antropomórfica – medição utilizando palmos e passos – e a manipulação de instrumentos de medição de comprimentos – régua.

5.1.1.2 Identificação de práticas matemáticas – comprimento no 1º ano

Continua-se a análise deste processo de estudo descrevendo as práticas matemáticas nele observadas, considerando qualquer manifestação ou ação realizada no âmbito da resolução de problemas matemáticos, na comunicação das suas soluções para validação e a sua generalização a outros contextos e problemas.

Neste episódio, a partir de colocação de duas questões, uma sobre a noção de comprimento e outra sobre processos de medição – “*Já alguém ouviu falar de comprimento?*”, em (2), e “*Quando antigamente queríamos medir alguma coisa, o que usávamos?*”, em (4) –, assistimos a um diálogo em que professora e alunos partilharam conceitos e justificações, e também à realização de tarefas de medição directa de comprimentos, frequentemente a partir de exemplificações da professora.

As práticas matemáticas mais relevantes identificadas neste processo de estudo estão sintetizadas no Quadro 2:

Quadro 2. Práticas matemáticas identificadas (comprimento - 1º ano)

<p>Alunos:</p> <ul style="list-style-type: none">- Propõem processos de medição de comprimentos- Efetuam atividades de medição de comprimentos utilizando unidades de natureza antropomórfica- Comunicam os resultados das suas medições- Justificam diferentes valores da medida do comprimento de um mesmo objeto- Exploram um instrumento de medida de comprimento (régua) <p>Professor:</p> <ul style="list-style-type: none">- Apela a conhecimentos anteriores- Contempla o papel de contextos extramatemáticos- Valida a técnica de medição directa de comprimentos- Questiona as diferenças obtidas nas medições realizadas pelos alunos- Suscita justificação para a diferente gama de valores obtidos

5.1.1.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – comprimento no 1º ano

A execução de qualquer prática matemática impõe aos seus intervenientes conhecimentos necessários à sua compreensão, à realização das tarefas explicitadas ou que lhe estão implícitas, e à interpretação e comunicação dos resultados que produziu: referimo-nos aos objetos matemáticos intervenientes e/ou emergentes neste/deste processo de instrução.

No Quadro nº 3 a seguir apresentado constam os objetos matemáticos identificados neste processo de estudo:

Quadro 3. Identificação de objetos matemáticos (comprimento - 1º ano)

<p><u>ELEMENTOS LINGUÍSTICOS</u></p> <p>Alunos: (verbais) medida, régua, grande, números inteiros, maior, meio, mais, maiores, fita métrica, tamanho, medir</p>
--

<p>Professor: (verbais) comprimento, medir, largura, maior, comprido, diferente, mais, menos, medida, metro, medições, régua, 2º, tamanhos, dentro (simbólico) <i>comprimento</i></p>
<p>CONCEITOS Alunos: Número, medida, medir, maior e menor Professor: Comprimento, medir, largura, maior e menor, comprido, metade, mais, menos, medida, igualdade, metro, interior</p>
<p>PROCEDIMENTOS Alunos: Medição de comprimento de objetos com unidades antropomórficas (mãos e pés); comparação de números que representam quantidades de comprimento; comparação de escalas de régua. Professor: Medição do comprimento de um objeto com unidades antropomórficas</p>
<p>PROPOSIÇÕES Alunos: O valor de uma medição pode ser obtido pela utilização sucessiva de uma mesma unidade de medida - (12); a determinação da medida do comprimento de um objeto pode ser concretizada com unidades antropomórficas - (6), (9), (18); a determinação da medida do comprimento de um objeto pode concretizar-se utilizando instrumentos de medição (fita métrica e régua) - (16), (78), (79); um mesmo objeto pode apresentar diferentes valores para o seu comprimento - de (67) a (70); a régua permite realizar medições de comprimentos mais fidedignas - (81) Professor: A determinação da medida do comprimento de um objeto pode ser concretizada com unidades antropomórficas - (29), (74); existem unidades de medida de comprimento de carácter universal - (77).</p>
<p>ARGUMENTOS Alunos: Existe diferença de valores para a medida do comprimento de um mesmo objeto porque se utilizaram unidades de medida com distintos comprimentos - (44), de (67) a (72); a utilização de unidades de medida antropomórficas pode revelar-se adequada e suficiente, dependendo do contexto - (87) Professor: Utilizam-se unidades de medida universais porque produzem sempre o mesmo valor da medida do comprimento de um objeto - (86)</p>

A interação dos vários objetos matemáticos presentes neste segmento de instrução, cuja descrição permite identificar a atividade matemática ocorrida neste processo de estudo, fica visível no elenco dos processos mais relevantes que aí ocorreram.

A análise deste episódio evidencia essencialmente *processos de algoritmização* de procedimentos de determinação de medidas de comprimento de objetos utilizando unidades de medida antropomórficas – de (13) a (20), de (30) a (41), de (52) a (66) – acompanhados de *processos de comunicação*, quer da responsabilidade dos alunos quer da iniciativa da professora.

Os alunos realizam alguns *processos de enunciação* de proposições, apresentando as soluções encontradas, no decurso de *processos de argumentação*, como em (11) e (12), em (16), em (44) e em (72), ou a partir de conhecimentos extramatemáticos, como em (75), em (76) e em (87).

As intervenções da professora basicamente configuram a institucionalização dos procedimentos de medição, recorrendo para esse efeito a *processos de argumentação*, visíveis de (41) a (45), de (67) a (72), em (86) e em (90).

Reconhecem-se vários *processos de generalização* em (12), (75), (87) e (91), quando os alunos identificam situações como casos particulares do caso geral.

A escrita da palavra “*Comprimento*” pela professora no quadro preto, em (1), foi o único *processo de materialização e de representação* ostensiva de um conceito neste episódio.

Este segmento instrucional é finalizado pela professora com um *processo de problematização*, em (90), terminando os alunos os processos de institucionalização associados às tarefas de medição.

5.1.1.4 Descrição de interações didáticas – comprimento no 1º ano

Identificados práticas matemáticas desenvolvidas, assim como os objetos e os processos de natureza matemática mais relevantes presentes no processo de instrução em análise, importará agora estudar de que forma estes elementos se relacionam entre si.

Para esse efeito, serão descritas as interações didáticas manifestadas, atribuindo especial importância aos conflitos semióticos detetados.

Logo no início deste segmento instrucional, ocorre um conflito semiótico quando nenhum dos alunos responde afirmativamente à questão colocada pela professora em (2) – “*Já alguém ouviu falar de comprimento?*”.

Apesar da posterior sucessão de questões e de tarefas propostas pela professora estar relacionada com esta grandeza e alguns dos seus processos de medição, essa questão não é

retomada até ao final do episódio não podendo por isso ser verificada a resolução desse conflito.

Todos os alunos experimentaram processos de medição de comprimentos com unidades antropomórficas, o que parece configurar um envolvimento real da classe nas tarefas proposta pela professora.

A professora gere a restante aula propondo tarefas de medição de comprimento de objetos existentes na sala de aula, por vezes apenas a alguns alunos – por exemplo em (13), (15), (19) e (65) -, outras vezes a todos os alunos – como em (29) e (50) –, colocando interpelações e assumindo um papel essencialmente regulador durante a realização das atividades por parte dos alunos, que dispõem para esse efeito de um razoável grau de autonomia, e de tempo e recursos que poderão ser considerados suficientes.

Por terem resultado na enunciação de argumentos válidos sobre a proporcionalidade inversa existente entre o valor da medida de comprimento de um objeto e o valor da medida do comprimento da unidade de medida, é de supor que os conflitos semióticos epistémicos e interacionais detetados de (32) a (40) e de (52) a (66) foram intencionalmente despoletados pela professora por opção didática.

5.1.1.5 Dimensão normativa do processo de estudo – comprimento no 1º ano

A análise as atividades desenvolvidas ao longo deste processo de instrução permitiu identificar a existência de regras de natureza metaepistémica e regras reguladoras das interações sociais entre alunos e professora, que se encontram discriminadas seguidamente no Quadro 4:

Quadro 4. Identificação de normas e metanormas (comprimento - 1º ano)

Normas meta-epistémicas:
Existem diferentes métodos de resolver um mesmo problema - (9), (16), (18) As soluções dos problemas têm de ser verificadas - (13), (19), (41), (65) Executam-se procedimentos matemáticos em contextos extramatemáticos - (75), (76), (87), (91)
Normas reguladoras de interações:
O professor avalia a correção de um procedimento - (30), (85) O professor decide a validade de uma argumentação - (45) O professor tem um papel determinante no início - (13), (15), (19) -, desenvolvimento - (30), (51), (85), (90) - e conclusão de intervenções dos alunos - (45), (86), (92)

Normas reguladoras da utilização de materiais na aula:
Os recursos físicos existentes na sala servem como suportes didáticos às atividades - (29), (50)

5.1.2 EXPLORAÇÃO DA MASSA NO 1º ANO

Implementada no 3º período do ano letivo numa instituição privada e com uma duração de aproximadamente quarenta e cinco minutos, na aula cuja transcrição se apresenta em seguida participaram 17 alunos.

As mesas de trabalho formavam um quadrado estando todos os alunos dispostos ao longo dos seus lados.

No centro desse quadrado encontravam-se já colocados diversos materiais que foram utilizados ao longo deste processo de instrução.

Quadro 5: Transcrição do processo de estudo - Massa no 1º ano

Representação escrita da aula	
1	<i>A professora retira duas balanças de uma caixa: uma balança de cozinha e uma balança de dois pratos.</i>
2	Als: Olha, balanças!
3	P: Vocês disseram muito bem: balanças. Para que servem?
4	Al: Para pesar!
5	P: Muito bem. Vocês disseram o peso mas também podemos dizer a massa: o peso de um caixote ou a massa. Temos uma balança no chão, para que serve?
6	Al: Para medir.
7	P: O peso ou ...
8	Als: a massa!
9	P: Muito bem. Para que serve, então?
10	Al: Para pesar pessoas.
11	P [apontando para a balança de cozinha]: E esta aqui?
12	Al: Para pesar a fruta!
13	Al: Para pesar, quando queremos fazer um bolo...o açúcar!
14	P: Muito bem, para pesar os ingredientes para um bolo. Nós já aqui fizemos um bolo.
15	Al: Também podemos pesar lá um estojo!
16	P [apontando para a balança de dois pratos]: E esta balança, para que servirá? Quantos pratos tem?
17	Als: Dois.
18	P: Porque será que esta tem dois pratos? Vamos imaginar que vamos ao supermercado e encomendávamos um produto que pesava quatro quilos. Para sabermos se o peso estava certo, púnhamos quatro quilos do outro lado e víamos se estava certo. Como sabemos?
19	Al: Se estiverem iguais.
20	P: Muito bem. Quando queremos comparar o peso de dois objetos, nós usamos balanças de dois pratos.
21	Al: Com esta balança podemos ver em dois objetos qual é mais leve e qual é mais pesado.
22	Al: Se puseres uma coisa com cinco quilos e outra com quatro, do lado que tem cinco quilos fica maior.

23	P [<i>apontando para a balança de dois pratos</i>]: Vamos só utilizar esta balança. Como se chama?
24	Als: De dois pratos.
25	P: Vamos pesar então o estojo do J.M.
26	<i>A professora coloca o estojo num dos pratos da balança e no outro coloca um cone de revolução em madeira.</i>
27	P: O que é mais pesado, I.?
28	Al: O estojo do J.M.
29	P: Porquê?
30	Al: Porque está a cair mais para baixo!
31	P: Isso significa que é tão pesado que faz força para baixo. Quem já andou num balancé?
32	Als: Euu!!
33	P: Vamos imaginar que a M. vai andar de balancé com a irmã mais velha [<i>adolescente com 17 anos</i>]. O que acontece se alguém sai de um lado?
34	Als: Vamos para baixo!
35	P: Porquê?
36	Al: Porque não está lá ninguém!
37	P: Porque fica mais peso onde vocês estão.
38	<i>A professora simula esta situação, retirando primeiro o estojo, e repetindo esse procedimento com o cone.</i>
39	P: O lado que está mais próximo do chão é o que está mais...
40	Als: pesado!
41	P: Vamos então comparar objetos. O que vamos pesar?
42	Al: Uma régua e um lápis. Ou uma borracha.
43	P: Então traz cá. Num prato pomos o lápis e no outro...
44	Als: A borracha.
45	<i>A professora coloca um objeto em cada prato.</i>
46	P: Qual pesa mais?
47	Al: A borracha.
48	P: Porquê?
49	Al: O prato da borracha fica em baixo.
50	P: Porque é mais pesado. Muito bem. Vamos pesar mais umas coisinhas. I., traz um livro dali [<i>apontando para um armário</i>] e uma vela.
51	<i>A aluna vai buscar os objetos solicitados.</i>
52	Al: O livro é mais pesado!
53	Al: É a vela!
54	P: Quem tem razão?
55	Al: É o livro: pode ter mais páginas mas a vela tem cera, que é mais pesada!
56	P: E se o livro tiver mais páginas? Se for o meu dicionário?
57	<i>A professora coloca o livro num prato da balança e a vela no outro. O livro é o objeto mais pesado.</i>
58	P: Qual pesa mais?
59	Als: O livro.
60	Al: Se a vela fosse um bocadinho mais pesada ficava igual.
61	P: M., vai buscar outra vela.
62	<i>A aluna vai buscar outra vela e entrega-a à professora, que as mostra à turma toda.</i>
63	P: Qual das velas vai pesar mais? A branca ou a vermelha?
64	<i>As opiniões dividem-se pelas três possibilidades: uma das velas ser mais pesada que a outra ou terem pesos iguais.</i>
65	P: I., porque dizes que é a branca?
66	Al: Porque é maior!
67	P: Vamos ver quem tem razão.
68	<i>A professora coloca as duas velas na balança: a branca é a mais pesada.</i>
69	P: A vela branca é mais pesada porquê?
70	Al: Porque é maior!
71	P: Vamos então ver a vela branca e a caixa da balança. O que é maior?

72	Als: A caixa.
73	Al: Mas a caixa é de cartão!
74	<i>A professora coloca a vela branca num prato da balança e a caixa no outro. A vela é mais pesada.</i>
75	P: Então, a caixa é grande mas é feita de cartão, que é um material leve; a vela é mais pequena mas é feita de cera, que é um material mais...
76	Als: pesado!
77	Al: Se tivesse mais caixas, podia ficar igual!
78	P: Então vai buscar duas caixas ao armário.
79	<i>O aluno vai buscar as caixas e junta-as à que já está num dos pratos da balança: passa agora a vela a ser mais leve.</i>
80	P: Vêm, não é o tamanho que nos diz se um objeto é mais ou menos pesado!
81	P: Já todos os meninos foram ao médico, não foram?
82	Als: Já.
83	P: E já todos se pesaram?
84	Als: Sim.
85	P: E qual é a balança que serve para isso?
86	Als: A do chão.
87	P: A A. vai pesar-se e o D. vai ver quanto ela pesa.
88	<i>A aluna A. coloca-se na balança e o colega, com a ajuda da professora, faz a leitura do peso na escala.</i>
89	Al: Vinte e quatro!
90	P: Vinte e quatro quê?
91	Als: Vinte e quatro quilos!
92	P: Agora vai a M. e o G. vai ver quanto a M. pesa.
93	<i>As crianças satisfazem o pedido da professora.</i>
94	P: Cada tracinho a seguir ao vinte conta um quilograma.
95	Al: Vinte e dois.
96	P: Vinte e dois quê, G.?
97	Al: Vinte e dois quilos.
98	A professora dirige-se ao quadro onde escreve: 24 kg 22 kg
99	P: I., quanto pesam estes dois meninos?
100	<i>A aluna dirige-se ao quadro, onde escreve $24 + 22$</i> <i>Seguidamente, realiza a operação, escrevendo:</i>
101	$ \begin{array}{r} \text{D U} \\ 24 \\ + 22 \\ \hline \square \square \square \square \\ \square \square \\ \hline 46 \end{array} $
102	P: Quanto deu?
103	Al: Quarenta e seis quilos.
104	<i>A aluna retoma o seu lugar e os colegas copiam a conta do quadro para o caderno.</i>
105	P: Atenção ao que eu vou fazer e vou dizer.
106	<i>A professora pega em algumas barras de plasticina e coloca-as na balança de cozinha.</i>
107	Als: Ó professora, [o ponteiro da balança] não se mexeu!
108	P: Um, dois, ..., doze paus de plasticina. E a nossa balança, coitadinha, não se mexeu! Mas posso dizer-vos que esta plasticina pesa aproximadamente 50 gramas. Mas eu encontrei uma técnica: vocês vão ver se resulta ou não. Se eu puser a plasticina numa grande pirâmide vai pesar mais ...
109	Als: Pois vai!

110	<i>A professora vai rodando a balança para que todos vejam a sua escala.</i>
111	P: Estão a ver onde está o ponteiro. Está um bocadinho depois do zero.
112	<i>A professora reorganiza as barras de plasticina na balança, colocando-as todas juntas, encostadas umas às outras, na vertical.</i>
113	P: Então?
114	Als: Está na mesma!
115	P: Mas então, vocês disseram que...
116	Als: É igual!
117	P: Afinal está aqui um monte mas pesa o mesmo!
118	Al: Porque é a mesma plasticina!
119	P: Exactamente. Nós temos a mesma plasticina, podemos mudar a forma da plasticina mas ela não muda de peso.
120	P [<i>apontando para a balança</i>]: Olhem, caiu a nossa torre! Mudou alguma coisa?
121	Als: Não!
122	P: Nós não pusemos lá nada nem retiramos de lá nada.
123	Al: Se nós juntássemos a borracha da F. já mudava!
124	P: Pois já, mas nós não vamos misturar a borracha com a plasticina...

5.1.2.1 Estrutura geral do processo de estudo – massa no 1º ano

A partir da exploração e utilização de dois tipos de balanças existentes na sala de aula em que se desenvolveu este episódio – balança de dois pratos e dinamómetro –, as funções desempenhadas pela professora responsável pela turma traduziram-se essencialmente na atribuição de tarefas e sua consequente regulação, tendo a professora assumido com grande preponderância a gestão da sequência de atividades que propôs aos seus alunos. É visível a sua ação motivacional em diferentes momentos deste processo de instrução, quer apelando a dados e experiências não escolares dos alunos (recorrendo a características biográficas, atividades do quotidiano e jogos tradicionais, por exemplo), quer seleccionando-os para exemplificação e realização de processos de medição.

Refira-se a sua efectividade no controle tanto nas atividades de interação social (nos diálogos ocorridos com e entre os alunos) como nas de natureza procedimental, na exemplificação do manuseamento dos instrumentos de medição.

No desempenho dos alunos são de destacar, pela sua frequência, as ações de formulação de respostas às questões colocadas pela professora e as de argumentação oral. Apesar de responderem positivamente aos desafios que foram sendo colocados pela professora, não são numericamente muito representativas as tarefas de exercitação por parte dos alunos: a comparação de massas de diferentes objetos é realizada na sequência de manuseio dos utensílios de medição não da sua responsabilidade mas sim da professora.

Na dimensão mediacional destaca-se a variedade de suportes físicos utilizados – livros, lápis, estojo, velas, caixa de cartão, plasticina; assinala-se ainda o recurso ao quadro para realização de uma operação de adição de valores de massas.

A Figura 7, da página seguinte, apresenta uma visão esquemática do processo de estudo implementado:

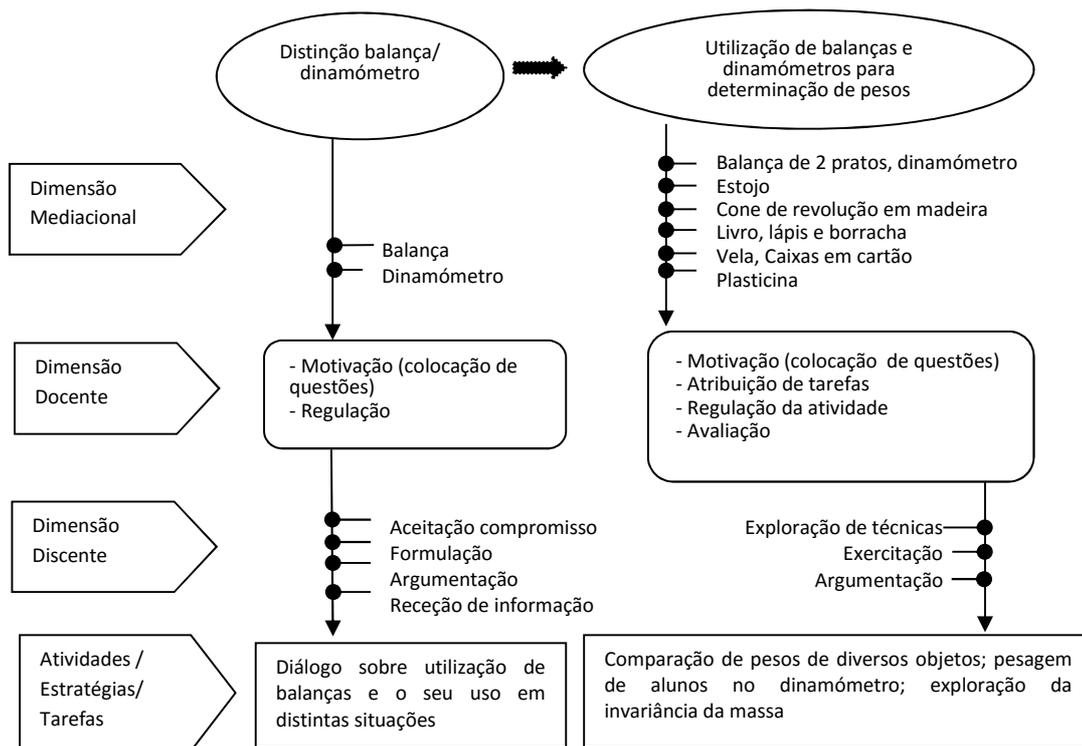


Figura 7: Estrutura global da aula sobre a massa no 1º ano de escolaridade

5.1.2.2 Identificação de práticas matemáticas – massa no 1º ano

Já apresentada uma visão diagramática da estrutura geral deste episódio de sala de aula, no Quadro 6 estão elencadas as principais práticas matemáticas que nele foram reconhecidas:

Quadro 6. Práticas matemáticas identificadas (massa –1º ano)

<p>Alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Identificam instrumentos de medição de massa e de peso e suas funções - Demonstram saber utilizar balanças - Formulam hipóteses para comparação de peso de objetos - Interpretam situações de pesagem de objetos - Realizam operações aritméticas envolvendo valores numéricos de medições

Professor: - Contempla contextos extramatemáticos na aula de matemática

- Exemplifica a utilização de balanças, recorrendo a situações do quotidiano dos alunos e a aulas anteriores
- Suscita explicações para os resultados obtidos nos processos de medição
- Demonstra situações de invariância de massa/peso
- Apela a conhecimentos de outras áreas da matemática (sistema de numeração decimal e operações numéricas)

5.1.2.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – massa no 1º ano

Os principais objetos matemáticos que emergiram no processo instrucional em estudo estão identificados no Quadro 7.

Saliente-se a existência de elementos linguísticos de natureza gráfica, que, como já vimos, não tiveram lugar no noutro episódio de aula realizado no mesmo ano de escolaridade.

Quadro 7. Identificação de objetos matemáticos (massa – 1º ano)

<u>ELEMENTOS LINGUÍSTICOS</u>	
<p>Alunos: (verbais) balanças, pesar, medir, massa, dois, iguais, leve, pesado, cinco, quilos, quatro, maior, grande, vinte e quatro, vinte e dois, quarenta e seis, mesma</p> <p>(gráficos)</p>	$ \begin{array}{r} D U \\ 24 \\ + 22 \\ \hline \square \square \square \square \\ \square \square \\ \square \square \\ \hline 46 \end{array} $
<p>(simbólicos) $24 + 22$</p>	
<p>Professor: (verbais) balanças, peso, massa, quilogramas, comparar, leve, pesado, maior, leve, um, dois, quatro, pesar, maior, grande, pequeno, duas, comparar, mais, doze, zero, cinquenta, gramas</p> <p>(simbólicos) 24 kg 22 kg</p>	
<u>CONCEITOS</u>	
<p>Alunos: Pesar, medir, massa, peso, iguais, leve/pesado, quilos, mais pesado, maior, dezena, unidade</p> <p>Professor: Peso, massa, quilos, comparar, pesar, maior, grande/pequeno, leve/pesado, tamanho, quilograma, gramas, o mesmo, forma</p>	

<p>PROCEDIMENTOS</p> <p>Alunos: Determinação do seu peso; leitura de valores representativos de pesos de objetos; comparação da massa de objetos; resolução de uma adição de números inteiros</p> <p>Professor: Manipulação de balanças; representação escrita de linguagem oral (registo dos valores do peso de dois alunos)</p>
<p>PROPOSIÇÕES</p> <p>Alunos: As balanças servem para medir pesos - (4), (6), (10), (12), (13), (15); as balanças de dois pratos permitem determinar qual objeto é mais leve e qual é o mais pesado - (21), (22); os objetos mais pesados provocam maior descida no prato da balança - (30), (40), (49); os objetos maiores são os mais pesados - (66), (70); é possível equilibrar uma balança de dois pratos - (77); o peso de um indivíduo determina-se num dinamómetro - de (83) a (86); a disposição dos objetos não altera o seu peso - (116), (118).</p> <p>Professor: Quando queremos comparar o peso de dois objetos, nós usamos balanças de dois pratos - (20); é tão pesado que faz força para baixo - (31); não é o tamanho que nos diz se um objeto é mais ou menos pesado - de (71) a (80); podemos mudar a forma da plasticina mas ela não muda de peso - de (112) a (120).</p>
<p>ARGUMENTOS</p> <p>Alunos: O objeto mais pesado provoca maior descida no prato da balança - de (28) a (30), de (34) a (36), de (46) a (49), (70); a colocação de objetos possibilita obter o equilíbrio de uma balança - (77); invariância do peso - de (118) a (122);</p> <p>Professor: O objeto mais pesado provoca maior descida no prato da balança - (37), (49); invariância do peso - (119)</p>

Como veremos, a interação dos vários objetos matemáticos acima referidos ocorreu mediante processos matemáticos de vários tipos.

Nesta aula, a professora realizou de forma sistemática *processos de institucionalização*, com especial destaque em (5), (20), (80) e (119), gerindo esses processos recorrendo frequentemente a *processos de argumentação*, envolvendo diversos elementos intensivos (grandeza peso, quantidade de peso, unidades de medida de peso, a medida como aplicação entre o conjunto das quantidades de grandeza e os números positivos, invariância do peso, como exemplos).

A partir do *processo de materialização* realizado pela professora em (98) quando escreve no quadro os valores do peso de dois alunos, uma aluna mobilizou objetos e

procedimentos matemáticos, na materialização traduzida pelo cálculo da soma dos valores dos pesos de dois alunos, em (101), único momento de algoritmização escrita observado.

Os *processos de algoritmização* exemplificativos da utilização de balanças de dois pratos foram efetuados pela professora na sequência de *processos de generalização*, invocando vários contextos específicos de medição da realidade dos alunos – como em (10), (12), (15), (18), (31) –, e por alguns alunos na determinação do seu peso – em (88) e (92).

Detetam-se neste segmento de aula vários *processos de enunciação e comunicação*: por parte dos alunos – uma balança serve para pesar, em (4); os dinamómetros servem para pesar indivíduos, em (10) e (86); as balanças de dois pratos servem para pesar objetos, em (12), (13) e (15); é possível equilibrar uma balança, em (77) –, e da responsabilidade da professora – as balanças de dois pratos servem para comparar o peso de dois objetos, em (20); o peso de um objeto não depende do seu tamanho, em (75) e (80); a mudança de forma de um objeto não implica mudança do seu peso, em (119).

5.1.2.4 Descrição de interações didáticas – massa no 1º ano

Para a implementação deste processo de estudo estiveram disponíveis vários recursos de apoio às atividades desenvolvidas; no entanto, a sua utilização foi maioritariamente da responsabilidade da docente – em (26), (38), (45), (57), (68), (74), (106), (110) e (112) –, tendo havido muito poucas oportunidades de experimentação por parte dos estudantes.

Apesar da muita participação oral dos alunos, nomeadamente na sugestão de objetos para pesagem e na realização de algumas sequências argumentativas, nesta aula não é visível o fomento de trabalho colaborativo entre eles e raramente se assiste a momentos de promoção da sua autonomia, nomeadamente no que diz respeito à manipulação dos instrumentos de medição disponíveis na sala (excetuando as pesagens de dois alunos realizadas em (88) e (92), todas as outras medições foram executadas pela professora).

Neste processo de instrução, registamos como primeiro e potencial conflito semiótico do tipo epistémico a introdução dos conceitos massa e peso como conceitos com igual significado, em (5); não sendo mais retomado, é de supor que para estes alunos os dois termos podem ser utilizados como sinónimos.

Posteriormente assinala-se um outro conflito que resultou de se considerar que para se determinar o peso de pessoas e de objetos devem ser utilizados diferentes instrumentos de

medição: na sequência comunicativa mantida entre alunos e professora de (3) a (15) e nas práticas de medição após esta sequência, as balanças de dois pratos são o utensílio utilizado para pesar objetos e comparar peso de objetos – evidenciadas em (25), (26), (68) e (74), por exemplo –, o dinamómetro é usado para determinar o peso de dois alunos, em (88) e (93), mas quase no final da aula o dinamómetro é usado para pesar as barras de plasticina, contrariando as enunciações previamente formuladas.

Em (64) ocorre um conflito semiótico de tipo interacional, não havendo concordância dos alunos na previsão sobre qual o objeto mais pesado, ultrapassado na sequência da observação da pesagem dos objetos efetuada pela professora.

Novo conflito epistémico emerge em (109), manifestado pelos alunos quando consideram que a alteração da forma de um objeto implica a alteração do seu peso; este conflito parece solucionado a partir da atuação da professora.

Nesse momento e até ao fim deste segmento de instrução, o diálogo suscitado pela sua manipulação da balança de dois pratos possibilita nos alunos a institucionalização da independência do peso de um objeto relativamente à sua forma.

5.1.2.5 Dimensão normativa do processo de estudo – massa no 1º ano

Nas dinâmicas observadas durante a implementação deste processo de ensino é perceptível a existência de normas de distintas categorias.

A análise da transcrição em análise permitiu identificar como mais significativas e recorrentes as que estão elencadas no Quadro 8, que a seguir se disponibiliza:

Quadro 8. Identificação de normas e metanormas (massa - 1º ano)

Normas epistémicas:
Existem instrumentos específicos para determinar massa/peso - (20)
Normas meta-epistémicas:
As conjecturas devem ser verificadas - (67) As práticas e os contextos extramatemáticos justificam procedimentos matemáticos - (10), (12), (18), de (31) a (33), de (81) a (84).
Normas reguladoras de interações:
O professor valida a enunciação de conceitos e propriedades - (9), (14), (20), (119) É o professor que seleciona o aluno que vai realizar uma tarefa - (50), (61), (78), (87), (99)

O professor reforça a necessidade de se estar atento na aula - (11), (23), (105), (120)
Normas reguladoras da utilização de materiais na aula:
Cabe ao professor a seleção de materiais para uso na aula - (79), (106), (124)
Os exercícios realizados no quadro devem ser copiados para o caderno - (74)

5.2 ANÁLISE DE PROCESSOS DE ESTUDO NO 2º ANO DE ESCOLARIDADE

5.2.1 EXPLORAÇÃO DO COMPRIMENTO NO 2º ANO

Nesta secção descrevemos e analisamos um processo de estudo que decorreu em uma instituição privada, com uma turma de 22 alunos do 2º ano de escolaridade, durante o 3º período do ano letivo.

As atividades foram desenvolvidas durante 58 minutos com a turma organizada em 5 grupos, de 4 e de 5 elementos.

A transcrição escrita desta aula encontra-se no Quadro 9.

Quadro 9. Transcrição do processo de estudo – Comprimento no 2º ano

Representação escrita da aula	
1	P: Nós sabemos que desde antigamente as pessoas precisam de medir coisas, não é verdade? Se nós tivermos que medir líquidos, o que medimos?
2	Al: A capacidade!
3	P: E qual é a unidade de medida de capacidade?
4	Als: Litro!
5	P: Mas também vimos que existem capacidade maiores do que o litro e outras menores. Mas hoje não vamos tratar das medidas de capacidade; às vezes precisamos de medir outras coisas.
6	Al: Pois, nós já medimos muitas coisas: a mesa...
7	P: Há muito tempo utilizámos o nosso corpo.
8	Al: Os pés!
9	Al: As mãos, os palmos...
10	P: Porque se chama palmos?
11	Al: Porque é com a palma da nossa mão!
12	Al: E também porque é com elas que batemos palmas!
13	<i>A professora exemplifica no quadro como se efectua a medição em palmos</i>
14	P: O comprimento é a distância entre dois pontos. Imaginem que queríamos medir a distância entre estes dois pontos.
15	<i>A professora dirige-se ao quadro, onde marca dois pontos, e mede a distância entre eles utilizando o seu palmo.</i>
16	P: Nós hoje vamos fazer um trabalho em grupo. Vamos medir comprimentos em palmos, com as mãos e com os pés. A., como medimos com os pés?
17	O aluno <i>levanta-se e exemplifica a medição do comprimento do chão com os pés.</i>
18	<i>A professora repete o procedimento, dizendo:</i>
19	P: Se quisermos medir o comprimento desta sala, temos que estabelecer o início e

	o fim. Como já disse, hoje vamos trabalhar em grupo. Cada grupo vai ter duas tarefas a realizar: medir em palmos o comprimento do quadro ou o peitoril da janela ou as estantes dos livros ou o tampo da secretária ou o comprimento da sala...
20	<i>São constituídos 5 grupos de trabalho. A professora distribui uma folha com a discriminação das tarefas a executar por cada grupo. Os grupos começam a executar as tarefas propostas: um mede o comprimento do quadro e do tampo da secretária, outro mede o comprimento da sala e do peitoril da janela.</i>
21	<i>Todos os elementos de cada grupo executam as tarefas propostas, comparando os resultados obtidos com os dos colegas de grupo. Os valores obtidos são registados nos cadernos.</i>
22	P: Agora vou eu medir um objeto com o meu palmo e com os meus pés.
23	<i>A professora mede o comprimento da sala, e vai contando em voz alta o número de pés necessários; a turma vai acompanhando essa contagem.</i>
24	Als: Trinta e quatro!
25	P [<i>dirigindo-se a um dos grupos</i>]: L., quanto vos deu?
26	Al: Trinta e nove!
27	P [<i>dirigindo-se a outro grupo</i>]: E a vocês, A.?
28	Al: Trinta e sete!
29	Als: Se calhar é dos pés, uns pequenos e outros maiores!
30	P: E o armário da sala? Quanto vos deu?
31	Al: Oito.
32	P: E ao outro grupo?
33	Al: Oito e meio.
34	P: Porque será esta diferença? Pode ser? E o quadro? Quanto deu?
35	Al: Vinte palmos.
36	P [<i>dirigindo-se a outro grupo</i>]: E a vocês?
37	Al: Dezoito e meio!
38	P: Vou experimentar eu!
39	<i>A professora mede o comprimento do armário. A contagem dá 12 palmos.</i>
40	P: Porque será?
41	Al: As mãos são diferentes!
42	P: A minha mão é maior ou mais pequena?
43	<i>Ninguém responde.</i>
44	Al: No nosso grupo deu a todos o mesmo número!
45	P: Então o que é que isso quer dizer?
46	Al: Se calhar temos mãos iguais!
47	P: Então imaginem que eu queria uma mesa com oito palmos. Será que ficaria com o tamanho que eu queria ou podia ficar diferente?
48	Al: Dizias ao carpinteiro que querias uma mesa com oito luvas iguais a esta [<i>apontando para uma luva de beisebol</i>].
49	P: Vamos então agora medir mais alguns objetos. Cada grupo vai buscar uma capa amarela. Vou também pedir a cada grupo que coloque o caderno de Matemática sobre a mesa.
50	<i>Enquanto os alunos vão buscar os materiais solicitados, a professora distribui uma palhinha por cada mesa de grupo.</i>
51	P: Todos têm a capa, o caderno e uma palhinha?
52	Als: Sim.
53	P: Então agora vamos utilizar uma medida igual para toda a gente. Vou também dar um clip a cada grupo e vão medir a capa, o caderno e a palhinha. Viram que quando medimos com palmos não deu igual a toda a gente. Agora vamos ver quantos clips contam.
54	<i>As crianças começam a efectuar as suas medições. Em todos os grupos o ambiente é calmo. São utilizadas duas estratégias: nuns grupos, a repetição da unidade é conseguida rodando o clip sobre si mesmo; noutros, marcando a extremidade do clip antes de o retirar para prosseguirem a medição. A professora vai circulando pelos grupos, verificando os procedimentos e ajudando, quando necessário.</i>
55	<i>A professora dirige-se à sua secretária, pega num fio grosso que lá se encontra e dele corta cinco pedaços.</i>

56	P: Primeiro mediram tudo com o clip, e agora vão medir com o fio que eu vos vou dar.																		
57	<i>Os alunos retomam as medições, agora utilizando o pedaço de fio.</i>																		
58	P: Alguns grupos já terminaram, mas outros ainda não. [<i>apontando para um grupo</i>] Os membros deste grupo não conseguiram trabalhar em conjunto. Agora, que já todos terminaram, vamos ver os resultados. Eu dei um clip e um fio a cada grupo. O porta-voz de cada grupo vai dizer quanto mede cada capa em clips.																		
59	<i>A professora dirige-se ao quadro e escreve o valor dito por cada aluno na seguinte tabela:</i>																		
	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th><i>clips</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><i>Grupo 1</i></td> <td><i>8 e meio</i></td> </tr> <tr> <td><i>Grupo 2</i></td> <td><i>9 e meio</i></td> </tr> <tr> <td><i>Grupo 3</i></td> <td><i>12</i></td> </tr> <tr> <td><i>Grupo 4</i></td> <td><i>11 e meio</i></td> </tr> <tr> <td><i>Grupo 5</i></td> <td><i>6 e meio</i></td> </tr> </tbody> </table>		<i>clips</i>	<i>Grupo 1</i>	<i>8 e meio</i>	<i>Grupo 2</i>	<i>9 e meio</i>	<i>Grupo 3</i>	<i>12</i>	<i>Grupo 4</i>	<i>11 e meio</i>	<i>Grupo 5</i>	<i>6 e meio</i>						
	<i>clips</i>																		
<i>Grupo 1</i>	<i>8 e meio</i>																		
<i>Grupo 2</i>	<i>9 e meio</i>																		
<i>Grupo 3</i>	<i>12</i>																		
<i>Grupo 4</i>	<i>11 e meio</i>																		
<i>Grupo 5</i>	<i>6 e meio</i>																		
60	P: Agora vamos ver quais foram os valores obtidos com os fios.																		
61	<i>A professora volta ao quadro e regista os novos valores obtidos por cada grupo, completando a tabela anterior:</i>																		
	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th><i>clips</i></th> <th><i>fios</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><i>Grupo 1</i></td> <td><i>8 e meio</i></td> <td><i>3 e meio</i></td> </tr> <tr> <td><i>Grupo 2</i></td> <td><i>9 e meio</i></td> <td><i>2 e um terço</i></td> </tr> <tr> <td><i>Grupo 3</i></td> <td><i>12</i></td> <td><i>3 e meio</i></td> </tr> <tr> <td><i>Grupo 4</i></td> <td><i>11 e meio</i></td> <td><i>3 e meio</i></td> </tr> <tr> <td><i>Grupo 5</i></td> <td><i>6 e meio</i></td> <td><i>5 e meio</i></td> </tr> </tbody> </table>		<i>clips</i>	<i>fios</i>	<i>Grupo 1</i>	<i>8 e meio</i>	<i>3 e meio</i>	<i>Grupo 2</i>	<i>9 e meio</i>	<i>2 e um terço</i>	<i>Grupo 3</i>	<i>12</i>	<i>3 e meio</i>	<i>Grupo 4</i>	<i>11 e meio</i>	<i>3 e meio</i>	<i>Grupo 5</i>	<i>6 e meio</i>	<i>5 e meio</i>
	<i>clips</i>	<i>fios</i>																	
<i>Grupo 1</i>	<i>8 e meio</i>	<i>3 e meio</i>																	
<i>Grupo 2</i>	<i>9 e meio</i>	<i>2 e um terço</i>																	
<i>Grupo 3</i>	<i>12</i>	<i>3 e meio</i>																	
<i>Grupo 4</i>	<i>11 e meio</i>	<i>3 e meio</i>																	
<i>Grupo 5</i>	<i>6 e meio</i>	<i>5 e meio</i>																	
62	P: Eu dei um clip e um fio a cada grupo. Porque será que dá números diferentes?																		
63	Als: Porque têm tamanhos diferentes.																		
64	P: Reparem no tamanho dos fios. Já viram como este é pequeno [<i>apontando para o fio mais curto</i>]? Estão a ver que é por isso que tiveram de ...																		
65	Al: ... o utilizar mais vezes!																		
66	P: Foi como aconteceu quando medimos o comprimento da sala, que não deu igual. Vamos ver só os resultados da palhinha. Quantos clips deu para cada palhinha?																		
67	Al: Seis!																		
68	Al: Sete!																		
69	Al: Onze!																		
70	Al: Oito e meio!																		
71	Al: Quatro e meio!																		
72	P: Se eu dei clips a toda a gente, porque deram valores diferentes?																		
73	Al: Porque os clips não tinham todos o mesmo tamanho!																		
74	P: Quando demos o litro e queríamos dizer a capacidade do pacote de leite, o que dizíamos?																		
75	Als: Um litro!																		
76	P: Pois, nunca dizíamos só um, dizíamos um litro. Se olharmos para o quadro que fizemos só vemos números, tal como nos papéis que preencheram na primeira tarefa, onde registaram os palmos. Se fôssemos à sala da professora Rita pedir uma capa que medisse x clips, o que podia acontecer?																		
77	Al: Podia dar um resultado diferente!																		
78	Al: ou então levávamos o clip connosco!																		
79	P: Era também uma solução. Então, que medida é que podíamos usar?																		
80	Al: A fita métrica!																		
81	P: Por exemplo. Vocês até a trouxeram de casa.																		
82	<i>A professora dirige-se à sua secretária donde traz uma fita métrica de recolher.</i>																		
83	P: A fita métrica serve para termos sempre a mesma medida! Se vocês disserem que a nossa mesa mede um metro e o vosso pai quiser mandar fazer uma mesa igual, é ou não possível?																		
84	Al: Sim.																		

85	P: Porque o metro é igual em todo o sítio. Venham cá ver!
86	<i>Dois alunos vão junto à professora e verificam a igualdade de comprimento de um metro comparando directamente as várias fitas que estão sobre a mesa.</i>
87	P: Isto acontece aqui como na ...
88	Al: ... China!
89	P: E em todo o mundo é igual. E será que tudo o que está à nossa volta mede um metro?
90	Al: Não!
91	Al: O quadro mede mais!
92	P: O metro é uma medida igual para toda a gente e resolve estas diferenças.

O processo de instrução que acabámos de apresentar será alvo de análise detalhada e apresentada em seguida.

5.2.1.1 Estrutura geral do processo de estudo – comprimento no 2º ano

A estrutura geral deste processo de estudo encontra-se representada de uma forma esquemática na Figura 8:

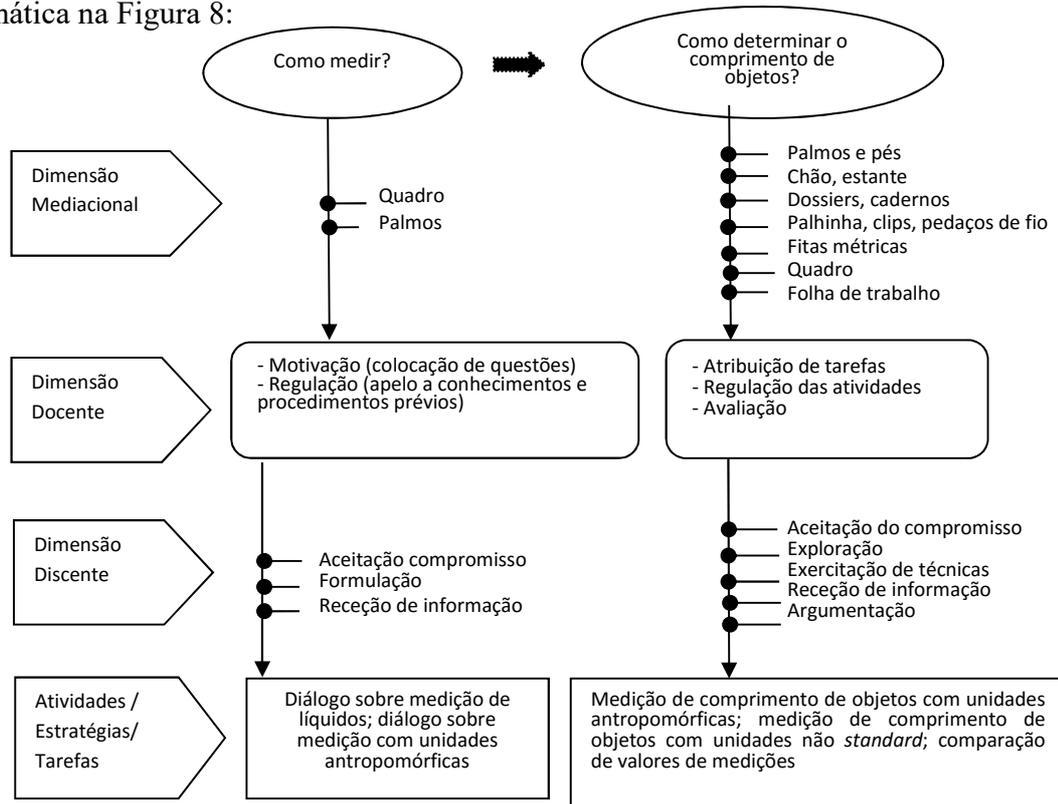


Figura 8: Estrutura global da aula sobre o comprimento no 2º ano de escolaridade

5.2.1.2 Identificação de práticas matemáticas – comprimento no 2º ano

No Quadro 10 que a seguir apresentamos encontram-se elencadas as práticas matemáticas mais relevantes efectivadas por parte dos alunos e da professora no desenvolvimento deste processo de instrução.

Quadro 10: Práticas matemáticas identificadas (comprimento – 2º ano)

<p>Alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Evocam conceitos e procedimentos sobre grandezas, unidades de medida e processos de medição realizados anteriormente - Efectuam atividades de medição de comprimentos utilizando unidades de natureza antropomórfica e utilizando objetos do quotidiano - Comunicam os resultados das suas medições - Apresentam justificações para a obtenção de diferentes valores de medição do comprimento de um mesmo objeto - Seleccionam estratégias de medição de comprimentos - Exploram um instrumento de medição de comprimento (fita métrica) <p>Professor:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Recupera conhecimentos e procedimentos prévios sobre grandezas e unidades de medida - Exemplifica processo de medição com unidades antropomórficas - Apresenta definição de comprimento - Motiva os alunos para a realização de atividades de medição de comprimento de objetos da sala de aula com auxílio de distintas unidades de medida - Regista numa tabela de dupla entrada os valores obtidos nas medições dos comprimentos de diferentes objetos - Suscita justificações para as diferenças existentes entre as várias medições - Reforça a necessidade de indicação da unidade de medida utilizada na representação do valor de qualquer medição - Justifica a existência de unidades de medida de carácter universal
--

5.2.1.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – comprimento no 2º ano

No Quadro 11 estão explicitados os objetos matemáticos identificados no processo instrucional em análise, descrevendo-se posteriormente os processos matemáticos mais significativos que foram realizados.

Quadro 11. Identificação de objetos matemáticos (comprimento – 2º ano)

<p><u>ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS</u></p> <p>Alunos: (verbais) capacidade, litro, números inteiros, pequenos, maiores, meio, diferentes, número, iguais, tamanhos, mais vezes, fita métrica, medida</p>

<p>Professor: (verbais) medir, unidade, medida, capacidade, litro, maiores, menores, comprimento, distância, dois, pontos, início, fim, mais pequena, tamanho, valores, diferentes, fita métrica, metro, comprido, diferente, mais, menos, medida, metro, medições, segundo, tamanhos, dentro</p> <p>(simbólicos)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th><i>clips</i></th> <th><i>fios</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><i>Grupo 1</i></td> <td><i>8 e meio</i></td> <td><i>3 e meio</i></td> </tr> <tr> <td><i>Grupo 2</i></td> <td><i>9 e meio</i></td> <td><i>2 e um terço</i></td> </tr> <tr> <td><i>Grupo 3</i></td> <td><i>12</i></td> <td><i>3 e meio</i></td> </tr> <tr> <td><i>Grupo 4</i></td> <td><i>11 e meio</i></td> <td><i>3 e meio</i></td> </tr> <tr> <td><i>Grupo 5</i></td> <td><i>6 e meio</i></td> <td><i>5 e meio</i></td> </tr> </tbody> </table>		<i>clips</i>	<i>fios</i>	<i>Grupo 1</i>	<i>8 e meio</i>	<i>3 e meio</i>	<i>Grupo 2</i>	<i>9 e meio</i>	<i>2 e um terço</i>	<i>Grupo 3</i>	<i>12</i>	<i>3 e meio</i>	<i>Grupo 4</i>	<i>11 e meio</i>	<i>3 e meio</i>	<i>Grupo 5</i>	<i>6 e meio</i>	<i>5 e meio</i>
	<i>clips</i>	<i>fios</i>																
<i>Grupo 1</i>	<i>8 e meio</i>	<i>3 e meio</i>																
<i>Grupo 2</i>	<i>9 e meio</i>	<i>2 e um terço</i>																
<i>Grupo 3</i>	<i>12</i>	<i>3 e meio</i>																
<i>Grupo 4</i>	<i>11 e meio</i>	<i>3 e meio</i>																
<i>Grupo 5</i>	<i>6 e meio</i>	<i>5 e meio</i>																
<p><u>CONCEITOS</u></p> <p>Alunos: Capacidade, litro, número racional, pequeno/maior, metade, igualdade/diferença, tamanho</p> <p>Professor: Comprimento, medir, largura, maior/menor, comprido, metade, mais/menos, medida, igualdade, metro</p>																		
<p><u>PROCEDIMENTOS</u></p> <p>Alunos: Medição de comprimento de objetos com unidades não standard (antropomórficas e de outra natureza); comparação de quantidades de comprimento; registo dos valores das medições no caderno</p> <p>Professor: Medição do comprimento de objetos com unidades antropomórficas (palmo da mão e pés); elaboração e preenchimento de tabela de dupla entrada para registo dos resultados das diversas medições</p>																		
<p><u>PROPOSIÇÕES</u></p> <p>Alunos: O litro é uma unidade de medida de capacidade - (4); diferentes unidades de medida provocam diferentes valores de comprimento de um mesmo objeto - (29), (41), (63), (73)</p> <p>Professor: Comprimento é a distância entre dois pontos - (14); para medir um comprimento é necessário identificar as extremidades do objeto - (19); o resultado de uma medição tem de incluir a unidade de medida utilizada - (76); o metro é uma unidade de medida invariável - (85), (92)</p>																		
<p><u>ARGUMENTOS</u></p> <p>Alunos: Os valores de comprimento obtidos são diferentes porque as unidades de medida utilizadas também são - (29), (41), (63), (65), (73); os valores de comprimento obtidos são iguais porque as unidades de medida utilizadas também são - (46)</p>																		

Este episódio de aula inicia-se com um *processo de idealização*, da responsabilidade da professora, quando solicita aos alunos que recordem como medir capacidades, em (1).

Presenciam-se novamente processos deste tipo em (14), quando a professora pede aos alunos que imaginem como determinar a distância entre dois pontos, que de seguida materializa no quadro, após o que executa um processo de algoritmização, em (15), exemplificativo da técnica a aplicar nessa circunstância.

Foi possível perceber outros processos de idealização: em (47), por recurso a conhecimento de um contexto extramatemáticos e que conduziu um aluno a um *processo de comunicação* ao propor uma solução para a questão colocada; em (76), em que a professora suscita uma previsão sobre o resultado da utilização de unidades não convencionais na comunicação de valores de medidas.

Ao longo deste processo de instrução os alunos realizaram sucessivos *processos de algoritmização* de procedimentos de determinação do comprimento de objetos por comparação direta com unidades de medida não standard, em (17), (20) e (21), recorrendo a unidades de natureza antropomórfica (pés e palmos), e em (54) e (57) as medições serviram-se do comprimento de clips e de pedaços de fio como unidades de medida.

Como consequência destes processos, assistimos a *processos de argumentação* para justificarem que os diferentes valores de medição do comprimento de um mesmo objeto se atribuem à utilização de unidades de medida de distintos comprimentos – em (29), (41), (63) e (73) – e que se obtêm valores iguais sempre que são utilizadas unidades com comprimentos idênticos, em (46), ou quando as medições são realizadas com recurso a instrumentos de medida que se suportam em unidades de carácter universal, em (46) e em (80).

Mediante estes processos, é de supor ter ocorrido com estes alunos um *processo de institucionalização* da dependência entre valor do comprimento de um objeto e comprimento da unidade de medida utilizada para a comparação e consequente quantificação.

A professora realizou *processos de representação e materialização* no quadro, em (59) e (61), com a representação ostensiva de símbolos matemáticos interpretáveis como os valores das medições dos objetos obtidos pelos vários grupos, tendo os alunos realizado um processo desta natureza com o registo no caderno dos valores que foram obtendo nas medições que executaram.

5.2.1.4 Descrição de interações didáticas – comprimento no 2º ano

Uma parte significativa desta aula decorreu com os alunos organizados em grupos de trabalho, favorecendo o trabalho cooperativo dos estudantes. Apesar de cada grupo de trabalho ter o seu porta-voz para comunicação com o grande grupo e com a professora, todos os alunos de cada grupo experimentaram em (21) as atividades de medição.

Note-se que foi a professora que não só definiu as tarefas a realizar durante a aula, como também decidiu quais os objetos que os alunos deveriam medir e quais as unidades a utilizar nessas medições, como em (16), (19), (20), (49) e (50), (56): só propriamente na execução dos procedimentos de medição foi concedida bastante autonomia aos alunos, nomeadamente na escolha das estratégias a utilizar, como se pode constatar em (54).

Relativamente ao tipo de recursos disponibilizados para esta aula, constata-se que são de conhecimento e uso habitual dos alunos em outras circunstâncias ou com outras finalidades, o que facilitou a sua utilização; verifica-se serem em quantidade suficiente para a concretização das atividades propostas.

É de supor que o tempo atribuído pela professora para o desenvolvimento das atividades é adequado.

Com efeito, apenas um dos cinco grupos de trabalho não foi capaz de realizar todas as tarefas no tempo que lhe alocado: tal situação, constatada em (58), pode configurar a existência de um potencial conflito semiótico entre alunos, possivelmente de natureza interacional e reforçado pela não adoção, por parte da professora, de estratégias adequadas a situações de eventual heterogeneidade discente (refira-se, no entanto, que tal hipótese não é possível de confirmar pela transcrição apresentada).

Saliente-se por fim os processos de avaliação essencialmente formativa presentes neste processo de estudo, patentes essencialmente na verificação da correção dos procedimentos de medição realizados, como em (54) e em (86).

5.2.1.5 Dimensão normativa do processo de estudo – comprimento no 2º ano

A configuração de objetos apresentada nas secções anteriores já permite estabelecer as principais regras epistémicas subjacentes a este processo de estudo.

O trabalho de grupo foi a forma eleita para a organização dos alunos e percebemos que grande parte das atividades foi suportada pela utilização de recursos materiais.

Por estas razões, merecem particular atenção as regras visíveis nas interações que foram estabelecidas entre os alunos e entre os grupos de alunos e a professora.

No Quadro 12 estão elencadas as normas mais relevantes que foram possíveis de inferir na transcrição deste episódio de instrução.

Quadro 12. Identificação de normas e metanormas (comprimento – 2º ano)

Normas meta-epistémicas:	
	O professor exemplifica os procedimentos - (15), (23), (39) O professor organiza os vários resultados obtidos pelos alunos - (58), (69)
Normas reguladoras de interações:	
	Cada grupo tem um porta-voz que o representa - (58) O professor determina a forma de organização do trabalho dos alunos - (16), (58) O professor corrige as atividades, quando não estão a ser realizadas correctamente - (54) O professor seleciona os alunos que vão realizar tarefas - (50), (61), (78), (87), (99) O professor explicita o insucesso dos alunos nas atividades -(58)
Normas reguladoras da utilização de materiais na aula:	
	O professor seleciona os materiais para uso na aula - (19), (49), (53) O professor decide quando devem ser iniciadas e terminadas as atividades - de (19) a (21), (53), (56), (58), (69) Os resultados obtidos devem ser sistematizados no quadro - (59), (61) Os resultados devem ser registados por cada aluno no seu caderno - (21)

5.2.2 EXPLORAÇÃO DA MASSA NO 2º ANO

Com uma duração de cerca de 30 minutos, o episódio que descreveremos decorreu numa instituição de ensino público na parte final do ano letivo. A turma é constituída por 23 alunos, dispostos em três filas paralelas ao quadro.

A representação escrita da aula encontra-se no Quadro 13.

Quadro 13. Transcrição do processo de estudo – Massa no 2º ano

Representação escrita da aula	
1	<i>Os alunos encontram-se sentados nos seus lugares, a escrever a tabuada (tarefa realizada diariamente, por dificuldades de memorização)</i>
2	P: Vocês então vão todos à Comunhão!
3	Als: Sim!
4	P: Então agora façam de conta que eu sou a vossa mãe e estou a organizar a vossa festa. Reparei que me faltam algumas coisinhas: falta-me um fio para pendurar balões desta àquela parede; também reparei que para a festa e para o sumo me faltam laranjas e açúcar. Como o nosso prato vai ser arroz de frango, também preciso de comprar arroz.

5	<p><i>À medida que vai falando, a professora vai registrando no quadro os ingredientes de que precisa:</i></p> <p style="padding-left: 100px;"> _____ <i>fio</i> _____ <i>laranjas</i> _____ <i>açúcar</i> _____ <i>arroz</i> </p>
6	P: Para eu ir às compras tenho de saber que quantidades é que preciso: quanto fio é que vou comprar, a quantidade de laranjas, ...
7	Als: ... a quantidade de açúcar e a quantidade de arroz!
8	<i>A professora vai colocando no tampo da sua secretária alguns objetos que retira de um saco: uma fita métrica, uma balança de prato único e um copo graduado.</i>
9	P: Muito bem. Agora, preciso de laranjas. Já utilizámos o metro. Será que vamos precisar dele para as laranjas?
10	Als: Não!!
11	P: Qual será o utensílio que eu vou usar para as laranjas?
12	Als: Aquilo de que a professora falou ontem!
13	Als: Uma balança!
14	P: Se fôssemos medir o nosso caderno, precisávamos desta fita métrica?
15	Als: Não, usávamos a régua.
16	P: Muito bem.
17	Als: A fita métrica é para coisas maiores.
18	Al: Como o quadro.
19	P: Então vamos medir o quadro!
20	<i>A professora e um aluno dirigem-se ao quadro e medem o seu comprimento.</i>
21	P: Duzentos e cinquenta.
22	Als: Dois metros e cinquenta centímetros.
23	P: Nós já utilizámos uma balança de dois pratos.
24	<i>Enquanto fala, a professora vai simulando uma balança de pratos com os braços.</i>
25	P: O que é que acontece quando os meus braços são assim [<i>posição de equilíbrio</i>]?
26	Als: Pesam igual.
27	P: E se o meu braço esquerdo estiver em baixo?
28	Al: Pesa mais.
29	P: Como na fita métrica, a balança também tem números, que são a escala. O que é que é diferente?
30	Al: Não tem os mesmos números!
31	P: Tem.
32	Al: A balança é para medir pesos e a fita métrica comprimentos!
33	P: Muito bem.
34	Als: Há outras fitas métricas.
35	P: Quando medimos a nossa altura o que é que usamos? Se calhar um carpinteiro usa outro utensílio...
36	A: O meu pai é carpinteiro. E usa outro metro!
37	P: Muito bem. Vamos voltar às laranjas. Vamos utilizar o quê, um metro?
38	Al. Não, laranjas!
39	P: É essa a unidade de medida?
40	Als: Não, é o quilo!
41	P: O quilograma não é a unidade, a unidade é...
42	Als: ... grama!
43	<i>A professora mostra a escala da balança dirigindo-se a cada uma das mesas, salientando que os números constantes da escala variam de 100 em 100.</i>
44	P: Para vocês saberem o vosso peso, vocês medem-se com o metro?
45	Als: Não!!
46	P: Então?
47	Als: Medimos na balança.
48	P: Então usamos o metro para medirmos o quê?
49	Als: O comprimento.
50	P: Até que peso podemos pesar nesta balança? [<i>apontando para a balança que anteriormente todos os alunos tiveram oportunidade de observar</i>]

51	Al: Três quilos.
52	<i>A professora vai pressionando o prato da balança e solicita aos alunos que façam a leitura dos valores correspondentes aos diferentes pesos.</i>
53	P: Vamos agora pesar as laranjas. R., vem ajudar-me.
54	<i>A aluna encaminha-se para a secretária; começa a retirar as laranjas do saco, uma de cada vez, colocando-as em seguida no prato da balança. Quando todas as laranjas estão já na balança:</i>
55	P: Então, R., que quantidade de laranjas vamos comprar?
56	<i>A aluna não soube responder. A professora intervém:</i>
57	P: Então vamos ver. Até aqui, quanto é? <i>[apontando para a escala da balança]</i>
58	Al: Um quilo.
59	P: E até aqui então são... <i>[apontando de novo para a escala da balança]</i>
60	Al: Dois quilos e duzentos gramas.
61	P: Nós ainda não aprendemos a escrever dois quilos e duzentos gramas!
62	Al: Dois kapa.
63	<i>A professora discorda abanando a cabeça.</i>
64	P: Lembram-se do euro?
65	Al: Dois vírgula dois quilos!
66	P: Só quilos?
67	Al: Com g!
68	P: Então, o que quer dizer o g?
69	Al: Kilo.
70	P: E o que quer dizer o k?
71	A: Kilo!
72	P: E o g?
73	Al: Grama.
74	P: Muito bem. Então temos dois quilos e duzentos gramas!
75	<i>A professora dirige-se ao quadro e completa:</i>
	<u>8 m fio</u>
	<u>2,200 kg laranjas</u>
	_____ açúcar
	_____ arroz
76	<i>A professora dirige-se à sua secretária e, depois de remexer nos seus sacos, diz:</i>
77	P: Esqueci-me do açúcar! Vamos então tratar do arroz!
78	<i>A professora apaga açúcar da lista no quadro.</i>
79	P: Como vamos medir o arroz?
80	Al: Com o quilómetro!
81	Al: Com o metro!
82	P: O que é o metro? Então vamos medir o arroz com o metro?
83	Al: Não, com a balança.
84	<i>A professora coloca 1 kg de arroz na balança e escreve</i>
	<u>8 m fio</u>
	<u>2,200 kg laranjas</u>
	<u>1 kg arroz</u>

5.2.2.1 Estrutura geral do processo de estudo – massa no 2º ano

A proximidade de uma situação significativa da realidade dos alunos (celebração da Comunhão Solene) é utilizada pela professora como motivação para as atividades que se desenvolvem na aula.

A determinação da quantidade de vários ingredientes necessários para a festa comemorativa é o ponto de partida para a exploração de instrumentos de medição de atributos.

A fita métrica é utilizada apenas para os alunos recordarem o seu uso, enquanto as restantes atividades de medição se destinam à determinação do peso de dois tipos de produtos.

A professora orienta as intervenções dos alunos, dirigindo os diálogos e exemplificando procedimentos de medição de peso com recurso a balanças de prato único.

Os alunos formulam respostas às sucessivas questões que vão sendo colocadas pela professora, recebendo informações relativas à leitura da escala de uma balança e à representação de unidades de massa do sistema métrico decimal.

A estrutura global deste episódio instrucional encontra-se detalhada na Figura 9, a seguir apresentada:

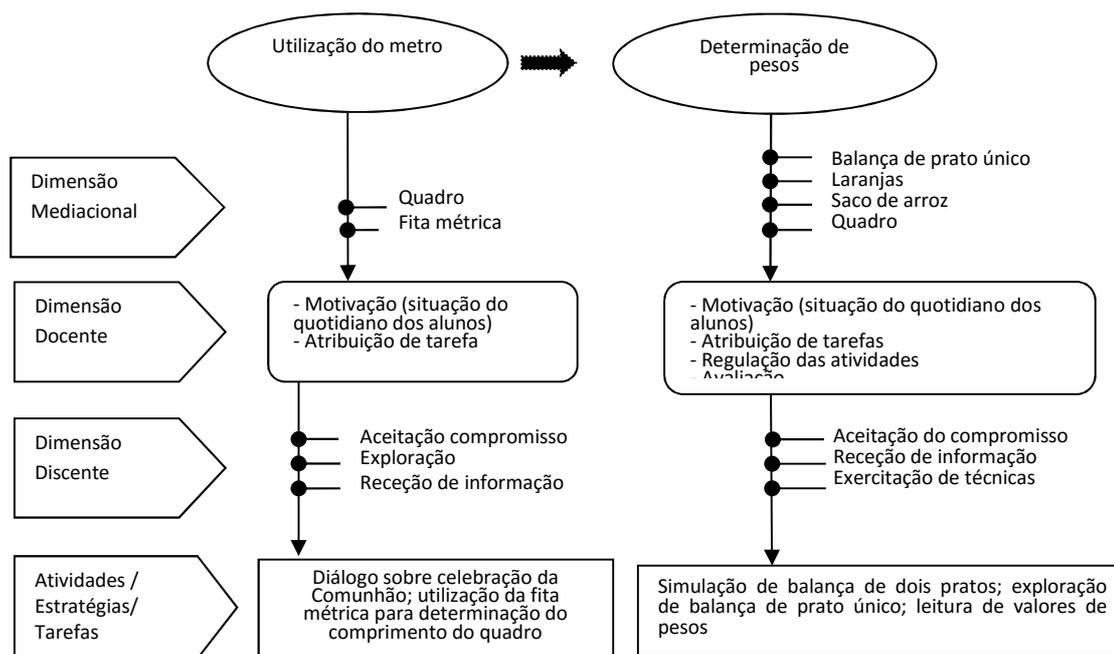


Figura 9. Estrutura global da aula sobre a massa no 2º ano de escolaridade

5.2.2.2 Identificação de práticas matemáticas – massa no 2º ano

Após uma descrição prévia do processo de instrução em análise, identificamos e explicitamos no Quadro 14 as principais práticas matemáticas identificadas neste episódio de aula.

Quadro 14. Práticas matemáticas identificadas (massa - 2º ano)

<p>Alunos: - Identificam instrumentos adequados à medição de atributos de vários objetos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Determinam comprimento de um objeto da sala - Lêem valores de massa/peso - Comunicam os resultados da leitura de massas/pesos - Identificam semelhanças com procedimentos extramatemáticos <p>Professor: - Contextualiza a atividade matemática utilizando uma situação não matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utiliza instrumentos de medição de peso - Valida as leituras das medições efetuadas pelos alunos - Regista os valores das medições no quadro

5.2.2.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – massa no 2º ano

Os objetos matemáticos identificados neste segmento de instrução estão elencados no Quadro 15, apresentado seguidamente.

Quadro 15. Identificação de objetos matemáticos (massa – 2º ano)

<p><u>ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS</u></p> <p>Alunos: (verbais) balança, régua, metros, centímetros, igual, mais, mesmo, números inteiros, pesos, comprimentos, quilo, grama, vírgula, quilómetro</p> <p>Professor: (verbais) metro, medir, fita métrica, números inteiros, escala, unidade de medida, quilograma, peso, pesar, quantidade, dois, duzentos</p> <p>(simbólicos) $\frac{8\text{ m}}{\text{fio}}$ $\frac{2,200\text{ kg}}{\text{laranjas}}$ $\frac{\text{---}}{\text{açúcar}}$ $\frac{1\text{ kg}}{\text{arroz}}$</p>
<p><u>CONCEITOS</u></p> <p>Alunos: Quantidade, metro, centímetro, igualdade, número, peso, comprimento, quilograma, grama</p> <p>Professor: Quantidade, medir, escala, altura, unidade de medida, peso</p>
<p><u>PROCEDIMENTOS</u></p> <p>Alunos: Determinação do comprimento de um objeto</p> <p>Professor: Medição do comprimento de um objeto; simulação de uma balança de dois pratos; utilização de balança de prato único; registo no quadro de valores de medições</p>
<p><u>PROPOSIÇÕES</u></p> <p>Alunos: As balanças são instrumentos de medição de pesos - (13), (32), (47); as fitas métricas servem para medir comprimentos de objetos maiores - (17), (32)</p>

ARGUMENTOS

Alunos: A balança de dois pratos está equilibrada porque os objetos têm o mesmo peso - (26); o prato da balança está mais em baixo porque contém o objeto mais pesado - (28)

A fase inicial deste processo de estudo pressupõe que os alunos assumam a situação problemática colocada pela professora.

A partir de uma situação extramatemática significativa e mediante *processos de idealização*, visíveis em (4) e (6) e respeitantes à organização da festa de uma celebração, que implica a decoração de um espaço e a aquisição de produtos alimentares –, é de supor que os alunos se comprometam na busca de soluções, consubstanciando assim um *processo de problematização*.

A exploração e esperada resolução desta situação problemática exigem a decomposição do problema inicial, de natureza complexa, em problemas mais elementares, configurando-se assim um *processo de decomposição* de uma entidade apresentada de forma sistémica em várias entidades de natureza mais elementar (dualidade sistémica-unitária).

Mediante *processos de comunicação* oral, assistem-se a algumas sequências em que estão presentes tanto *processos de enunciação* de proposições – de que são exemplos (13), (17), (32) e (47) – como *processos de argumentação* – propostos pelos alunos em (26) e (28) –, em que parecem justificar os resultados que foram sucessivamente obtidos nas atividades.

Na sequência iniciada em (60) e que termina em (74), a evocação de práticas já anteriormente experimentadas pelos alunos põe em evidência objetos matemáticos associados às convenções estabelecidas pelo sistema métrico decimal para a representação simbólica de valores de medições. A atribuição de significado a essas representações pressupõe a realização de *processos de significação* com algum grau de complexidade.

Nas atividades desenvolvidas a partir daí, os *processos de representação e materialização* no quadro, registados em (5), (75) e (84) e traduzindo de forma ostensiva os valores das medições que foram sendo realizadas, são da responsabilidade da professora.

A utilização de instrumentos de comparação de massas, quase sempre da responsabilidade da professora, suscita nos alunos *processos de generalização*, uma vez que a

situação problemática em questão é considerada um caso específico de uma classe mais geral de problemas e até de procedimentos – como em (12) e em (35).

5.2.2.4 Descrição de interações didáticas – massa no 2º ano

O desenvolvimento desta aula parece indiciar um baixo grau de autonomia dos alunos.

Esta situação pode ser inferida da seleção prévia de instrumentos a utilizar no decurso do processo instrucional, patente em (8), e na própria gestão desses instrumentos, visível nomeadamente na quase exclusiva manipulação desses mesmos instrumentos de medição pela professora, que concluímos de (43), de (52) e de (84). Recorde-se, porém, que a própria organização física da sala de aula não parece ser muito propícia à realização de trabalhos em pequenos grupos, por exemplo (todos os alunos estão sentados em 3 longas filas dispostas paralelamente ao quadro).

À simulação de situações de utilização de balanças de dois pratos efetuada em (24) pela professora sucedeu a utilização e a leitura de valores de medição de peso em uma balança de prato único: por se tratar de instrumentos cuja utilização se baseia em princípios diferentes e por implicar utilizações e interpretações distintas, estas práticas distintas poderão originar potenciais conflitos cognitivos nos alunos.

O apelo à mobilização de práticas utilizadas na resolução de problemas do mundo real suscitado pela professora em (35) revela um potencial conflito semiótico de natureza epistémica (utilização de diferentes instrumentos de medição de comprimentos em diferentes instituições) e interacional, porque produzido entre professora e aluna.

Posteriormente, em (80) e (81) parece evidenciar-se um conflito semiótico de carácter simultaneamente epistémico e mediacional, quando são propostas unidades de medição de comprimentos como adequadas para exprimir valores de medição de massas.

De alguma forma, poderá supor-se que na sua origem possam estar a presença e exploração destas duas grandezas no mesmo tempo didático, emergentes, como sabemos, da situação problemática eleita como base deste processo instrucional.

5.2.2.5 Dimensão normativa do processo de estudo – massa no 2º ano

O desenvolvimento deste processo de estudo processou-se sustentado em distintas normas e metanormas.

Como se poderá constatar pela leitura do Quadro 16, são contempladas as normas de natureza metaepistémica, assim como as que dizem respeito a aspetos relacionados com as relações estabelecidas pelos intervenientes no processo de estudo ou referentes à utilização dos materiais disponibilizados para a realização das suas práticas.

Quadro 16. Identificação de normas e metanormas (massa – 2º ano)

Normas meta-epistémicas:
Na aula de Matemática resolvem-se problemas extramatemáticos - de (4) a (6) Os dados de um problema devem ser representados pelo professor - (5), (75), (84) O professor valida as conclusões dos alunos - (16), (33), (37), (74) A programação inicial da aula pode ser alterada pelo professor - (78) O professor sistematiza os resultados obtidos - (84)
Normas reguladoras das interações:
O professor exemplifica procedimentos - Existem atividades que devem ser realizadas em conjunto por professor e alunos - (20)
Normas reguladoras da utilização de materiais na aula:
O professor seleciona os materiais que devem ser utilizados - (8) É o professor quem utiliza os materiais de apoio à aula - (43), (52), (84)

5.3 ANÁLISE DE PROCESSOS DE ESTUDO NO 3º ANO DE ESCOLARIDADE

5.3.1 EXPLORAÇÃO DO COMPRIMENTO NO 3º ANO

O processo de estudo que a seguir exploramos decorreu durante 68 minutos em uma escola pública, no 2º período do ano lectivo. Da turma que o desenvolveu fizeram parte 17 alunos, a frequentar o 3º ano de escolaridade, dispostos em 4 filas paralelas ao quadro e viradas para a mesa da docente.

A transcrição desse segmento de instrução encontra-se no Quadro 17 a seguir apresentado.

Quadro 17. Transcrição do processo de estudo – Comprimento no 3º ano

Representação escrita da aula	
1	<i>A professora, de pé e à beira da sua secretária, diz à turma que vão construir o metro articulado, utilizando as partes que foram previamente construídas. Enquanto vai distribuindo os conjuntos dos decímetros por cada um dos seus autores vai colocando perguntas:</i>
2	P: Antes de construirmos o metro, como medimos?
3	Als [<i>um de cada vez</i>]: Medíamos com as mãos, os pés, os dedos, o corpo, ...
4	P: Temos de escolher a medida e depois verificamos. Mas isso dá medidas certas?
5	Als: Não!
6	P: Então por isso foi inventado o metro! De quantas partes precisamos para ter um metro?
7	Als: Dez; um a dez, dez a vinte, vinte a trinta,, noventa a cem.
8	P: E o que é o cem?
9	Al: É o metro, que são cem centímetros.
10	<i>Os alunos não respondem correctamente, pelo que a professora se dirige ao quadro, representando 1 segmento de recta horizontal, dividido em 10 partes.</i>
11	P [<i>apontando para o segmento</i>]: Quanto é tudo?
12	Al: metro.
13	P [<i>apontando para uma das partes</i>]: E esta parte?
14	<i>Os alunos continuam a não responder. A professora começa a distribuir ataches pelos alunos, e vão acontecendo algumas conversas parasitas. A professora solicita ajuda a uma aluna para a distribuição dos ataches.</i>
15	Al: É uma décima.
16	P: Quanto é uma décima do metro?
17	<i>Ainda não há uma resposta correcta. Começa a construção do metro articulado. Os alunos encontram-se muito calmos e concentrados na realização da tarefa. A professora vai circulando pela sala verificando a realização da tarefa enquanto distribui uma ficha de trabalho (Ver Anexo III).</i>
18	P: Ninguém faz nada na folha! ... é só para montarem o metro!
19	<i>A professora vai circulando pelas mesas dos alunos, verificando os metros construídos e recolhendo os ataches que entretanto vão sobrando.</i>
20	P: Vejam lá agora se conseguem descobrir como se chama aquela parte!
21	Al: Uma décima!
22	P: É verdade que é uma décima parte, mas...
23	Als: metro..., centímetro,...
24	<i>A professora vai organizando as intervenções dos alunos e a certa altura:</i>
25	Al: Um decímetro!
26	P: E um decímetro, quantas vezes é mais pequeno do que o metro?
27	Als: Dez.
28	P: Muito bem! Então um decímetro é uma décima do metro. Vamos fazer agora a folha de exercícios.
29	<i>Os alunos começam a realizar a folha de trabalho, iniciando as medições de comprimento de vários objetos da sala: o comprimento e a largura do tampo da mesa, e a sua altura, cada um utilizando o seu metro articulado.</i>
30	Al: O metro não chega para medir a mesa!
31	P: E o que fazemos quando não chega?
32	Al: Temos de marcar e depois começar de novo.
33	Als: Um vírgula vinte e oito, um vírgula vinte e quatro, um vírgula vinte e seis, um vírgula duzentos e quarenta e cinco...
34	<i>Os alunos manifestam alguma surpresa pela diversidade de valores.</i>
35	P: É natural que não dê igual a todos, porque vocês estiveram a cortar à mão e se calhar não foram muito rigorosos...
36	P: E agora, como é que vou escrever um vírgula vinte e seis?
37	<i>A professora dirige-se ao quadro e regista o valor proposto correctamente pelos</i>

	<i>alunos:</i>	<i>comprimento = 1,26m</i>
38	P: E se eu quisesse escrever em centímetros?	
39	A: Cento e vinte e seis centímetros.	
40	P: Muito bem, isto [apontando para 1,26m] é a mesma coisa que isto [apontando para 126cm].	
41	A professora escreve no quadro:	<i>comprimento = 1,26m = 126cm</i>
42	P: Agora a largura.	
43	Als: 64, 63, ...	
44	A professora vai circulando pela sala, verificando as medições, e alguns alunos levantam-se para confirmar resultados dos colegas.	
45	P: Agora já não utilizámos o metro todo!	
46	A professora dirige-se ao quadro e escreve:	<i>largura = 63cm</i>
47	P: Agora vamos calcular a altura da mesa.	
48	Os alunos levantam-se, colocam o zero do metro no tampo da mesa e efectuem a medição da altura.	
49	Als: Sessenta e quatro, sessenta e um, sessenta e três, ...	
50	P: A do R. dá sessenta e oito, é mais alta!	
51	Os alunos vão conversando, comparando os valores obtidos.	
52	A professora dirige-se ao quadro e escreve:	<i>altura = 63 cm/68cm</i> , alertando:
53	P: Toda a gente coloca 63 cm e o R. 68 cm, porque a mesa dele é mais alta.	
54	P: Agora vamos medir a caneta [referindo-se à tarefa proposta na ficha para determinar o comprimento da esferográfica].	
55	Als: Dezasseis centímetros, dezassete centímetros, quinze centímetros. A professora vai circulando pela sala, verificando os resultados.	
56	P: Então escrevam o valor na vossa ficha.	
57	Os alunos escrevem o resultado da sua medição.	
58	P: Agora vão pegar no livro de Matemática e vamos medir o comprimento em primeiro lugar [referindo-se à tarefa proposta na ficha para determinar o comprimento e a largura do livro de texto de Matemática].	
59	A professora dirige-se ao quadro onde escreve:	<i>comprimento = cm; largura = cm.</i>
60	Depois circula pela sala e chega à conclusão que alguns não construíram o metro articulado correctamente:	
61	P: Então cortaram o zero do metro!!!	
62	Als: Não tinha zero nenhum!	
63	P: Vamos colocar todas as medidas iguais para todos.	
64	Um aluno vai ao quadro e escreve: <i>Comprimento = 31,5cm ; largura = 21 cm</i>	
65	P: Agora cada um mede a sua borracha! [referindo-se à tarefa proposta na ficha para determinar o comprimento e a espessura da sua borracha].	
66	A: Já quase não tenho borracha!	
67	P: Cada um tem de escrever o comprimento da sua borracha.	
68	Als: Quatro vírgula cinco, cinco, quatro vírgula cinco, quatro...	
69	Al: O que é a espessura?	
70	A professora mostra a espessura da borracha, dizendo que é a grossura da borracha. Dirige-se ao quadro, onde escreve	
71	<i>comprimento = ; largura = ; espessura = ,</i> dizendo para cada um escrever os valores que obteve nas suas medições.	
72	Alguns alunos levantam-se para efectuarem comparações das borrachas.	
73	P: Já toda a gente anotou as medidas da borracha?	
74	Als: Sim!!	
75	P: E agora o que falta?	
76	Als [referindo-se à tarefa que se segue na ficha de trabalho]: A nossa altura!	
77	P: Vem um de cada vez ao quadro para se medir.	
78	Al: Ó professora, a nossa altura já está aqui no armário! [A aluna aponta para um gráfico que está afixado no armário, onde constam as alturas dos alunos no início do ano lectivo]	
79	P: Se calhar depois podemos comparar as vossas alturas, porque devem ter	

	crescido!
80	<i>Um aluno de cada vez dirige-se para a porta e, ajudado pela professora, determina a sua altura. Terminada a 1ª medição, a professora dirige-se ao quadro onde escreve o nome da criança e a altura respectiva. As medições seguintes são registadas no quadro pelas próprias crianças.</i>
	<i>Um aluno diz que uma colega deve ser a mais pequenina da sala.</i>
81	Al: Dos que estão no quadro, eu [J.] e o R. somos os mais altos!
82	<i>Uma criança engana-se ao efectuar no quadro o registo da sua altura e é logo corrigida pelos colegas, sem qualquer intervenção da professora.</i>
83	<i>Os alunos que já se mediram vão comparar esse valor com os obtidos e registados no início do ano lectivo.</i>
84	P: Cada menino já escreveu a sua altura na sua ficha?
85	Als: Não...
86	P: Não pode ser! <i>[referindo-se ao valor de 1,67 m obtido para a altura de um aluno].</i> Vamos voltar a medir!
87	Al: Ó professora, como é possível que a T. só cresceu quatro centímetros?
88	P: Então não é possível? Quanto é que tu crescestes?
89	Al: Dez centímetros!
90	<i>Os alunos levantam-se todos para efectuar comparações com os valores das suas alturas obtidos no início do ano lectivo.</i>
91	Al: Os dois R. têm a mesma altura!
92	P: Já toda a gente anotou a sua medida? R., já anotaste tudo? E a medida? <i>[O aluno tinha-se esquecido de indicar a unidade]</i>
93	<i>A professora recapitula o metro, as suas partes e a relação entre elas, exemplificando com um metro articulado. Depois, desenha no quadro:</i>
94	P: Quantos centímetros são do zero ao um? <i>[apontando para as marcas dos centímetros]</i>
95	Als: Um cm.
96	P: E quanto é do quarenta e cinco ao quarenta e seis?
97	Als: Um centímetro.
98	P: Um centímetro é só um bocadinho pequenino dos que têm no metro articulado. E quantos centímetros tem o vosso metro articulado?
99	Al: Cem.
100	P: E como se chama este pedacinho <i>[referindo-se a um decímetro]</i> ?
101	Als: Decímetro.
102	<i>A professora relaciona oralmente a unidade principal com os seus submúltiplos.</i>
103	P: Então um decímetro está dividido em quantos centímetros?
104	Als: Dez.
105	P: Então o decímetro está dividido em dez partes iguais.
106	<i>A professora estabelece paralelo entre unidade e partes da unidade com unidade principal de comprimento e submúltiplos dessa unidade (decímetro e centímetro). Os alunos, em voz alta, e sob a orientação da professora vão estabelecendo relações entre as unidades:</i>
107	P: Um centímetro é uma décima do metro? Um metro tem cem centímetros; quantas vezes é o centímetro mais pequeno que o metro?
108	Als: Cem.
109	P: Então, um centímetro é uma <i>[esperando a resposta centésima]</i> do metro.
110	<i>Ao verificar que ninguém responde, a professora dirige-se ao quadro onde desenha um segmento de recta. Depois, divide-o em 10 partes, pergunta aos alunos como se designa cada parte e estes respondem decímetro, que escreve por baixo do 1º decímetro. Em seguida, efectua uma "cópia" de um decímetro, divide-o em 10 partes, pergunta aos alunos como se designa cada parte e estes respondem centímetro, que escreve por baixo do decímetro.</i>
111	P: Então, um centímetro é uma do metro.
112	<i>Os alunos não respondem, e vão "brincando" com o metro articulado, dobrando-o e alongando-o.</i>

113	P: Um centímetro é uma centésima do metro!
114	A professora dirige-se novamente ao quadro e efectua uma “cópia” de um centímetro, divide-o em 10 partes, perguntando como se designa cada parte.
115	Als: Milímetro.
116	A professora escreve milímetro por baixo do centímetro e pergunta:
117	P: Quantas vezes o milímetro é mais pequeno que o metro?
118	Als: Mil vezes.
119	P: Peguem no caderno e vamos anotar tudo o que acabámos de dizer no caderno.
120	A professora dirige-se ao quadro, escrevendo: <i>Medidas de comprimento</i> quilómetro (km) hectómetro (hm) decâmetro (dam) metro (m) decímetro (dm) centímetro (cm) milímetro (mm)
121	Depois, escreve as siglas de cada unidade por ordem crescente de comprimento: $mm < cm < dm < m < dam < hm < km$
122	P: Vamos escrever desta forma porque é sempre assim que eles aparecem.
123	Enquanto os alunos vão copiando do quadro para o caderno:
124	P: Hoje escrevemos estas medidas e noutra dia vamos falar de outras medidas.

5.3.1.1 Estrutura geral do processo de estudo – comprimento no 3º ano

O processo de estudo que descrevemos foi desenvolvido a partir da construção de um metro articulado por cada um dos 17 alunos presentes na aula.

Finalizada a construção desse instrumento de medição, podemos classificar a atividade discente essencialmente como de exercitação de técnicas específicas – medição de comprimento de objetos e da altura dos alunos – numa primeira fase, a que se seguiram atividades de receção de informação, por vezes intercalada com momentos de memorização.

Para o desenvolvimento das atividades, os alunos tiveram disponíveis e utilizaram recursos de variada tipologia: o metro articulado, uma ficha de trabalho e objetos da sala.

A análise da atividade docente permite constatar que ao longo deste processo instrucional a sua ação pode ser caracterizada como de motivação, na parte inicial da aula recuperando atividades de medição de comprimentos realizadas previamente e depois propondo a construção efetiva de um instrumento de medição de comprimentos e a sua utilização na determinação de comprimentos de vários objetos: na sua manipulação, foram acompanhados pela professora de modo simultaneamente regulador e de avaliação das tarefas realizadas pelos alunos.

A representação esquemática da estrutura geral deste processo de estudo é a apresentada na Figura 10:

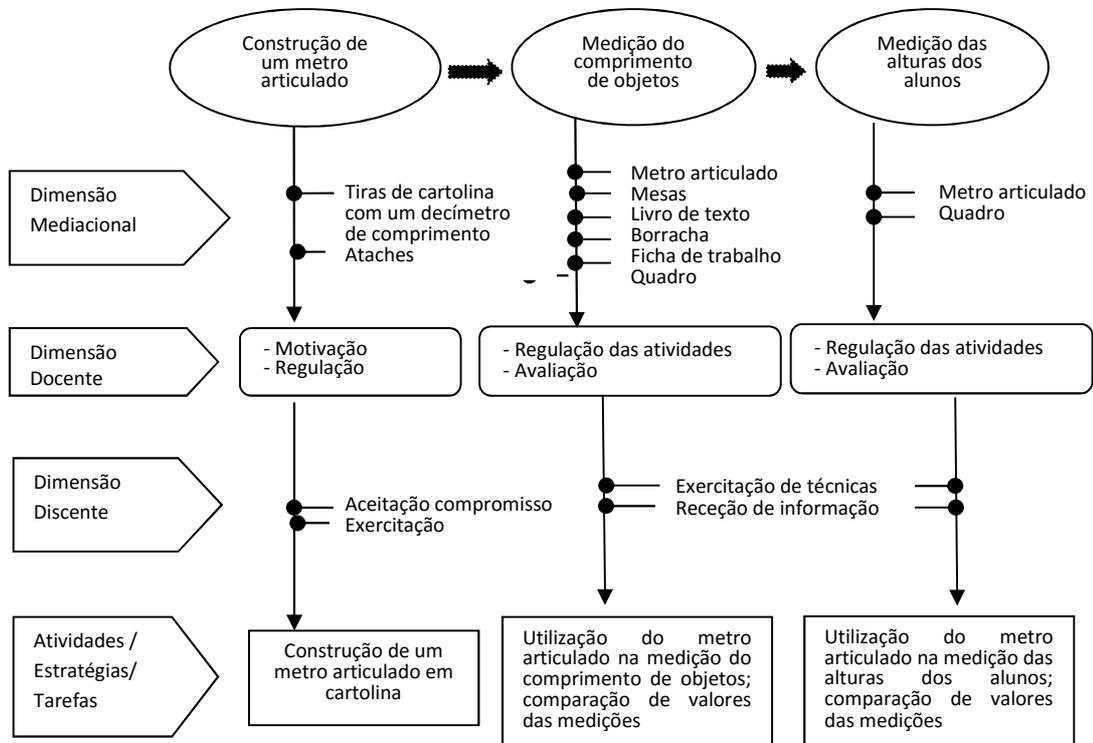


Figura 10. Estrutura global da aula sobre o comprimento no 3º ano de escolaridade

5.3.1.2 Identificação de práticas matemáticas – comprimento no 3º ano

As práticas matemáticas da professora e dos alunos que se salientam neste processo de estudo estão elencadas no Quadro 18, que é apresentado seguidamente, e em que se denota a complementaridade patente nas múltiplas práticas realizadas pelos alunos.

Quadro 18. Práticas matemáticas identificadas (comprimento – 3º ano)

<p>Alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Constroem um instrumento de medição de comprimentos - Lêem e resolvem uma ficha de trabalho - Efetuam medições de comprimento de objetos da sala de aula e das suas alturas - Comparam valores obtidos nas medições de comprimentos dos objetos e das suas alturas - Relacionam a unidade principal de medida de comprimento definida no sistema internacional de unidades com os seus submúltiplos <p>Professor:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Contextualiza procedimento de medição de comprimentos - Verifica a construção do instrumento de medição

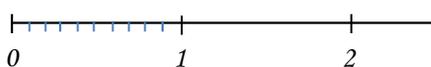
- Relaciona o sistema internacional de unidades com o sistema de numeração decimal
- Estabelece relação entre as distintas unidades de medida de comprimento do sistema internacional de unidades

5.3.1.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – comprimento no 3º ano

A variedade de objetos de natureza matemática presentes neste processo instrucional está coligida no Quadro 19.

É apresentada posteriormente uma descrição mais detalhada dos principais processos matemáticos, desenvolvidos por alunos e professora ao longo do processo instrucional em que tiveram presentes tais objetos.

Quadro 19. Identificação de objetos matemáticos (comprimento – 3º ano)

<p><u>ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS</u></p> <p>Alunos: (verbais) números inteiros, metro, centímetro, décima, decímetro, números racionais em representação decimal, espessura (simbólicos) <i>comprimento; =; 31,5; cm; largura; 21</i></p> <p>Professor: (verbais) metro, medida, partes, décima, decímetro, mais pequeno, centímetro, largura, altura, mais alta, comprimento, grossura, medidas, comparar, metro articulado, mais pequeno, centésima (simbólicos) <i>comprimento; =; 1,26; m; 126; cm; largura; 63; altura; /; 68; espessura; Medidas de comprimento; quilómetro; hectómetro; decâmetro; metro; decímetro; centímetro; milímetro; mm; cm; dm; m; dam; hm; km; <</i></p> <p>(gráficos) </p>
<p><u>CONCEITOS</u></p> <p>Alunos: Número inteiro, número racional, metro, décima, decímetro, milímetro, medir, espessura, altura, alto e baixo, maior e menor</p> <p>Professor: Metro, medida, número inteiro, divisão, partes, décima, decímetro, mais pequeno, centésima, centímetro, comprimento, largura, altura, espessura, comparar, igualdade, milímetro, menor</p>
<p><u>PROCEDIMENTOS</u></p> <p>Alunos: Medição de comprimento de objetos e de indivíduos com metro articulado; comparação de quantidades de comprimento; registo dos valores das medições no caderno</p> <p>Professor: Registo no quadro dos valores resultantes das medições; divisão; designação de unidades de comprimento do sistema</p>

<p>métrico decimal; tradução de linguagem verbal para simbólica; ordenação de unidades de medida de comprimento</p>
<p><u>PROPOSIÇÕES</u></p> <p>Alunos: É possível efetuar medições recorrendo a unidades antropomórficas - (3); as unidades antropomórficas não produzem valores de medida rigorosos - (5); um metro corresponde a cem centímetros - (9); o decímetro é a décima parte do metro - (27); um decímetro divide-se em dez centímetros - (104); pode medir-se utilizando repetição sucessiva de unidades - (32); o milímetro é a décima parte do centímetro - (115); o milímetro é a milésima parte do metro - (118)</p> <p>Professor: Efetuar uma medição implica selecionar uma unidade de medida - (4); o metro permite obter valores de medida rigorosos - (6); o decímetro é a décima parte do metro - (28); espessura e grossura de um objeto são sinónimos - (70); um metro tem cem centímetros - (107); o centímetro é a centésima parte do metro; existe uma relação de ordem entre as unidades de medida de comprimento do sistema métrico decimal - (121)</p>
<p><u>ARGUMENTOS</u></p> <p>Professor: O metro existe porque as unidades antropomórficas não são rigorosas - (6); um mesmo objeto tem distintos valores de comprimento porque se utilizaram unidades de medida diferentes - (35)</p>

No segmento inicial do processo de instrução em análise e que decorre até (13) são observados *processos de comunicação* e de *enunciação* de proposições, relacionados com a utilização de unidades antropomórficas na determinação de comprimentos e com o estabelecimento da relação existente entre a unidade principal de comprimento e os seus submúltiplos decímetro e centímetro; em (103), (105), (107) e (111) esta relação é retomada pela professora, que culmina com *um processo de institucionalização* visível em (113).

A fase de construção de um metro articulado por cada aluno é acompanhada por intervenções da professora, que ao pretender a institucionalização da relação entre unidades de medida de comprimento elabora *processos de enunciação* recorrendo a processos de generalização, estabelecendo essa relação a partir de relações do sistema de numeração decimal em (16), (22) e (28).

A partir de (29), com a utilização do metro articulado em atividades de medição de comprimentos de objetos existentes na sala de aula, assistimos a *processos* individuais de

algoritmização (exercitação da medição de comprimentos utilizando um instrumento de medição).

Seguidamente, a professora realiza *processos de representação e materialização*, ao escrever símbolos matemáticos que deverão ser interpretados como conceitos de comprimento, de valores de comprimento e de equivalência entre valores de comprimento expressos em unidades distintas – observáveis em (41), (46), (52) e (59), por exemplo.

Novo processo de *representação e materialização* é realizado pela professora em (93), ao socorrer-se da representação de uma reta orientada, que dessa forma constitui-se como um objeto ostensivo que evoca os objetos não ostensivos unidade e divisão da unidade em partes iguais.

Por sua vez, as representações ostensivas existentes em (120) e (121) resultam novamente de *processos de materialização* por invocarem as principais unidades de medida de comprimentos definidas pelo sistema métrico decimal e a comparação que se pode estabelecer entre elas, respetivamente.

É de supor que a realização da medição do comprimento de vários objetos – da mesa, em (29), da caneta, em (54), do livro de texto, em (58) e da borracha, em (65) – está orientada para o domínio do procedimento de utilização de um instrumento de medida de comprimento, o metro articulado, devendo conduzir os estudantes a *processos de reificação* de objetos de natureza essencialmente procedimental, de modo a serem por eles aplicados como solução a posteriores situações-problema.

5.3.1.4 Descrição de interações didáticas – comprimento no 3º ano

A construção individual de um instrumento de medição de comprimentos, em (17), mas, essencialmente, a posterior utilização desse instrumento por cada um dos alunos desta turma, como em (29) e em (48), parece indicar a concessão de um certo grau de autonomia que se pretende na realização das práticas matemáticas definidas pelo professor para este processo de estudo.

Nesta aula, foi possível assistir a partilha colectiva, em que os alunos confrontam entre si os valores obtidos nas medições que realizaram, em (33), (49), (55) e (68).

O tempo disponibilizado aos alunos para a realização das tarefas apresentadas pelo professor parece ser suficiente, dado que todos foram capazes de construir o metro articulado e de executar as medições indicadas na ficha de trabalho.

A esse respeito, todos os objetos referidos na ficha de trabalho e que deveriam ser usados pelos alunos existiam em quantidade suficiente e que não comprometeu as atividades planeadas. Apesar da utilização de um recurso construído pelos alunos constituir habitualmente um fator de motivação acrescida para os próprios, a sua utilização revelou o pouco rigor desse recurso, tendo produzido potenciais conflitos mediacionais, pelas discrepâncias verificadas nos valores que foram sendo obtidos.

5.3.1.5 Dimensão normativa do processo de estudo – comprimento no 3º ano

Como em qualquer processo de instrução, no caso em análise é possível identificar distintas normas que, ora de uma forma perfeitamente explícita ora porque presentes implicitamente, regulam as múltiplas interações que se estabelecem entre os seus intervenientes.

O Quadro 20 é precisamente uma síntese dessas normas.

Quadro 20. Identificação de normas e metanormas (comprimento – 3º ano)

Normas meta-epistémicas:
O professor verifica a correção de procedimentos - (17), (19), (44), (56), (60)
O professor valida os resultados - (28), (40)
Normas reguladoras das interações:
O professor decide quais as tarefas e em que momento devem ser realizadas pelos alunos - (18), (42), (47), (54), (57), (58), (119)
Normas reguladoras da utilização de materiais na aula:
Os materiais a utilizar são distribuídos pela professor - (1), (14)
O quadro serve para organizar e sistematizar os conteúdos explorados na aula - (41), (46), (52), (59), (64), (120), (121)
Os resultados devem ser registados individualmente no caderno do aluno - (119), (123)

5.3.2 EXPLORAÇÃO DO TEMPO NO 3º ANO

Decorrida no 3º período do ano letivo, esta aula de 103 minutos, e cuja transcrição se apresenta no Quadro 21, foi desenvolvida em uma escola pública com uma turma de 24

alunos. Os alunos estão sentados em 5 filas paralelas ao quadro, cada uma das filas com 3 mesas de dois lugares cada.

Quadro 21. Transcrição do processo de estudo – Tempo no 3º ano

Representação escrita da aula	
1	<i>Os alunos retornam à sala depois do intervalo da tarde.</i>
2	P: Vamos recomeçar a aula. Vamos todos colocar os relógios nas nossas mesas. [referindo-se a mostradores de relógios de ponteiros construídos em cartolina]. O ponteiro vermelho é o das ...
3	Als: horas!
4	P: E o amarelo é o dos...
5	Als: minutos!
6	Al: segundos!
7	P: Já sabemos que os nossos relógios não têm segundos. Vou agora distribuir uma folha por cada mesa para trabalharmos.
8	<i>A professora distribui uma ficha de trabalho pelos alunos (Ver Anexo IV). Um mostrador de um relógio analógico em cartolina é afixado no quadro.</i>
9	P: Vamos começar por ler a história; muitos meninos ainda têm dificuldade em trabalhar com as horas. C., lê a primeira imagem.
10	<i>A aluna lê o texto relativo à 1ª imagem, e a professora faz oralmente a exploração da imagem e do texto correspondente: o que aconteceu, quem disse o quê,...</i>
11	P: Vou chamar o K. para marcar no relógio do quadro as 8 horas.
11	<i>O aluno dirige-se ao quadro e coloca correctamente os ponteiros.</i>
12	P: Agora cada um vai marcar oito horas no seu relógio.
13	P: A que horas a mãe chamou a Ivone?
14	Als: Às oito horas.
15	<i>A professora “cola” uma cópia ampliada da 1ª imagem da história no quadro.</i>
16	<i>Ao lado da imagem o aluno escreve 8 h.</i>
17	P: Vamos continuar. L., continua a história.
18	<i>O aluno lê o texto relativo à 2ª imagem, mas substitui oito e quarenta por oito menos cinco.</i>
19	P: Oito menos cinco? Onde leste isso?
20	<i>O aluno não explica.</i>
21	P: Oito e quarenta. Vai marcar no relógio do quadro.
22	<i>O aluno dirige-se ao quadro e coloca os ponteiros do relógio a marcar 8.50.</i>
23	Als: Está mal!
24	P: [dirigindo-se a um dos alunos que fez o reparo] Vai então ao quadro corrigir e explicar.
25	<i>O aluno representa correctamente o tempo.</i>
26	Al: Se contarmos de cinco em cinco do um até oito dá quarenta.
27	P: O quê? Do um ao oito dá quarenta? Quarenta quê? Batatas? Explica outra vez o que pensaste na tua cabeça.
28	Al: Contei cinco, dez, quinze, vinte, vinte cinco, trinta, trinta cinco, quarenta minutos
29	<i>A professora “cola” uma cópia ampliada da 2ª imagem da história no quadro. Ao lado da imagem o aluno escreve 8 h 40 m.</i>
30	P: Posso dizer oito horas e quarenta minutos de outra forma?
31	3 Als: Sim!
32	P: S., podes dizer.
33	Al: Nove menos vinte.
34	P: Explica o que significa.
35	Al: Que faltam vinte minutos para as nove horas.
36	P: Muito bem. Vai escrever no quadro.
37	<i>Por baixo de 8 h 40 m a aluna escreve nove horas menos vinte.</i>
38	P: J., continua a ler a 3ª imagem.
39	<i>A professora “cola” uma cópia ampliada da 3ª imagem da história no quadro. Ao</i>

	<i>lado da imagem um aluno escreve 9:00.</i>
40	P: Concordam com a representação que o J. fez?
41	Al: Sim.
42	P: Como é que podíamos escrever de outra maneira?
43	<i>Um aluno dirige-se ao quadro e escreve 9 horas.</i>
44	P: Falta representar no relógio do quadro.
45	<i>O aluno que está no quadro coloca correctamente os ponteiros no relógio de cartolina, enquanto a professora circula pela sala verificando nas mesas se os restantes alunos também o fazem correctamente.</i>
46	P: Quem vai continuar a ler a história? R., lê a história.
47	<i>A professora coloca a 4ª imagem da história no quadro. Depois de ler a parte da história correspondente a essa imagem, o aluno escreve meio dia ao lado da imagem.</i>
48	P: Como podíamos representar meio-dia?
49	Als: Doze horas.
50	Al: Professora, na ficha tem um traço [referindo-se ao hífen da palavra meio-dia].
51	P: Com é que se chama esse traço?
52	Als: Hífen.
53	<i>O aluno corrige o que escreveu para meio-dia.</i>
54	P: Z., porque é que podemos dizer meio-dia?
55	Al: É como quando dizemos meia-noite!
56	P: C., porque é?
57	Al: Porque já passou metade do dia!
58	P: Quantas horas tem o dia?
59	Als: Vinte e quatro.
60	P: V., és tu a seguir.
61	<i>A professora coloca a 5ª imagem no quadro.</i>
62	<i>A aluna faz a leitura solicitada, após o que escreve ao lado da imagem 12 horas e 45 minutos.</i>
63	P: Como é que podemos representar doutra forma doze horas e quarenta e cinco minutos?
64	<i>Um aluno pede licença para ir ao quadro onde escreve 12 h 45 m.</i>
65	P: Ou ...
66	Al: Uma hora menos um quarto!
67	Al: Ou treze horas menos...
68	P: Menos...?
69	Al: Treze horas menos quinze minutos!
70	P: Ou poderíamos dizer treze horas menos um quarto, treze horas menos 15 minutos!
71	Al: Posso fazer uma pergunta?
72	P: Sim!
73	Al: Quem inventou as horas?
74	P: É uma boa pergunta para investigarmos! Já há muito tempo que se utilizam. Mas nós sabemos que se utilizaram outras coisas, como...
75	Als: ... o Sol!
76	P: Como se via que era meio-dia? Onde estava o Sol?
77	Al: À frente!
78	P: À frente de quê?
79	Al: Em cima de nós!
80	P: V., falta colocar os ponteiros do relógio [do quadro] no sítio certo.
81	<i>A aluna V. coloca os ponteiros a marcarem uma hora e um quarto.</i>
82	P: Quem concorda? J., está bem? Vamos ajudar a colega!
83	<i>A J. vai ao relógio do quadro e representa meio-dia menos um quarto. A professora coloca-se ao lado do quadro:</i>
84	P: É meia-noite [representando esse tempo com os ponteiros], estou a dormir. Durmo uma hora, duas horas [vai girando os ponteiros do relógio à medida que vai falando]... e acordo às...

85	Als: Oito horas!
86	P: Vou para a escola, faço os trabalhos e chega o...
87	Als: Meio-dia.
88	P: Como disse a C., já passou metade do dia.
89	<i>A professora vai representando o tempo no relógio que se encontra no quadro.</i>
90	P: Se continuarmos chegaremos outra vez aqui, mas já é meia-noite! Vamos então retomar a nossa história.
91	<i>A professora retoma a leitura da história na 6ª imagem, que vai colocar no quadro, e quando chega à parte do tempo, pára:</i>
92	Al: Meio-dia e cinco.[<i>completa, referindo-se à uma hora</i>]
93	P: Será? Quem vai ao quadro representar este tempo?
94	Al: Uma hora!
95	P: Muito bem, M., vai escrever no quadro.
96	<i>A aluna M. dirige-se ao quadro onde escreve 1 hora da tarde ou 13 horas.</i>
97	P: Treze horas porque já passaram treze horas do dia ou uma da tarde, porque passou uma hora depois do meio dia.
98	<i>A professora coloca a 7ª imagem no quadro.</i>
99	P: Z., lê em voz alta.
100	<i>Feita a leitura:</i>
101	P: Então vamos escrever quatro horas da tarde ou... Não quero que ninguém diga nada, quero o Z. a pensar!!
102	<i>Enquanto espera que o aluno faça no quadro a tarefa, a professora vai verificando o trabalho realizado pelos restantes alunos nos seus lugares. O aluno coloca correctamente os ponteiros no relógio do quadro e escreve 4 horas da tarde.</i>
103	P: Que letra horrível! Apaga o que escreveste e volta a escrever!
104	<i>O Z. apaga o que escreveu e escreve com letra "mais legível" 4 horas da tarde ou 16 horas.</i>
105	P: Por fim, J.M.
106	<i>O aluno J.M. lê o texto correspondente à 8ª imagem, enquanto a professora coloca a imagem no quadro.</i>
107	P: Este é mais difícil. Podemos dizer seis menos um quarto ou...
108	Als: Dezassete e quarenta e cinco.
109	<i>A professora vai verificando se os alunos nos seus lugares colocaram correctamente os ponteiros nos seus relógios.</i>
110	<i>Um aluno escreve no quadro 6 menos um quarto ou 17h:45m, mas coloca os ponteiros a marcar seis horas e quinze minutos. Entretanto, a professora acalma dois alunos que estavam em "despique calmo".</i>
111	Als [<i>apontando na direcção do relógio do quadro</i>]: Está mal !!
112	P: L., vai corrigir e explicar ao teu colega. Meninos, quero pouco barulho pois quero ouvir a explicação.
113	<i>O aluno coloca correctamente os ponteiros mas não fornece qualquer explicação.</i>
114	P: J., tu não consegues explicar?
115	<i>O aluno também não fornece qualquer explicação. A professora começa a estabelecer paralelo entre a história que está a ser explorada e um dia real dos alunos:</i>
116	P: Quando eu digo que são seis menos um quarto, quero dizer que faltam...
117	Als: Quinze minutos para as seis horas!
118	P: Há aqui alguns meninos que não estão a entender, eu bem estou a ver! Quem ainda não entendeu?
119	<i>Três crianças colocam o braço no ar.</i>
120	P [<i>dirigindo-se para toda a classe</i>]: Vamos agora fazer de outra forma. Eu vou dizer algumas horas e vocês vão representá-las. I., marca quinze horas. Quinze horas ou três da tarde.
121	<i>O aluno coloca correctamente os ponteiros.</i>
122	P: R., agora és tu! Mas vais ser tu, P., a dizer as horas ao teu colega: ele marca e tu depois é que dizes se está bem ou não.
123	Al: Seis e meia.

124	<i>O colega marca correctamente.</i>
125	Al: Três menos dez.
126	<i>O colega marca três horas e dez minutos, após o que o aluno abana a cabeça, desaprovando a resolução.</i>
127	P: Cada um pega no seu caderno e vão todos escrever as horas que o R. disser.
128	Vão todos fazer no seu lugar. Eu vou retirar a história [<i>imagens elucidativas da história que se encontram afixadas no quadro</i>], o R. vai dizer as horas e vocês têm algum tempo para fazerem e depois corrigimos.
129	<i>O aluno R. escreve no quadro: 3 menos 10</i>
130	P: Todos a fazer.
131	<i>Os alunos vão executando a tarefa e a professora vai verificando-a, circulando pelos lugares, e pede a um deles para ir fazer a correcção ao quadro, no relógio de ponteiros de papel que lá se encontra.</i>
132	P: Faltam quantos minutos para as três horas?
133	Als: Dez!
134	P: Muito bem. Agora, o N. vai representar no relógio do quadro as horas que o J. disser; os outros fazem no seu lugar.
135	<i>O aluno diz e escreve uma e meia e aprova a colocação dos ponteiros efectuada pelo seu colega.</i>
136	P: Não podemos escrever isto [<i>apontando para uma e meia</i>] de outra maneira?
137	Als: Treze horas e trinta!
138	P:... minutos!
139	<i>A professora escreve no quadro 13h30m.</i>
140	P: Agora sou eu que vou dizer. J., escreve aí quinze horas menos vinte e cinco minutos.
141	<i>O aluno escreve no quadro 15 h menos 25 m.</i>
142	P: Não vamos já dizer nada; primeiro fazem no lugar, têm algum tempo, e depois corrigimos.
143	<i>O aluno marca no relógio do quadro 14h 50min e diz:</i>
144	Al: Professora, já está, mas acho que está mal!
145	P: J., achas que está correcto?
146	Al: Acho que não.
147	P: Porquê?
148	Al: Assim é três menos dez.
149	<i>A professora dirige-se ao quadro e explica que dizer menos vinte e cinco significa faltarem 25 minutos para as três horas.</i>
150	P: Agora digo só para o N.: são dezassete horas menos dez.
151	<i>O aluno representa correctamente o valor no relógio de ponteiros.</i>
152	P: Concordam com o N.?
153	Als: Sim.
154	P: Alguém tem mais dúvidas em relação ao relógio?
155	<i>Um aluno responde afirmativamente e a professora chama-o para perto do relógio que estão a utilizar no quadro.</i>
156	P: Vai o R. dizer as horas.
157	Al: Cinco menos cinco.
158	P: Qual foi a hora que o R. disse?
159	Als: Cinco menos cinco.
160	<i>Enquanto o aluno escreve 17 h menos 5 minutos, o colega representa 17 h 25 min.</i>
161	P: Quando eu digo dezassete menos cinco, para serem dezassete horas quantos minutos ainda faltam? R., explica!
162	Al: Se colocar assim [<i>ponteiros a marcar 5 horas</i>] são cinco horas, por isso só tens que tirar cinco minutos [<i>à medida que vai falando vai rodando o ponteiro dos minutos colocando-o no sítio correcto</i>], percebeste?
163	P: Agora vou ver quem é que esteve com atenção.
164	<i>A professora distribuiu outra ficha de exercícios pelos alunos (Ver Anexo V).</i>
165	P: Colocam o nome e a data e depois vamos ver quem é que teve dificuldades. Façam a lápis: nome e data a caneta, resolução a lápis. É para fazerem em casa.

166	<i>A professora inicia a leitura da ficha, explicando cada exercício. Terminada a leitura:</i>
167	Als: É para trabalho de casa, professora?
168	P: Sim. Agora vamos fazer os exercícios que eu vou escrever no quadro.
169	<i>Os alunos guardam a ficha nas suas mochilas. Entretanto, a professora dirige-se ao quadro onde escreve:</i>
170	<i>Completa: Um dia tem ___ horas. E uma semana? ___</i>
171	<i>Os alunos escrevem nos seus cadernos o exercício do quadro.</i>
172	P [apontando para o quadro]: Agora, quero que respondam ao que escrevi no quadro aí nos vossos cadernos.
173	<i>A professora observa se os alunos executam a tarefa e, de volta ao quadro, acrescenta:</i>
174	<i>Completa: Um dia tem ___ horas. E uma semana? ___ Num dia, o ponteiro das horas dá ___ voltas ao relógio. Numa hora, o ponteiro dos minutos dá ___ voltas ao relógio.</i>
175	P: Isto é para pensarem!
176	P: Quantos dias tem uma semana?
177	Als: Sete!
178	P: Cada um faz no seu lugar. Entretanto, a M., que esteve muito caladinha, vai fazer ao quadro.
179	<i>A aluna levanta-se e dirige-se ao quadro:</i>
180	P: Então, M., um dia quantas horas tem?
181	Al: Vinte e quatro.
182	<i>A aluna completa no quadro Um dia tem <u>24</u> horas.</i>
183	P: M., vai lá tu agora!
184	Al: Um dia tem vinte e quatro horas, mas em vez de fazermos a soma de vinte e quatro horas sete vezes fazemos vinte e quatro a multiplicar por sete!
185	P: Alguém tem outra explicação?
186	Al: Nós sabemos que uma semana tem sete dias e um dia tem vinte e quatro horas, então, fazemos logo directamente sete vezes vinte e quatro.
187	P: Ou vinte e quatro vezes sete.
188	<i>No quadro, o aluno resolve a multiplicação 24 e escreve $24 \times 7 = 168$</i> $\begin{array}{r} 24 \\ \times 7 \\ \hline 168 \end{array}$ <i>completando no quadro: E uma semana? <u>Uma semana tem 168 horas.</u></i>
189	Al: Professora, que é que inventou os dias da semana?
190	P: Isso é bom para pesquisarmos na Internet, mas aqui não temos. L., podes vir ao quadro, por favor.
191	<i>O aluno dirige-se ao quadro, completando:</i> <i>Num dia, o ponteiro das horas dá <u>2</u> voltas ao relógio. Numa hora, o ponteiro dos minutos dá <u>1</u> volta ao relógio.</i>

5.3.2.1 Estrutura geral do processo de estudo – tempo no 3º ano

Sustentada no uso de um simulador de relógio analógico e a partir da exploração de um exemplo de rotinas diárias, nesta aula os alunos utilizaram o quadro para comunicarem as soluções encontradas e, quando necessário, para correção de respostas incorrectas dadas às questões colocadas nas fichas de trabalho. Além disso, cada aluno exercitou a leitura e a representação de valores do sistema horário em mostradores de relógios analógicos previamente construídos pelos próprios em cartolina. Assim, a atividade discente resultou

essencialmente em momentos de exploração e de exercitação de técnicas e, em menor grau, de receção de informação.

Relativamente à prestação docente, ao longo do processo de instrução a professora desempenhou funções de atribuição de tarefas, orientando a resolução da ficha de trabalho, seleccionando os alunos para a partilha em grande grupo das soluções para as questões, e funções de avaliação, quer determinando de modo formativo as aprendizagens atingidas, quer tentando resolver dificuldades individuais detectadas.

A estrutura geral deste processo de estudo encontra-se representada na Figura 11:

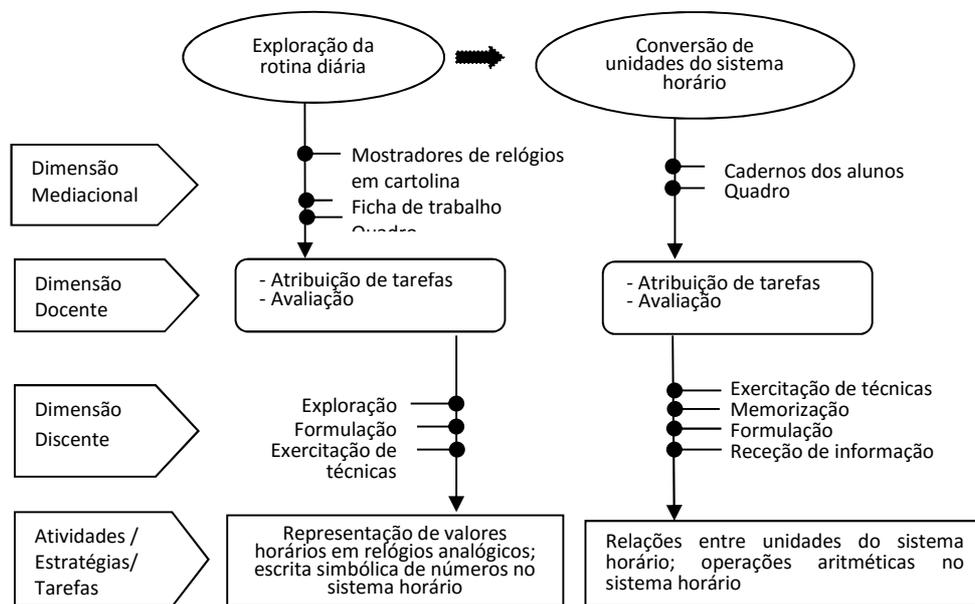


Figura 11. Estrutura global da aula sobre o tempo no 3º ano de escolaridade

5.3.2.2 Identificação de práticas matemáticas – tempo no 3º ano

No Quadro 22 estão sintetizadas as práticas matemáticas desenvolvidas pelos alunos da turma e pela professora, que foram consideradas mais relevantes no processo de estudo em análise:

Quadro 22. Práticas matemáticas identificadas (tempo - 3º ano)

<p>Alunos: - Lêem e compreendem as propostas da ficha de trabalho e do quadro</p> <ul style="list-style-type: none"> - Simulam valores de medidas do sistema horário - Representam valores horários em notação simbólica - Relacionam unidades do sistema horário
--

Professora: - Contempla contextos extramatemáticos na aula
 - Valida respostas dos alunos
 - Suscita respostas alternativas às respostas fornecidas pelos alunos

5.3.2.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – tempo no 3º ano

Os objetos matemáticos presentes neste segmento instrucional estão registados no Quadro 23, após o que se discrimina os processos associados.

Quadro 23. Identificação de objetos matemáticos (tempo - 3º ano)

<p><u>ELEMENTOS LINGUÍSTICOS</u></p> <p>Alunos: (verbais) horas, minutos, segundos, contar, números inteiros, mais, menos, meia, meia-noite, meio-dia, metade, quarto, soma, vezes, semana, multiplicar, dia (simbólicos) <i>8h; 8h 40m; nove horas menos; 9:00; 9 horas; meio-dia; 12 horas e 45 minutos; 12h45m; 1 hora da tarde; 13 horas; 4 horas da tarde; 16 horas; 6 menos um quarto, 17h:45m; 3 menos dez; uma e meia; 13h30m; 15h menos 25m; 17h menos 5 minutos; Um dia tem 24 horas; E uma semana? Uma semana tem 168 horas; Num dia, o ponteiro das horas dá 2 voltas ao relógio; Numa hora, o ponteiro dos minutos dá 1 volta ao relógio; $24 \times 7 = 168$;</i></p> $\begin{array}{r} 24 \\ \times 7 \\ \hline 168 \end{array}$ <p>Professor: (verbais) Horas, relógios, segundos, menos, números inteiros, minutos, primeira, terceira, meio-dia, dia, quarto, frente, ponteiros, meia-noite, metade, tempo, semana (simbólicos) <i>13h30m;</i> <i>Completa: Um dia tem ____ horas.</i> <i>E uma semana? ____</i> <i>Num dia, o ponteiro das horas dá ____ voltas ao relógio.</i> <i>Numa hora, o ponteiro dos minutos dá ____ voltas ao relógio.</i></p>
<p><u>CONCEITOS</u></p> <p>Alunos: Semana, dia, hora, minuto, segundo, número inteiro, fracção, metade, parte da unidade, à frente, em cima, multiplicação</p> <p>Professor: Unidades do sistema horário</p>
<p><u>PROCEDIMENTOS</u></p> <p>Alunos: Adição, subtracção, equivalência de designações; conversão de unidades; multiplicação; tradução de linguagem verbal para simbólica; tradução de linguagem verbal para algébrica; registo no quadro das respostas às questões</p> <p>Professor: Tradução de linguagem verbal para simbólica; equivalência de designações</p>

<p>PROPOSIÇÕES</p> <p>Alunos: Quarenta é múltiplo de 5 - (26); um dia tem 24 horas - (59); uma semana tem 168 horas - (188)</p> <p>Professor: Um quarto de hora são 15 minutos - (70)</p>
<p>ARGUMENTOS</p> <p>Alunos: Se efectuarmos uma multiplicação então obtemos o resultado de uma soma de parcelas iguais - (184)</p>

A multiplicidade de objetos de natureza linguística ostensiva identificados no segmento de instrução em análise – em (16), (29), (39), (43), (53), (62), (64), (96), (104), (110), (129), (160) e (188), por exemplo – resultam de sucessivos *processos de representação e materialização* realizados pelos alunos, interpretáveis como valores de medida de tempos.

Em (28) e (184) dois alunos realizam *processos de comunicação* oral (utilização dos múltiplos de cinco e cálculo de uma multiplicação, respetivamente).

Assiste-se a *processos de algoritmização* relativos à leitura e representação de valores horários – em (12) e em (45).

Da parte do professor são perceptíveis *processos de institucionalização* das soluções propostas para valores horários escritos pelos alunos e da representação de valores horários no mostrador afixado no quadro.

É de considerar que os *processos de particularização* propostos aos alunos na ficha de trabalho e visíveis na sequência decorrida entre (84) e (90) (em que o professor evoca momentos da rotina diário dos próprios alunos) pretendem a *generalização* de atividades de leitura e de representação de valores de medidas de tempo de carácter analógico.

5.3.2.4 Descrição de interações didáticas – tempo no 3º ano

Todos os alunos participantes neste processo de instrução tiveram à sua disposição modelos de mostradores de relógios analógicos para neles representarem os valores horários correspondentes aos valores numéricos indicados na ficha de trabalho (Anexo IV) e o tempo que lhes foi disponibilizado permitiu-lhes realizar as atividades, parecendo adequados.

Refira-se que, durante este processo de instrução, foi observada a utilização indistinta de duas abreviaturas diferentes para uma mesma unidade de medida de tempo – a quantidade de minutos foi expressa tanto recorrendo à sua sigla, *min*, como representando-a pela

minúscula *m*, que está reservada no SI como abreviatura da unidade principal de comprimento.

Não obstante não terem sido manifestados, é de admitir que estas práticas manifestadas poderão ter feito emergir conflitos cognitivos nos alunos.

O professor foi monitorizando o trabalho realizado, avaliando as tarefas desenvolvidas, ajudando os alunos que não foram capazes de determinar as soluções corretas e seleccionando quem apresentaria as soluções ao grande grupo.

5.3.2.5 Dimensão normativa do processo de estudo – tempo no 3º ano

As atividades desenvolvidas por alunos e professor durante este processo de instrução foram disciplinadas por regras, uns momentos de natureza metaepistémica, outros momentos assumindo um carácter de regulador das interações entre alunos e entre alunos e professor, e ainda definindo normas para a utilização dos materiais disponíveis.

As normas que pareceram mais relevantes podem ser consultadas no Quadro 24, elaborado para esse efeito e apresentado em seguida.

Quadro 24. Identificação de normas e metanormas (tempo - 3º ano)

Normas meta-epistémicas:
O professor explica as tarefas antes dos alunos as executarem - (10), (166) O professor decide quando e como se realizam as tarefas - (168) Os contextos extramatemáticos servem para compreender a Matemática - (115) O professor verifica as resoluções dos alunos - (45), (131) O professor valida os resultados - (36), (95), (134) As soluções têm de ser explicadas - (112) Existem exercícios com diferentes graus de dificuldade - (107)
Normas reguladoras de interações:
É ao professor que cabe seleccionar o aluno que vai realizar uma tarefa - (9), (11), (17), (36), (38), (46), (60), (82), (95), (99), (105), (112), (122) Os exercícios realizados individualmente são depois corrigidos em grande grupo - (16), (29), (37), (47), (62), (64), (96), (102), (104), (110), (129) O professor decide os momentos em que se realizam as atividades - (120), (168), (172) Os alunos validam as respostas dos colegas - (23), (112), (122)
Normas reguladoras da utilização de materiais:
Os alunos devem resolver os exercícios com lápis - (165) As soluções corretas devem ser apresentadas a todos no quadro - (21), (36), (95)

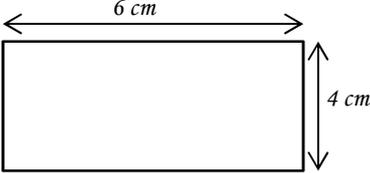
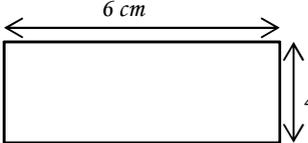
5.4 ANÁLISE DE PROCESSOS DE ESTUDO NO 4º ANO DE ESCOLARIDADE

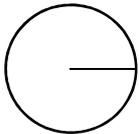
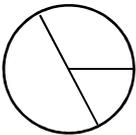
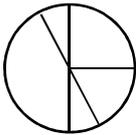
5.4.1 EXPLORAÇÃO DO COMPRIMENTO NO 4º ANO

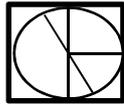
O processo de estudo que descrevemos agora corresponde a um excerto de 1 hora e 20 minutos de uma aula que se realizou no 2º período do ano escolar em uma escola pública da região do Grande Porto.

Participaram na aula 19 alunos, com 9 e 10 anos de idade. Os alunos encontram-se sentados em mesas de dois lugares, dispostas em 4 filas paralelas ao quadro, cada uma delas com 4 mesas. As mesas das duas primeiras filas estão todas preenchidas, e nas restantes filas algumas mesas estão totalmente desocupadas.

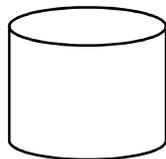
Quadro 25. Transcrição do processo de estudo – Comprimento no 4º ano

Representação escrita da aula	
1	<i>O professor pára durante cerca de um minuto, tempo suficiente para todas as crianças estarem caladas e sossegadas.</i>
2	<i>P: Vamos relembrar a circunferência, para relembrarmos os conceitos de diâmetro e raio, para depois passarmos à medição de perímetros dos objetos circulares que eu vos pedir. Essencialmente, vamos fazer medição de perímetros de bases circulares.</i>
3	<i>Enquanto fala, o professor vai percorrendo a sala.</i>
4	<i>P: Se eu vos pedisse para calcularem o perímetro desta figura [apontando para uma folha A4, em que entretanto pegou], não haveria dificuldade, pois não? O que fariam?</i>
5	<i>Al: Medíamos quadrados pelos lados!</i>
6	<i>Al: Medíamos todos os lados!</i>
7	<i>Al: Podíamos medir a área!</i>
8	<i>O professor corrige esta última intervenção, dizendo que o colega que referiu quadrados não se referiu à área, pedindo a este que explicitasse o processo que utilizaria.</i>
9	<i>P: O que é o perímetro?</i>
10	<i>Os alunos não respondem.</i>
11	<i>P: O que é o perímetro de um retângulo?</i>
12	<i>Al: É a soma de todos os lados.</i>
13	<i>O professor dirige-se ao quadro, onde desenha um retângulo:</i>
	
14	<i>Os alunos desenharam um retângulo nos seus cadernos, utilizando todos régua nessa construção.</i>
15	<i>No quadro, o professor acrescenta:</i>
	
	<i>Calcula o perímetro da figura</i> $P =$

16	<i>Um aluno vai ao quadro e completa a igualdade: $P = 6 + 6 + 4 + 4 = 20 \text{ cm}$</i>
17	P: Está bem?
18	Al [<i>que realizou a tarefa</i>]: Está.
19	P: Tens a certeza?
20	Al: Sim.
21	<i>O professor dirige-se ao quadro e acrescenta: $P = 6 + 6 + 4 + 4 = 12 + 8 = 20 \text{ cm}$</i>
22	P: Não é para complicar, mas eu prefiro que vocês escrevam assim. Vamos esclarecer que assim está correcto [<i>apontando para a igualdade escrita pelo aluno</i>] mas habituem-se também a fazer assim [<i>apontando para o que ele próprio escreveu no quadro</i>], porque com valores mais complicados é mais fácil fazer assim.
23	Al: Também podíamos fazer seis mais quatro dez, seis mais quatro dez, e dez mais dez são vinte!
24	P: É verdade, porque esses números são números amigos. D., sabes o que são
25	números amigos?
26	A: Não.
27	P: São números cuja soma dá dez, cem, mil, cem mil....
28	<i>O professor pede a uma aluna que se dirija ao quadro e aí desenhe uma circunferência, utilizando o compasso. A aluna mostra alguma dificuldade em fixar o centro e de imediato um colega levanta-se com intenções de ajudá-la. O professor manda-o sentar e começa ele a ajudar a aluna na construção:</i>
29	P: O que é que não fizeste e que deu com que a circunferência não ficasse direita?
30	Al [<i>no seu lugar</i>]: Tínhamos que marcar o centro da circunferência!
31	P: Meus senhores, tenho o pneu da bicicleta. O que me falta?
32	Als: Raio!
33	P: Quem quer vir ao quadro?
34	<i>Todos os alunos respondem afirmativamente e o professor selecciona um deles para ir executar a tarefa:</i>
	
35	P [<i>referindo-se ao raio desenhado</i>]: Está correcto?
36	Als: Sim.
37	P: Porquê?
38	Al: Porque raio é metade da circunferência.
39	P: Ou metade do diâmetro. Quem quer vir desenhar o diâmetro?
40	Als: Euuu!!
41	<i>O professor escolhe um outro aluno que vai traçar um diâmetro:</i>
	
42	P: E se eu traçar assim [<i>traça outro diâmetro na circunferência</i>]?
	
43	Als: É outro diâmetro!
44	P: Como vamos então calcular o perímetro? Como fazemos nesta circunferência?
45	<i>Uma aluna levanta-se, dirige-se ao quadro e efetua a quadratura exterior do círculo</i>

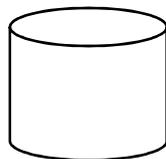


- 46 *O professor mostra à aluna porque não poderá ser dessa forma, a que a aluna reage, dizendo:*
- 47 *Al: Já sei, utilizava aquele instrumento...*
- 48 *A aluna esboça um transferidor no quadro.*
- 49 *P: Um transferidor serve para medir a amplitude de ângulos.*
- 50 *O professor pega numa lata que se encontra em cima de uma mesa e contorna a*
- 51 *face lateral da lata com um fio. Depois corta o fio, estica-o, e um aluno diz:*
- 52 *Al: Agora é medir na régua!*
- 53 *P: Pois, colocamos a ponta do fio no um...*
- 54 *Als [interrompendo o professor]: No zero!*
- 55 *O professor coloca o fio na posição correcta e um aluno levanta-se e vai ver quanto este mede.*
- 56 *P: Relembrando: coloco o fio na base circular, colo extremidade com extremidade, corto o fio e com a régua meço. Está percebido? Meus senhores, está na hora de pôr mãos à obra!*
- 57 *Os alunos começam a contornar com fio os objetos de forma cilíndrica que trouxeram de casa (latas e frascos, na sua maioria), tentando repetir o procedimento realizado pelo professor para determinarem o perímetro da base desses objetos. Alguns alunos mantêm-se sentados, outros levantam-se e solicitam ajuda ao professor.*
- 58 *P: Sentem-se, que eu vou aos vossos lugares. Também podem pedir ajuda ao vosso colega de mesa.*
- 59 *Os alunos vão realizando a tarefa, alguns sozinhos, outros com a ajuda de colegas, outros ainda com a ajuda do professor.*
- 60 *P: Agora, cada um no seu lugar vai desenhar um cilindro no seu caderno.*
- 61 *O professor dirige-se ao quadro onde representa:*



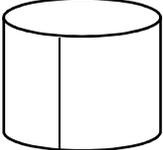
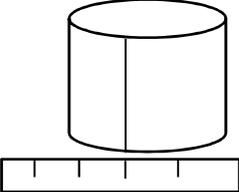
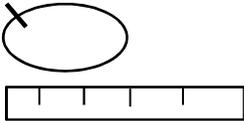
Medição de perímetros de bases circulares
 $P = \text{--- } m$

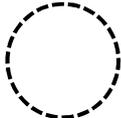
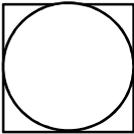
- 62 *P: Está correcto?*
- 63 *Nenhuma resposta.*
- 64 *P: Está correcto?*
- 65 *Como ninguém responde, o professor corrige o quadro, obtendo:*

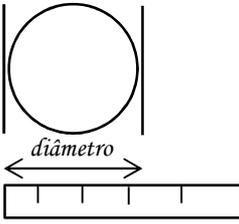


Medição de perímetros de bases circulares
 $P = \text{--- } cm$

- 66 *P: Tenho de utilizar centímetros porque a régua não tem um metro.*
- 67 *O professor vai circulando pela sala, verificando os procedimentos e as medições realizadas. Os alunos mantêm-se nos seus lugares, aguardando a visita do professor aos seus lugares.*
- 68 *Al: O fio não pode ser esticado depois de o cortarmos; nem esticado antes de rodear a lata! [este comentário surge pelo facto do aluno estar a utilizar um fio com alguma elasticidade].*
- 69 *Os alunos vão acabando de copiar o que está no quadro.*
- 70 *P: Já está? Posso passar para outra estratégia?*
- 71 *Três alunos dizem que sim.*
- 72 *P: Uma outra estratégia pode ser... suponhamos que, de repente, foi-me pedido que medisse a base circular de um objeto, mas não tenho fio.*

73	Al: Temos mesmo que medir?
74	Al: Podemos medir com a régua!
75	P: Como, se ela é plana e queremos medir uma base circular?
76	<i>A aluna que fez a sugestão pega numa lata e demonstra a sua proposta, medindo a</i>
77	<i>base aos pedaços, deslocando a régua ao longo da base.</i>
78	P: Já não ouvimos falar disto?
79	<i>O professor relembra a sugestão proposta em (45).</i>
80	Al [<i>retomando a estratégia proposta pela colega</i>]: Temos que fixar o início da régua e ir rodando a régua a toda a volta até ela chegar outra vez ao início.
81	P: É muito fácil. Pego num pau, ou qualquer outra coisa que marque, e marco um risco na circunferência da base; depois, vou rodando a lata até o risco aparecer outra vez.
82	<i>Enquanto fala, o professor dirige-se ao quadro onde vai representando aquilo que vai dizendo. Depois, pede aos alunos que confirmem os valores que obtiveram na primeira tarefa realizada nesta aula, mas utilizando agora esta estratégia.</i>
83	P: Meninos, deu igual? [<i>referindo-se à comparação de valores obtidos por aplicação das duas estratégias</i>]. Deu igual a toda a gente?
84	Als: Não.
85	P: Como é que vamos passar para o caderno aquilo que fizeram?
86	<i>Dois alunos dirigem-se ao quadro e começam a representar os procedimentos efectuados. Um aluno desenha:</i>
87	
88	<i>O outro aluno completa a representação desenhando uma régua:</i>
	
89	<i>Ao descobrirem que podem “medir” o seu punho, os alunos ficam algo agitados, querendo a classe toda efectuar essa medição. Como consequência, o professor dá 1 minuto para que toda a turma pudesse efectuar a medição dos pulsos. Depois, dirige-se ao quadro e aponta para a representação obtida em (88).</i>
90	P: Toda a gente acha que deve ser assim?
91	<i>Os alunos não reagem e o professor afirma que o cilindro não pode estar de pé, sugerindo a seguinte alteração:</i>
	
92	P: Passem para o caderno e coloquem a medida. Suponhamos agora – e por isso é que a Matemática é interessante – que eu estava na rua e a única coisa que eu tinha era um fio.
93	Als: Isso era fácil!
94	P: Vou colocar de outra maneira, chegar por outro caminho: suponhamos que estavam sozinhos e não tinham quem vos ajudasse. Lembrem-se que os vossos colegas ajudaram-vos com o fio! Então, digo-vos que é igualmente fácil! Sabem o que faziam? Pegavam no objeto circular, colocavam-no por exemplo no chão, e à sua volta colocavam pedrinhas ou pauzinhos.
95	<i>O professor desenha no quadro uma circunferência com linha intermitente</i>

96	P: Quantas estratégias utilizámos?	
97	Als: Três.	
98	P: P., primeira estratégia?	
99	Al: Colocar fio à volta, cortar e meter o fio na régua e determinar o valor.	
100	P: Colocamos o fio no um [<i>referindo-se à marca de 1 cm</i>].	
101	Als: Não, no zero!!!	
102	P: Outra estratégia?	
103	Al: Marcar um ponto e andar à volta na régua até dar uma volta.	
104	P: A outra estratégia foi...	
105	Al: Pegamos no objeto, pomos no chão e pomos pedrinhas à sua volta.	
106	P: P: Falta-nos agora o diâmetro!	
107	P: Dêem-me exemplos de bases circulares.	
108	Als: Latas, copos, tampas, ... [<i>vários alunos estão de dedo no ar, querendo responder</i>]	
109	P: Imaginem que chegaram a um pinhal, que estão num pinhal, e foi-vos pedido que medissem o diâmetro de um pinheiro.	
110	<i>Um aluno pede ao professor para repetir o que tinha dito; o professor pede a um outro aluno que repita o que ele tinha dito. Uma aluna começa a sua explicação mas não reproduz o que o professor proferira, que repete o que tinha dito.</i>	
111	Al: Colocamos um fio à volta do pinheiro e medimos!	
112	Al: Mas isso é o perímetro!	
113	P: Porquê? [<i>dirigindo-se a este último</i>]	
114	Al: Porque ainda ao bocado fizemos isso no perímetro!	
115	<i>O professor pede ao aluno que propôs circundar o pinheiro com um fio que represente essa situação no quadro.</i>	
116	P: Ao fazer isto, o vosso colega estava a medir o diâmetro?	
117	<i>Metade dos alunos diz que sim e a outra diz que não.</i>	
118	P: D., explica porque é que o teu colega não tem razão.	
119	Al: Porque antes, no perímetro, fizemos o que ele disse!	
120	P: Lembra-se de eu vos ter pedido para fazerem em casa: colocar um fio à volta de qualquer coisa redonda e com outro fio medir só o diâmetro, e ver quantas vezes o diâmetro cabe no fio.	
121	Al: Posso ir ao quadro?	
122	P: Vem ao quadro explicar.	
123	<i>A aluna A. vai ao quadro onde representa</i>	
124		
	<i>acrescentando que depois se cortava a árvore.</i>	
125	P: Cortávamos a árvore? E as nossas preocupações ecológicas? Definem-me agora diâmetro.	
126	Al: É uma recta que vai de uma fronteira a outra.	
127	P: E está onde: dentro ou fora da circunferência?	
128	Als: Dentro.	
129	P: Acabaram-se as confusões entre perímetro e diâmetro?	
130	Als: Sim!!!	
131	Al: Não podemos calcular o diâmetro porque tínhamos de cortar a árvore!	
132	P: Eu falei numa árvore, mas podia ser um pneu e... não podíamos medir o diâmetro de um pneu?	
133	<i>Dois alunos dirigem-se ao quadro, representando</i>	
134		

135	P: Vocês estão quase lá! Reparem, eu já tenho o diâmetro marcado, só me falta medi-lo!
136	<i>O professor dirige-se ao quadro onde representa</i>
137	
138	P: Assim, eu não determinava o diâmetro?
139	Als: Sim.
140	P: E não poupava uma árvore?
141	Als: Sim.
142	<i>Um aluno sugere que a orientação horizontal também era válida, a que o professor anui.</i>

5.4.1.1 Estrutura geral do processo de estudo – comprimento no 4º ano

Após a enunciação do principal objetivo da aula, a atividade do docente iniciou-se com a colocação de questões sobre processos de cálculo do perímetro de uma folha rectangular.

Invocando procedimentos anteriormente explorados, termina com a representação escrita da expressão numérica representativa do cálculo do perímetro de um retângulo de lados com comprimento 4 cm e 6 cm.

Daí em diante e até ao fim do processo instrucional, a atribuição de tarefas a executar pelos alunos, a regulação da realização dessas tarefas e a avaliação dos procedimentos efetuados e das soluções encontradas foram as principais funções desempenhadas pelo professor.

Nos momentos seguintes, a atividade docente observada neste processo de instrução pode ser considerada de características essencialmente reguladoras de tempos e de execução das tarefas, e de avaliação e da correção dos procedimentos realizados pelos alunos, assim como das soluções por estes propostas para as questões que iam sendo colocadas.

Na dimensão discente, prevaleceram as atividades de exercitação de técnicas de medição de comprimentos de objetos com forma circular, com recurso a instrumentos de medida e/ou a materiais não estruturados, posteriormente partilhadas em grande grupo oralmente e/ou com a sua exemplificação no quadro após a sua realização individual ou em pequenos grupos.

Assiste-se a atividades de formulação de soluções para as situações em exploração ou modeladas e atividades de receção de informações, maioritariamente da responsabilidade do professor mas por vezes dos próprios alunos.

No desenvolvimento deste episódio foram vários e de diferente natureza os suportes materiais em utilização.

O quadro foi o meio privilegiado de apresentação e exposição da informação produzida, que foi registada individualmente nos cadernos dos alunos.

Observou-se também a utilização de instrumentos estruturados de desenho geométrico e de medição de comprimentos (compasso e régua) e foram também utilizados materiais didáticos de carácter não estruturado, como latas metálicas, frascos e fios.

Na Figura 12 é apresentada uma perspetiva esquemática deste processo de estudo.

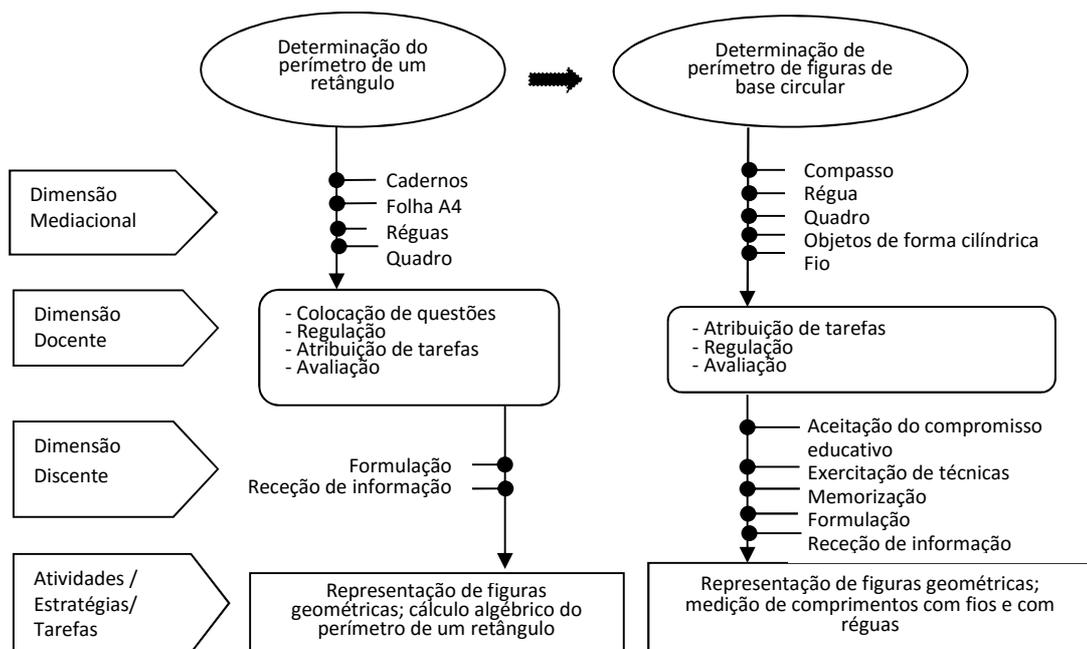


Figura 12. Estrutura global da aula sobre o comprimento no 4º ano de escolaridade

5.4.1.2 Identificação de práticas matemáticas – comprimento no 4º ano

As práticas matemáticas mais significativas realizadas pelos alunos e pelo professor neste processo de estudo implementado com uma turma do 4º ano de escolaridade, são as que se encontram elencadas no Quadro 26, a seguir apresentado.

Quadro 26. Práticas matemáticas identificadas (comprimento - 4º ano)

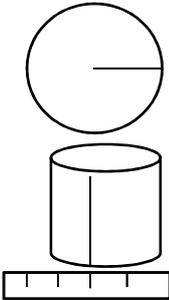
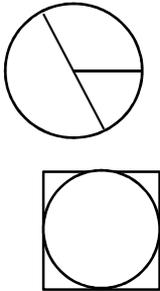
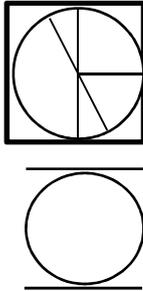
<p>Alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utilizam instrumentos de medição de comprimento (régua) - Calculam o perímetro de retângulos - Determinam o perímetro de objetos de forma circular - Comunicam as estratégias utilizadas na execução das tarefas - Justificam as estratégias utilizadas na execução das tarefas <p>Professor:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Evoca conhecimentos anteriores de natureza geométrica - Contempla situações de contextos extramatemáticos - Solicita definição de conceitos - Evoca estratégias de cálculo de perímetros - Representa graficamente modelos de objetos tridimensionais
--

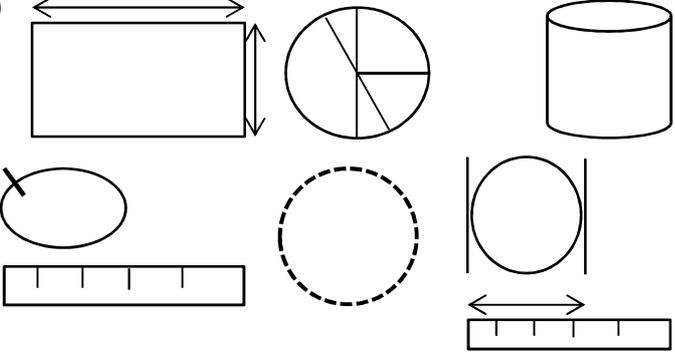
5.4.1.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – comprimento no 4º ano

No Quadro 27 estão identificados os objetos matemáticos presentes neste processo de estudo: pela sua leitura fica visível, por exemplo, tanto a diversidade de tipos de elementos linguísticos observados (de natureza verbal, simbólica e gráfica, atribuídos tanto aos alunos desta turma como ao seu professor) assim como a variedade de conceitos explorados.

Posteriormente, serão identificados os processos matemáticos mais relevantes que estes objetos matemáticos mobilizaram e/ou fizeram emergir durante a implementação deste processo de estudo.

Quadro 27. Identificação de objetos matemáticos (comprimento - 4º ano)

<p>ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS</p> <p>Alunos: (verbais) números naturais, perímetro, figura, quadrado, lado, circunferência, diâmetro, raio, (simbólicos) números naturais, perímetro, soma, igualdade, $P = 6 + 6 + 4 = 20 \text{ cm}$ (gráficos)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">    </div>
--

<p>Professor: (verbais) potências de 10, perímetro, retângulo, circunferência, diâmetro, cilindro, centímetro, metro, base circular, medida (simbólicos) <i>6 cm, 4 cm, Calcula o perímetro da figura; $P = 6 + 6 + 4 + 4 = 12 + 8 = 20$ cm; Medição de perímetros de bases circulares; diâmetro</i> (gráficos)</p> 
<p>CONCEITOS</p> <p>Alunos: Lado, quadrado, área, soma, propriedade associativa da adição, propriedade comutativa da adição, circunferência, centro, raio, diâmetro, perímetro, reta, fronteira</p> <p>Professor: Circunferência, diâmetro, raio, medição, perímetro, círculo, retângulo, ângulo, amplitude, base, cilindro, metro, centímetro, medida, dentro/fora,</p>
<p>PROCEDIMENTOS</p> <p>Alunos: Representação bidimensional de figuras geométricas, adição, medição de comprimentos, determinação de perímetros</p> <p>Professor: Representação bidimensional de figuras geométricas, adição, exemplificação de medição de comprimentos</p>
<p>PROPOSIÇÕES</p> <p>Alunos: O perímetro de um retângulo é a soma dos comprimentos dos seus lados - (12), (16); a adição de números inteiros é associativa - (23); o raio é metade de uma circunferência - (38); existem vários diâmetros em uma circunferência - (43); o diâmetro é uma recta que vai de uma fronteira a outra - (126); O diâmetro está no interior de uma circunferência - (128)</p> <p>Professor: O raio é metade de um diâmetro - (39); o transferidor é um instrumento de medição da amplitude de ângulos - (49); o perímetro de uma circunferência pode ser determinado de forma indirecta - (55) e (56), (81), (103); existem diferentes formas de determinar o perímetro de uma circunferência - (98), (104); o diâmetro pode ser determinado de forma indirecta - (137)</p>
<p>ARGUMENTOS</p> <p>Alunos: Não se pode determinar o diâmetro circundando o exterior do pinheiro porque esse procedimento produz o valor do seu perímetro - (114)</p> <p>Professor: A utilização da propriedade associativa da adição facilita a determinação de somas - (22); não é possível determinar o</p>

perímetro por utilização de um transferidor porque é um instrumento de medição de amplitudes de ângulos - (49)

Como se constata pela leitura do Quadro 27, neste segmento instrucional identificamos objetos matemáticos de natureza diversa.

Estes objetos emergem das múltiplas representações gráficas realizadas, como consequência de *processos de comunicação e materialização*, realizados tanto pelos alunos – em (16), (34), (41), (45), (60), (87), (88), (124) e (134) –, como pelo professor – em (13), (15), (21), (42), (61), (65), (91), (95) e (137), e intervenientes mediante processos de modelização matemática.

Estas representações ostensivas serviram de apoio ao desenvolvimento da aula, por evocarem entidades de natureza não ostensiva, tanto de natureza algébrica (como na representação do perímetro de um retângulo como soma dos comprimentos dos seus lados), como geométrica (nas representações de formas retangulares, no início do segmento instrucional em análise, e de formas circulares, nomeadamente de alguns elementos como raio e diâmetro de uma circunferência) e também sobre medição (presentes na mobilização de conceitos como perímetro, por exemplo).

A partir de *processos de particularização* – visíveis em (31), (44) e (57), por exemplo – é de supor que as sucessivas tarefas propostas pelo professor pretendem a *generalização* de estratégias de determinação de perímetros de figuras com forma circular.

Em última análise, é de supor que os *processos de problematização* que foram sendo colocados pelo professor, suportados por utilização de objetos presentes na sala de aula, como em (4) e em (44), ou existentes em contextos não escolares mas envolvendo situações do conhecimento dos alunos, como em (109), e que foram resultando em *processos de decomposição* desenvolvidos pelos estudantes, visam a *reificação* de procedimentos de determinação de perímetros de figuras.

A apresentação e a discussão coletiva dos processos realizados e dos resultados atingidos pelos estudantes quer individualmente, como consequência de *processos de personalização* – realizados individualmente em (14), (16), (34), (45), (99) e (103), por exemplo, ou pela realização em grupo, como em (59), (86) e (134).

As intervenções do professor regulando as tarefas e as soluções propostas pelos alunos – visíveis por exemplo em (42), (56), (67), (75) e (135) – afiguram-se cruciais para a progressão colectiva das aprendizagens e o desenvolvimento de competências pretendidas, visando a sua *institucionalização tanto* na dimensão concetual, como se pode constatar em (9), (27) e (125), como também a nível procedimental, como registado em (55) e (56), em (81), de (96) a (105) e em (120).

5.4.1.4 Descrição de interações didáticas – comprimento no 4º ano

O tempo alocado a este processo de instrução assim como os recursos que foram sendo sucessivamente utilizados (objetos do quotidiano, instrumentos de medição de comprimentos, cadernos dos alunos e quadro da sala) parecem, por si só, ajustados à intencionalidade subjacente ao desenvolvimento deste processo de estudo.

Em alguns momentos, no entanto, na sua utilização é possível sinalizar alguns conflitos semióticos, nomeadamente de natureza mediacional: em (28), a estudante revela alguma dificuldade de manuseio do compasso quando pretende representar uma circunferência; em (47), quando a utilização de um transferidor é proposta como adequada à determinação do perímetro de uma circunferência; em (68), em que a utilização de um fio com elasticidade compromete a correta determinação do seu comprimento.

Nestes momentos, o professor intervém na tentativa de resolver estes conflitos, exemplificando a utilização destes meios de apoio às aprendizagens ou apresentando explicações para as incorrecções detectadas.

Em (38) e (39) ocorre um potencial conflito semiótico quando as expressões “*metade da circunferência*” e “*metade do diâmetro*” são apresentadas como definições sinónimas para o conceito de raio de uma circunferência.

Posteriormente, um conflito semiótico, de carácter epistémico, parece suceder na trajetória discente decorrida entre (45) e (49). Após uma aluna propor a quadratura do círculo como forma de determinar o seu perímetro e o professor mostrar-lhe que tal procedimento não é correto. A mesma estudante avança como solução a utilização do transferidor; poderá supor-se a não resolução deste conflito uma vez que o professor apenas acrescenta a utilidade deste instrumento na medição de amplitudes e exemplifica ele próprio de imediato a determinação

do perímetro de uma forma circular utilizando a face lateral de uma lata de forma cilíndrica, abandonando temporariamente a representação da circunferência que estava a ser utilizada.

Na parte final da aula, um aluno recorda uma prática que é válida mas não é matemática para resolver a situação matemática em causa – cortar uma árvore para poder ser possível determinar o diâmetro do seu tronco, em (131): esta proposta de solução do problema no *mundo real* em oposição a uma solução matemática para o mesmo problema, configura um potencial conflito semiótico de natureza simultaneamente interacional (produzido entre aluno e professor) e epistémica (disparidade de significados institucionais).

5.4.1.5 Dimensão normativa do processo de estudo – comprimento no 4º ano

Identificadas práticas, objectos e processos matemáticos e didáticos, e referidas as principais interações observadas (incluindo alguns potenciais conflitos semióticos emergentes), passaremos a apresentar, no Quadro 28, as normas que regularam o processo instrucional em estudo.

Como se constata, podem inferir-se normas de natureza diversa, a saber: regras de carácter meta-epistémico, regras que regularam as interações dos intervenientes e também regras relacionadas com o uso de recursos materiais no desenvolvimento das atividades.

Quadro 28. Identificação de normas e metanormas (comprimento - 4º ano)

Normas meta-epistémicas:
Na resolução de uma expressão numérica devem ser indicados os cálculos parciais - (22) Um problema pode resolver-se por diferentes estratégias - (96), (102) e (104)
Normas reguladoras de interações:
O professor informa os alunos dos objetivos da aula - (2) É ao professor que cabe seleccionar o aluno que vai realizar uma tarefa - (34), (41), O professor exemplifica procedimentos e depois os alunos aplicam-nos - (21) e (22); (56); (94) Os alunos podem entreajudar-se na realização das tarefas - (58) É o professor que verifica a correção dos procedimentos dos alunos - (67)
Normas reguladoras da utilização de materiais na aula:
As construções geométricas devem ser realizadas com instrumentos de desenho - (14), (28) Os exercícios realizados no quadro devem ser copiados para os cadernos individuais - (69)

5.4.2 EXPLORAÇÃO DO TEMPO NO 4º ANO

Este segmento instrucional – desenvolvido em uma instituição de ensino público e cuja transcrição se apresenta no Quadro 29 – desenvolveu-se com uma turma de 18 alunos durante cerca de 85 minutos.

Nesta sala de aula, existiam 4 filas de mesas para os alunos, todas paralelas ao quadro: as 3 primeiras filas eram compostas por 4 mesas de 2 lugares e na 4ª fila existiam apenas duas mesas. Algumas mesas estão ocupadas por dois alunos e outras só com um aluno.

Quadro 29. Transcrição do processo de estudo – Tempo no 4º ano

Representação escrita da aula	
1	P: Vamos fazer revisões sobre o tempo. Vamos lembrar a utilização de relógios, porque creio que há algumas dificuldades em algumas noções básicas. Vamos precisar dos nossos cadernos. Quem são os responsáveis pelo material?
2	<i>Três alunos levantam-se e dirigem-se ao armário de onde tiram os livros de Matemática, que distribuem depois pelos colegas.</i>
3	P: Meus amigos, uma hora e trinta minutos! Ora aí está, quantos minutos são?
4	Al: Noventa minutos.
5	P: Tens a certeza?
6	Al: Toda a certeza! Noventa minutos porque são sessenta mais trinta!
7	P: No 4º ano o termo “mais” não existe!
8	<i>Vários alunos corrigem o colega dizendo que se trata de uma soma.</i>
9	P: Diz-me uma coisa, A., um século quantos anos são?
10	A: Cem anos.
11	O professor dirige-se ao quadro e escreve: <i>um século = 100 anos</i>
12	P: T., uma década quantos anos são?
13	T: Dez anos.
14	O professor dirige-se ao quadro e acrescenta: <i>um século = 100 anos uma década = 10 anos</i>
15	P: T., um ano quantos meses tem?
16	Al: Doze.
17	P: Tens a certeza?
18	O professor dirige-se ao quadro e acrescenta : <i>Tempo um século = 100 anos uma década = 10 anos um ano = 12 meses</i>
19	<i>Vários alunos vão dando a sua opinião sobre a última resposta dada.</i>
20	P: Copiem para os vossos cadernos o que escrevi no quadro!
21	P: D, diz-me lá: um ano são doze meses; doze meses quantos dias são, se for um ano comum? Sabes que há ano comum e ano bissexto: qual é a diferença?
22	D.: Vinte e oito ou vinte e nove dias.
23	P: A diferença está em que mês?
24	<i>Assiste-se a algum alvoroço; todos os alunos dão o seu palpite.</i>
25	P: Sendo um ano comum, quantos dias tem Fevereiro?
26	Al: Trinta.
27	P: Errado!
28	<i>Os restantes alunos voltam a dar as suas opiniões, uns dizendo 28 e outros 29. O professor mantém-se em silêncio, aguardando que a turma se acalme.</i>
29	P [dirigindo-se a um aluno]: Diz tu!
30	Al: Vinte e oito!
31	P: Vinte e oito dias! E o ano bissexto tem mais um, tem vinte e nove. Diz lá, então, D., um ano comum quantos dias tem?

32	<i>O professor dirige-se ao quadro, onde escreve:</i> $12 \text{ meses} =$ $\begin{matrix} \text{dias (ano comum)} \\ \text{dias (ano bissexto)} \end{matrix}$
33	P: Então, quantos dias tem um ano bissexto?
34	Als: Trezentos e sessenta e seis.
35	<i>O professor dirige-se ao quadro, completando:</i> $12 \text{ meses} =$ $\begin{matrix} 365 \text{ dias (ano comum)} \\ 366 \text{ dias (ano bissexto)} \end{matrix}$
36	P: Recapitulando: o ano comum tem trezentos e sessenta e cinco dias e um ano bissexto tem trezentos e sessenta e seis.
37	P: Uma outra pergunta: um dia quantas horas tem?
38	Als: Vinte e quatro!
39	<i>O professor dirige-se ao quadro, onde escreve:</i> $\text{um dia} = 24 \text{ horas}$
40	Al: Vinte e quatro horas e um minuto!
41	P: Vinte e quatro horas e um minuto? Porquê?
42	Al: Não sei... o meu primo é que me disse mas não sei porquê...
43	P [<i>dirigindo-se à turma</i>]: Então em que é que ficamos? Vinte e quatro horas ou vinte e quatro horas e um minuto?
44	Al: Quando passa vinte e quatro horas estamos num dia e quanto são vinte e quatro horas e um minuto já estamos noutra dia!
45	P: Estou cansado de perguntas fáceis; agora uma pergunta difícil!
46	<i>O professor dirige-se ao quadro e escreve:</i>
47	$\text{Se um dia tem } 24 \text{ horas, quantos minutos tem?}$
48	P: M., uma hora quantos minutos tem?
49	<i>O aluno não responde.</i>
50	P: S., uma hora quantos minutos são?
51	<i>O professor aponta para um relógio analógico que se encontra na parede, em cima do quadro.</i>
52	P: O que representa a bolinha no relógio?
53	S: Sessenta.
54	P: Então uma hora tem sessenta minutos!
55	Al: Cada número [<i>do relógio</i>] vale cinco, logo, cinco vezes doze são sessenta!
56	P [<i>apontando para a pergunta escrita no quadro</i>]: agora este problema, rápido!
57	Al: Mil quatrocentos e quarenta.
58	P: Vai resolver ao quadro
59	<i>O aluno dirige-se ao quadro, onde escreve:</i> $\begin{array}{r} 60 \text{ minutos} \\ \times 24 \text{ horas} \\ \hline 240 \\ + 120 \\ \hline 1440 \text{ minutos} \end{array}$
	$\mathcal{R}: \text{Um dia tem } 1440 \text{ (mil quatrocentos e quarenta) minutos.}$
60	P [<i>apontando para o problema e a sua resolução</i>]: Passem para o vosso caderno o que está escrito no quadro.
61	P: Começámos nos séculos, dos séculos passámos aos anos e aos meses, até às horas, aos minutos e agora...
62	Als: Faltam os segundos!
63	P: Um minuto quantos segundos tem?
64	Al: Sessenta.
65	<i>O professor dirige-se ao quadro, onde escreve:</i> $\text{um minuto} = 60 \text{ segundos}$
66	P: Antes de continuarmos a resolver os exercícios, vou colocar uma situação problemática, vou tentar resolvê-la e para isso vou pedir a vossa opinião.
67	Al: Vai ser de cabeça?
68	P: Pronto, eu vou escrevê-la.
69	<i>O professor dirige-se ao quadro, apaga-o e escreve:</i>
	<i>Situação Problemática:</i> <i>O Manuel partiu da estação de comboios Coimbra B às 11h 40m. A viagem até Aveiro demorou 30 minutos. A que horas chegou o Manuel a Aveiro?</i>

70	<i>Três alunos respondem de imediato.</i>
71	P: Raciocinem mentalmente comigo. F., meio dia e dez, porquê?
72	<i>O aluno interpelado não responde.</i>
73	P: R., diz lá tu!
74	Al: Se passassem vinte minutos era ao meio-dia, assim como são trinta são mais dez, então é meio-dia e dez.
75	P: P., diz lá tu!
76	<i>O aluno repete a justificação. O professor pede-lhe que vá ao quadro para ir resolver a situação colocada. O aluno escreve no quadro:</i>
77	$\begin{array}{r} 11 \text{ h } 40 \text{ min} \\ + 00 \text{ h } 30 \text{ min} \\ \hline 11 \text{ h } 70 \text{ min} \end{array}$
78	P: Então, meio-dia e dez ou onze horas e setenta?
79	Al: É indiferente!
80	P: Não, não é!
81	Al: Posso ir fazer diferente?
82	P: Vai lá ao quadro fazer.
83	<i>O aluno dirige-se ao quadro, e vai explicando à medida que vai escrevendo:</i>
84	$\begin{array}{r} 11 \text{ h } 40 \text{ m} \\ + 00 \text{ h } 20 \text{ m} \\ \hline 12 \text{ h } 00 \text{ m} \\ + \quad 10 \text{ m} \\ \hline 12 \text{ h } 10 \text{ m} \end{array}$
85	P: Ora bem, escolhi este problema de propósito para chegarmos aqui: podem dar sessenta minutos, setenta minutos, cento e vinte minutos... que não há problema. Quando der um resultado que passe de sessenta minutos, fazemos assim.
86	<i>O professor dirige-se ao quadro onde vai explicando oralmente o que escreve.</i>
87	P: Suponham que tinha onze horas e cento e vinte minutos; se tirar sessenta minutos...
88	<i>O professor dirige-se ao quadro onde representa simbolicamente esta nova situação:</i>
89	$\begin{array}{r} 11 \text{ h } 120 \text{ m} \\ - 0 \text{ h } 60 \text{ m} \\ \hline \end{array}$
90	<i>De seguida, converte o aditivo, efectuando a substituição:</i>
91	$\begin{array}{r} 12 \text{ h } 60 \text{ m} \\ - 0 \text{ h } 60 \text{ m} \\ \hline \end{array}$
92	P: Voltando a substituir, fica...
93	Al: Treze.
94	<i>O professor dirige-se ao quadro onde escreve:</i>
	$\begin{array}{r} 13 \text{ h } 00 \text{ m} \\ - 0 \text{ h } 00 \text{ m} \\ \hline 13 \text{ h } 00 \text{ m} \end{array}$
95	P: Quando ultrapassa sessenta, vamos tirando sessenta até termos números certos. Vamos então voltar às onze e setenta minutos da viagem de comboio.
96	<i>O professor dirige-se ao quadro retoma o valor de (77), e acrescenta:</i>
97	$\begin{array}{r} 11 \text{ h } 70 \text{ min} \\ - 0 \text{ h } 60 \text{ min} \\ \hline 12 \text{ h } 10 \text{ min} \end{array}$
98	P: Vamos então continuar a fazer os exercícios da página setenta e três, exercício seis, rapidamente.
99	<i>Os alunos começam a resolver os exercícios, quase todos a pares.</i>
100	P: Vamos corrigir os exercícios. A., vem ao quadro.
101	<i>A aluna dirige-se ao quadro, onde escreve:</i>
102	$1 \text{ h } 23 \text{ m}$

		$\begin{array}{r} + 2 \text{ h } 15 \text{ m} \\ \hline 3 \text{ h } 38 \text{ m} \end{array}$
103	<i>O professor pede a outro aluno que vá corrigir o exercício seguinte. Este dirige-se ao quadro, escrevendo:</i>	
104		$\begin{array}{r} 4 \text{ h } 55 \text{ min} \\ - 1 \text{ h } 20 \text{ min} \\ \hline 3 \text{ h } 35 \text{ min} \end{array}$
105	P: R., vai fazer o último!	
106	<i>O aluno dirige-se ao quadro, onde escreve:</i>	
		$\begin{array}{r} 3 \text{ h } 45 \text{ m} \\ + 2 \text{ h } 30 \text{ m} \\ \hline 5 \text{ h } 75 \text{ m} \end{array}$
107	P: Está terminado? Não falta fazer nada?	
108	<i>Depois de chamado à atenção, o aluno procede como em (89) e (91):</i>	
		$\begin{array}{r} 5 \text{ h } 75 \text{ m} \\ - 0 \text{ h } 60 \text{ m} \\ \hline 6 \text{ h } 15 \text{ m} \end{array}$
109	<i>O professor termina a aula, escrevendo no quadro as tarefas a realizar posteriormente.</i>	

5.4.2.1 Estrutura geral do processo de estudo – tempo no 4º ano

No decurso deste processo de instrução, o quadro foi o recurso mais utilizado para apresentação dos conhecimentos em exploração: na parte inicial, para comunicação das relações a estabelecer pelos alunos entre quantidades de tempo; posteriormente foi utilizado pelo professor para apresentação de uma situação problemática à turma; na sequência final, para explicitação de cálculos aritméticos envolvendo valores de tempo expressos no SI.

Todas as inscrições realizadas neste suporte foram registadas pelos alunos individualmente nos seus cadernos de aula.

No que diz respeito às funções desempenhadas pelos alunos ao longo do processo instrucional, foram observadas essencialmente funções de receção de informação e de exercitação de técnicas (de natureza operatória), realizadas na busca de soluções às questões que foram sendo colocadas pelo professor.

A atribuição de tarefas e a regulação dessas mesmas tarefas foram as funções mais frequentemente desempenhadas pelo professor. No desenvolvimento deste processo de instrução, o docente definiu quais as relações a estabelecer entre unidades do sistema horário, formulou a situação problemática que originou os sucessivos cálculos numéricos, seleccionou os alunos responsáveis por apresentarem à turma as soluções às questões colocadas, avaliou as soluções apresentadas e exemplificou técnicas de resolução de cálculos numéricos.

Uma análise inicial da reprodução escrita deste episódio de instrução permite a sua discriminação em três sub-episódios, possibilitando elaborar a representação esquemática que se apresenta na Figura 13:

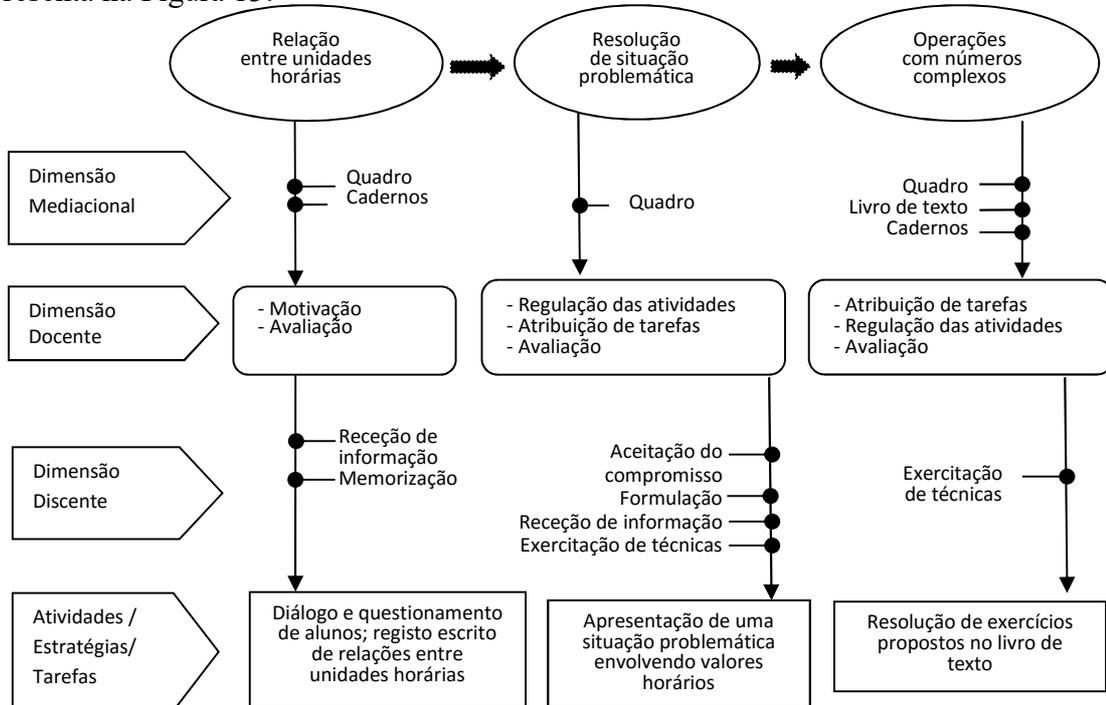


Figura 13. Estrutura global da aula sobre o tempo no 4º ano de escolaridade

Na secção que se segue serão elencadas as práticas matemáticas realizadas por professor e pelos alunos neste processo instrucional.

5.4.2.2 Identificação de práticas matemáticas – tempo no 4º ano

No decurso desta aula, assistimos a diversas práticas de natureza matemática realizadas tanto pelos alunos como pelo professor.

Essas práticas estão explicitadas no Quadro 30, abaixo apresentado.

Quadro 30. Práticas matemáticas identificadas (tempo - 4º ano)

Alunos:	<ul style="list-style-type: none"> - Compreendem os enunciados apresentados pelo professor - Estabelecem relações entre unidades do sistema horário - Propõem estratégias de cálculo para operações entre números representados no sistema horário - Resolvem operações numéricas envolvendo números representados no sistema horário
Professor:	<ul style="list-style-type: none"> - Regista no quadro relações estabelecidas entre unidades do sistema horário - Valida as proposições estabelecidas pelos alunos nas relações estabelecidas - Corrige os exercícios realizados

5.4.2.3 Identificação de objetos e processos matemáticos – tempo no 4º ano

Após a descrição inicial do processo de estudo e explicitadas as práticas de professor e alunos executadas durante a implementação do processo de instrução em análise, foi realizada a identificação dos vários tipos de objetos matemáticos mobilizados por alunos e professor – elementos linguísticos (de natureza verbal e simbólica), conceitos, procedimentos, proposições e argumentos –, assim como dos processos matemáticos mais relevantes em que estes objetos estiveram envolvidos ou emergiram.

No Quadro 31 procede-se à discriminação desses objetos e posteriormente serão detalhados os principais processos matemáticos percecionados ao longo desta aula.

Quadro 31. Identificação de objetos matemáticos (tempo - 4º ano)

ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS	
<p>Alunos: (verbais) minutos, dias, noventa, sessenta mais trinta, trinta, vinte e oito, trezentos e sessenta e seis, vinte e quatro, sessenta, cinco, cinco vezes doze</p> <p>(simbólicos)</p> $\begin{array}{r} 60 \text{ minutos;} \\ \times 24 \text{ horas} \\ \hline 240 \\ + 120 \\ \hline 1440 \text{ minutos;} \end{array}$ <p><i>R: Um dia tem 1440 (mil quatrocentos e quarenta) minutos;</i></p> $\begin{array}{r} 11 \text{ h } 40 \text{ min} \\ + 00 \text{ h } 30 \text{ min} \\ \hline 11 \text{ h } 70 \text{ min} \end{array} ; \begin{array}{r} 11 \text{ h } 40 \text{ m} \\ + 00 \text{ h } 20 \text{ m} \\ \hline 12 \text{ h } 00 \text{ m} \end{array} ; \begin{array}{r} 1 \text{ h } 23 \text{ m} \\ + 2 \text{ h } 15 \text{ m} \\ \hline 3 \text{ h } 38 \text{ m} \end{array} ; \begin{array}{r} 4 \text{ h } 55 \text{ min} \\ - 1 \text{ h } 20 \text{ min} \\ \hline 3 \text{ h } 35 \text{ min} \end{array} ; \begin{array}{r} 3 \text{ h } 45 \text{ m} \\ + 2 \text{ h } 30 \text{ m} \\ \hline 5 \text{ h } 75 \text{ m} \end{array} ;$ $\begin{array}{r} \text{ h } 10 \text{ m} \\ + 10 \text{ m} \\ \hline 12 \text{ h } 10 \text{ m} \end{array}$ $\begin{array}{r} 5 \text{ h } 75 \text{ m} \\ - 0 \text{ h } 60 \text{ m} \\ \hline 6 \text{ h } 15 \text{ m} \end{array}$	
<p>Professor: (verbais) tempo, uma, hora, trinta, minuto, ano comum, ano bissexto, diferença, trezentos e sessenta e cinco, trezentos e sessenta e seis</p> <p>(simbólicos) <i>Tempo; um século = 100 anos; uma década = 10 anos; um ano = 12 meses; 12 meses = 365 dias (ano comum); 366 dias (ano bissexto); um dia = 24 horas; Se um dia tem 24 horas, quantos minutos tem?; um minuto = 60 segundos; Situação problemática; O Manuel partiu da estação de comboios Coimbra B às 11h 40m. A viagem até Aveiro demorou 30 minutos. A que horas chegou o Manuel a Aveiro?;</i></p> $\begin{array}{r} 11 \text{ h } 120 \text{ m} \\ - 0 \text{ h } 60 \text{ m} \\ \hline 11 \text{ h } 60 \text{ m} \end{array} ; \begin{array}{r} 12 \text{ h } 60 \text{ m} \\ - 0 \text{ h } 60 \text{ m} \\ \hline 12 \text{ h } 00 \text{ m} \end{array} ; \begin{array}{r} 13 \text{ h } 00 \text{ m} \\ - 0 \text{ h } 00 \text{ m} \\ \hline 13 \text{ h } 00 \text{ m} \end{array} ; \begin{array}{r} 11 \text{ h } 70 \text{ min} \\ - 0 \text{ h } 60 \text{ min} \\ \hline 11 \text{ h } 10 \text{ min} \end{array}$	

<p><u>CONCEITOS</u> Alunos: Século, década, ano, mês, dia, hora, minuto, segundo, número complexo (base sexagesimal), multiplicação de números inteiros, adição de números complexos (base sexagesimal)</p> <p>Professor: Ano comum, ano bissexto</p>
<p><u>PROCEDIMENTOS</u> Alunos: Multiplicação de números inteiros, adição de números complexos (base sexagesimal)</p> <p>Professor: Adição (base sexagesimal), subtração (base sexagesimal), conversão de unidades do sistema horário, tradução de linguagem verbal em linguagem algébrica</p>
<p><u>PROPOSIÇÕES</u> Alunos: Um século tem 100 anos - (10); uma década tem 10 anos - (13); um ano tem 12 meses - (16); num ano comum Fevereiro tem 28 dias - (30); um ano bissexto tem 366 dias - (34); um dia tem 1440 horas - (57), (59)</p> <p>Professor: Fevereiro tem 28 ou 29 dias - (31); uma hora tem 60 minutos - (54); valores horários superiores a 60 minutos têm de ser representados em horas - (85)</p>
<p><u>ARGUMENTOS</u> Alunos: Uma hora e trinta minutos são 90 minutos porque são 60 minutos mais 30 minutos - (6)</p> <p>Professor: Não se podem efetuar operações aritméticas de valores de medida de tempo aplicando os mesmos algoritmos da adição de outros números porque os valores de medidas de tempos representam-se numa base de numeração sexagesimal - (85), (95)</p>

Um conjunto bastante significativo dos objetos matemáticos emergentes das atividades realizadas durante este processo de estudo resultou de *processos de representação e materialização*, com o registo no quadro suportado pela linguagem matemática, interpretáveis em (18), (36) e (65), como equivalências entre unidades de medida de tempo, e em (77), (84), (91), (94), (97), (102), (104), (106) e (108), como procedimentos de cálculo realizados entre valores representados no sistema horário.

Os sucessivos objetos de natureza não ostensiva são visualizados nas igualdades estabelecidas – em (18) e (35) – e nas várias operações numéricas, realizadas por exemplo em (59), (77), (89) e (94).

A trajetória argumentativa provocada pelo professor que decorre entre (87) e (97) (aplicando o método da decomposição de aditivo como estratégia de resolução de uma subtração) parte de um *processo de particularização* e tem como finalidade a sua

generalização: os objetos matemáticos presentes são reduzidos a meros procedimentos de cálculo (algoritmização) institucionalizados pelo professor para resolução de casos particulares, como na situação-problema colocada em (69).

É pretendida assim a geração de objetos de carácter intensivo – regras que possibilitam formar as operações aritméticas envolvendo números representados num sistema de numeração de características sexagesimais – como resultado dos objetos extensivos manipulados nos processos de particularização.

Merece especial referência a sequência ocorrida entre (87) e (97), em que os sucessivos cálculos realizados pelo professor visam a conversão de unidades de medida representadas na base sexagesimal.

O procedimento adotado resulta numa cadeia de subtracções que, a serem entendidas como subtracções tal como estão materializadas, revelam uma incorreta realização dessa operação numérica; não sendo claro que tal procedimento não se refere efetivamente à operação de subtracção mas sim a uma técnica adaptada pelo professor para estas situações específicas de conversão de unidades, é de supor a criação de eventuais conflitos epistémicos nos alunos.

A apresentação colectiva e a partilha em grande grupo dos procedimentos realizados e dos resultados alcançados pelos estudantes, mediados pelas intervenções de carácter regulador do professor, permitem a este último gerir *processos de institucionalização* das soluções encontradas, originadas em *processos de enunciação e comunicação*, nas vertentes oral – como em (31), (36) e (54) – ou escrita – de que são exemplos (11), (14), (18), (35) e (39).

5.4.2.4 Descrição de interações didáticas – tempo no 4º ano

No desenvolvimento deste processo de estudo, o professor e os alunos empreenderam uma sequência de atividades em interação: para que os alunos fossem capazes de resolver as sucessivas atividades decorrentes das situações problemáticas que foram sendo colocadas, o professor assumiu a condução das atividades, colocando questões a que os alunos foram dando resposta, na grande maioria das situações de forma individual.

Apesar de se ter assistido à realização de trabalho de pares na parte final da aula – assinalada em (99) –, não foi percecionada uma intencionalidade muito marcada em fomentar o trabalho cooperativo entre alunos.

A realização individual que precedeu a exposição geral das soluções encontradas pelos alunos pode ser entendida como a promoção de um certo grau de autonomia na execução das tarefas propostas, que não se estende para além desses momentos. De facto, uma parte significativa da aula – visível na sequência compreendida entre (6) e (97) – traduz a atividade do professor explicando procedimentos de natureza operatória destinados à conversão entre unidades representadas no sistema horário.

Em (7) assiste-se a um primeiro conflito semiótico de natureza epistémica, despoletado pelo professor quando considera que a proposta linguística associada à utilização da designação *mais* para identificação da operação de soma de números inteiros não é adequada em alunos que frequentam já o último ano de escolaridade do 1º ciclo: tal conflito parece solucionado quando, após a intervenção do professor, três alunos propõem a designação requerida. O conflito interacional percebido em (28) – manifestado pela discordância entre alunos, com diferentes propostas de solução apresentadas por diferentes alunos como resposta para a mesma questão – termina com a intervenção do professor.

Em (79) parece ocorrer novo conflito semiótico, quando um aluno afirma ser indiferente representar valores de medida de tempo respeitando a organização definida pelo SI para a utilização dessas unidades ou não as ter em consideração; por recurso ao princípio da autoridade, sem apresentação de justificação para a não validade da prática considerada válida pelo aluno mas apenas pela apresentação de uma solução requerida a outro aluno, em (82), o professor parece entender tal prática como forma de resolução deste conflito.

Os processos de avaliação formativa que tiveram lugar neste processo de estudo foram frequentemente protagonizados pelo professor, que tenta reforçar as propostas de soluções avançadas pelos alunos questionando-os sempre sobre o grau de certeza das suas respostas (como acontece em (5), (17) e (107), por exemplo), mas também assistimos a momentos de avaliação dos resultados alcançados pelos alunos da responsabilidade dos próprios alunos, nomeadamente nas suas intervenções orais, como em (43) e em (74).

Pela análise da transcrição da aula é de considerar que o tempo destinado à execução das várias atividades é suficiente para a realização das mesmas, uma vez que não foi percebido nenhum incumprimento das tarefas propostas devido a limitações temporais, assim como parecem adequados os recursos materiais disponibilizados para a aula.

5.4.2.5 Dimensão normativa do processo de estudo – tempo no 4º ano

O desenvolvimento deste processo instrucional foi sustentado em diversas normas e metanormas.

As que foram consideradas mais significativas estão incluídas no Quadro 32, apresentado de seguida.

Quadro 32. Identificação de normas e metanormas (tempo - 4º ano)

Normas meta-epistémicas:
Em Matemática existem questões fáceis e questões difíceis - (45) Os procedimentos matemáticos resolvem problemas extramatemáticos - (66) As soluções têm de ser justificadas - (41), (71) Na resolução dos problemas utiliza-se correctamente a linguagem matemática - (7), (59), (77), (84)
Normas reguladoras de interações:
O professor decide que alunos apresentam oralmente as soluções - (9), (12), (21), (29), (31), (48), (50), (71), (73), (75) O professor seleciona que alunos apresentam as soluções no quadro - (58), (76), (82), (100), (103), (105) Os alunos podem realizar as tarefas em conjunto - (99) Os alunos não podem falar todos em simultâneo - (28)
Normas reguladoras da utilização de materiais na sala:
Existem alunos responsáveis pelo material da sala - (1) e (2) Os exercícios realizados no quadro devem ser copiados para os cadernos individuais - (20), (60)

CAPÍTULO 6: SÍNTESE E CONCLUSÕES

*Não devemos deixar de explorar.
E no fim das nossas explorações chegaremos ao lugar de partida,
e iremos conhecê-lo pela primeira vez.*

T.S.Eliot

Este capítulo final constituirá uma síntese do processo de investigação que foi desenvolvido e incluirá as conclusões que este percurso investigativo permitiu elaborar.

Em primeiro lugar são elaboradas propostas de resposta às questões de investigação que orientaram este estudo. Para esse efeito, recuperam-se as finalidades e os objetivos que foram explicitados no Capítulo 3, os contributos da revisão de literatura efetuada e disponibilizada nos Capítulos 1 e 2, assim como os resultados obtidos na componente empírica e que, respeitando a abordagem metodológica descrita no Capítulo 4, estão plasmados no Capítulo 5.

Posteriormente, considerando o processo investigativo desenvolvido, serão apontados contributos que resultaram deste estudo e explicitadas algumas limitações que o mesmo configura.

Apresentam-se de seguida sugestões de atuação que se afiguram como possíveis, pertinentes e cientificamente ajustadas para futuras incursões investigativas.

Atendendo à prática docente exercida na formação inicial e contínua de professores da Educação Básica, serão igualmente avançadas possibilidades de intervenção profissional consequentes das reflexões emergentes da realização deste trabalho.

Este capítulo será concluído com a apresentação de algumas considerações finais decorrentes de todo o percurso de investigação trilhado.

6.1 RESPOSTAS ÀS QUESTÕES EM INVESTIGAÇÃO

Após ter sido efetuada:

- a identificação do tipo de práticas matemáticas de natureza operativa e/ou discursiva realizadas em cada um dos segmentos instrucionais;

- a discriminação dos objetos matemáticos presentes nessas práticas e dos processos de natureza matemática associados às dimensões duais em que estes interagiram;
- a descrição dos padrões de interação dos distintos intervenientes nas práticas matemáticas produzidas – com particular incidência nos potenciais conflitos semióticos produzidos ou emergentes nessas práticas;
- o reconhecimento das normas reguladoras dessas práticas e interações percebidas nos indivíduos que as desenvolveram,

entendemos que cada processo de aprendizagem/ensino eleito para descrição e análise foi detalhado em profundidade, respeitando os quatro primeiros níveis de análise sugeridos pelo EOS.

As práticas, os objetos e os processos matemáticos identificados permitem descrever a Matemática presente nos processos de instrução analisados; por sua vez, a análise da interação ocorrida e da dimensão normativa possibilita descrever a interação produzida nos processos de instrução e as normas que regularam essa interação.

Entende-se assim estarem reunidas as condições de apresentação de respostas às questões de investigação que sustentaram a realização deste percurso investigativo.

Questão 1. Quais são as práticas matemáticas desenvolvidas nos processos de instrução dedicados à exploração de grandezas e seus processos de medição nas salas do 1º Ciclo do Ensino Básico?

A descrição e análise realizadas aos processos de instrução matemática implementados no 1º Ciclo permitem identificar práticas matemáticas de natureza discursiva e operativa.

Nos processos instrucionais desenvolvidos na fase inicial deste ciclo de escolaridade – no 1º e no 2º ano – as manifestações de natureza discursiva desenvolvidas pelos alunos recaem essencialmente na apresentação de propostas de procedimentos de medição de grandezas, de comunicação e por vezes interpretação dos resultados obtidos e de elaboração de justificações para as soluções encontradas.

As propostas de ações que visam determinar quantidades de grandeza são frequentemente apresentadas de forma verbal e oral mas em alguns momentos são suportadas por registos escritos.

É também oralmente que os alunos apresentam, confrontam e interpretam os resultados que apresentam como soluções para as questões em estudo, assim como é nesse tipo de registo comunicativo que constroem cadeias de cariz argumentativo, quer como suporte dos seus próprios resultados, quer para os fazer prevalecer em situações de discrepâncias.

As práticas operativas dos discentes implicados nesses processos de instrução incidem na aplicação de técnicas de determinação de quantidades da grandeza, por comparação direta ou indirecta, e de utilização de instrumentos de medição. As práticas de comparação directa baseiam-se na utilização de unidades de natureza antropomórfica de outras unidades não standardizadas (como os recursos materiais de uso habitual na sala de aula); as técnicas de medição indirecta de comprimentos apoiam-se na utilização de instrumentos de medida de uso bastante comum (réguas, fitas métricas e balanças).

Nesta fase inicial das aprendizagens, a prática discursiva docente incide na apresentação oral de contextos extramatemáticos, como motivação para as tarefas, e na mobilização de contextos intramatemáticos (na sua essência considerados de âmbito numérico), necessários à explicitação e compreensão dos conteúdos integrados nas explorações das grandezas e respetivos processos de medição.

Nas práticas matemáticas discursivas, o professor coloca questões que visam quer a elaboração de justificações pelos alunos quer a construção de sequências argumentativas por parte destes; estas últimas são também consequência de representações gráficas em que de alguma forma o professor procura sistematizar os sucessivos resultados que são propostos pelos alunos.

As intervenções do professor ao nível discursivo destinam-se também a gerir as intervenções dos alunos e visam a institucionalização de conceitos em foco. Relativamente à dimensão operativa, a exemplificação de técnicas e de utilização de instrumentos de medição, a par da validação de execução de procedimentos e da avaliação das soluções encontradas são as práticas matemáticas mais frequentemente desenvolvidas pelo docente.

Nas atividades dos alunos realizadas nos processos de estudo implementados no 3º e no 4º ano de escolaridade do 1º Ciclo, regista-se uma maior prevalência em práticas operativas de natureza algorítmica. As ações dos alunos centram-se na exercitação de técnicas de representação simbólica de quantidades de medidas e de realização de cálculos numéricos

para determinação de valores de medida – assinaladas e identificadas em contributos prévios de Chamorro (1995) como práticas eminentemente aritméticas –, subsistindo residualmente atividades de medição (indireta) por recurso a instrumentos de medição.

No domínio discursivo, as práticas de enunciação de proposições e de formulação de soluções para as tarefas propostas são mais insistentemente suportadas por registos escritos, requerendo a leitura e interpretação de enunciados por parte dos alunos (em fichas de trabalho, no livro de texto ou no quadro da sala), assim a apresentação escrita dos resultados emergentes da resolução das situações-problema.

À semelhança do que se regista nos níveis de escolaridade precedentes, o professor contempla situações extramatemáticas nas aulas de matemática (relacionadas com situações do quotidiano dos alunos) e evoca conhecimentos prévios dos alunos, quer ao nível discursivo, quer ao nível operativo, visando a sua articulação com as aprendizagens que deseja ver atingidas.

Com a sua intervenção, o docente vai gerindo os processos de exercitação que vão sendo desenvolvidos, ora procedendo à sua exemplificação, ora validando os resultados que vão sendo obtidos, terminando habitualmente cada configuração com a institucionalização do conhecimento posto em jogo no processo instrucional.

Questão 2. Qual é a natureza do conhecimento presente e/ou emergente em práticas letivas realizadas na exploração de grandezas e seus processos de medição nas aulas de Matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico?

A realização de práticas matemáticas pressupõe a activação de um conjunto de entidades de que fazem parte objetos matemáticos que, como sabemos, podem ser de distinta natureza (situações-problema, linguagem, conceitos, proposições, procedimentos e argumentos).

Nos processos instrucionais em que este estudo se suportou, a multiplicidade de objetos matemáticos presentes e/ou emergentes nas práticas matemáticas sugere a sua discriminação tendo em consideração, num primeiro momento, a fase de escolaridade em que o processo se situa e, de seguida, a grandeza em estudo.

Na fase inicial deste nível de escolaridade, destaca-se a presença de entidades matemáticas de natureza linguística e de carácter procedimental, associadas à determinação de quantidades de grandeza por utilização de instrumentos de medição, materializados verbalmente e recorrendo a representações simbólicas para a sua tradução.

No que diz respeito aos conceitos ativados, regista-se a coexistência de noções e proposições específicas ao tema matemático em estudo (envolvendo designações de grandezas e apresentação de algumas propriedades relativas a processos de medição) e de outras associadas a outros temas matemáticos, provenientes dos campos numérico, topológico e geométrico.

A esse propósito, recupere-se a integração intramatemática sugerida em Chamorro (2003b), assim como quer a evolução histórica dos conceitos de grandezas e de medida descrita na secção 1.1.1, quer a sua formalização empírica, apresentada na secção 1.1.2.

As proposições enunciadas nestes processos instrucionais são raramente fundamentadas em objetos matemáticos e as sequências argumentativas observadas, de natureza dedutiva, evidenciam formulações em que estão praticamente ausentes regras e especificidades da linguagem simbólico-matemática.

Nos episódios instrucionais desenvolvidos nos últimos anos deste ciclo de escolaridade, os registos simbólicos e gráficos assumem especial importância nas dinâmicas de aula observadas, constituindo essas representações a tradução ostensiva de conceitos (não ostensivos) envolvidos nas práticas realizadas, das propriedades nelas reconhecidas e dos procedimentos algorítmicos realizados (com recurso a instrumentos de medição ou a operações de cálculo numérico).

É também visível uma maior utilização de entidades linguísticas directamente relacionadas com os temas em estudo; as proposições enunciadas são fruto dos resultados que vão sendo obtidos na resolução das situações exploradas e em alguns casos traduzem equivalências previamente instituídas.

Centrando-nos nos episódios instrucionais destinados à exploração da grandeza comprimento e seus processos de medição, o progressivo grau de densidade dos conceitos mobilizados e dos procedimentos executados sugere concordância com as orientações estabelecidas nos documentos normativos de referência para a exploração deste conteúdo matemático nesta etapa da escolaridade básica – propostas a nível macro pelo NCTM (2007) e

no definidas no contexto português no Programa e nas Metas Curriculares para Matemática (Bívar *et al*, 2013); não obstante, nas práticas realizadas é notória uma escassa formalização inerente e necessária a este conteúdo, especialmente nos anos de escolaridade mais avançados.

Já no que respeita à exploração da grandeza massa (a análise baseou-se em processos de instrução realizados nos dois primeiros anos de escolaridade do 1º Ciclo), confirmamos a utilização indistinta dos conceitos *massa* e *peso*, eventualmente como consequência da recuperação de experiências (matemáticas e de contextos extramatemáticos) prévias dos alunos como estratégia de motivação para as atividades propostas.

Esta inexactidão poderá posteriormente motivar situações de incorrecção concetual ou inadequada aplicação e justificação de procedimentos e propriedades. As proposições emergentes das atividades realizadas resultam de práticas de comparação de massas e de leitura de quantidades de peso de objetos.

Nos processos desenvolvidos nos dois últimos anos de escolaridade centrados na abordagem da grandeza tempo assinala-se a presença de conceitos e proposições essencialmente relacionados com unidades que integram o sistema horário, e de objetos de tipo procedimental associados à utilização de instrumentos de medição de tempo (relógios analógicos) e à determinação de quantidades de tempo por aplicação das operações numéricas de adição e subtração envolvendo números complexos (representados em uma base sexagesimal).

Questão 3. Como se relacionam os diversos objetos e os distintos processos de cariz matemático e didático intervenientes em processos de instrução que visam a exploração de grandezas e seus processos de medição no 1º Ciclo do Ensino Básico?

No desenvolvimento dos processos de estudo implementados é perceptível a realização de diversos processos matemáticos, da responsabilidade dos alunos e do professor.

Em todos os anos de escolaridade as atividades executadas são suportadas em processos de comunicação e representação de noções, procedimentos e propriedades matemáticas, que se tornam visíveis por intermédio dos consequentes processos de materialização: os conceitos mobilizados e as proposições enunciadas, de carácter

essencialmente não ostensivo, são concretizados com recurso à linguagem verbal (quer no registo oral quer na sua representação escrita) e por vezes em linguagem simbólica, e os diversos procedimentos matemáticos de índole algorítmica executados pelos intervenientes nos episódios de instrução – comparação de quantidades de grandeza, determinação de valores de quantidades de grandeza por medição e resolução de operações de cálculo de valores de medida – são suportados por registos materializados com recurso a linguagem simbólica e gráfica.

São utilizados processos de particularização e generalização, quer no que diz respeito às situações problemáticas colocadas – constituindo casos particulares de problemas pertencentes a uma classe mais geral –, quer no que concerne aos mecanismos de natureza algorítmica experimentados em situações específicas mas que se pretendem elucidativos e aplicáveis em outras situações semelhantes.

Os processos de argumentação ocorridos nas atividades são maioritariamente criados pelo professor, mas na sua progressão professor e alunos vão alternando funções de proponente/oponente.

As trajetórias argumentativas parecem constituir um meio que visa a institucionalização dos conhecimentos postos em jogo nas ações que os alunos vão realizando, nomeadamente relacionados com o estabelecimento de relações entre unidades de medida (no caso das grandezas comprimento e tempo), a aplicação de técnicas de determinação de quantidades de grandeza (tanto para a grandeza comprimento como para a massa e o tempo) e de procedimentos aritméticos envolvendo quantidades da grandeza tempo.

Ao nível das interações observadas, é possível verificar que as relações estabelecidas entre alunos são em grande parte dependentes do grau de autonomia concedido pelo professor para a realização das tarefas, podendo inferir-se o contributo proveniente das oportunidades de trabalho cooperativo na construção de conhecimento matemático.

De facto, e apesar de poderem ocasionar alguns conflitos semióticos interacionais (que vão sendo geridos e resolvidos pelo professor), são evidentes as possibilidades de aprendizagem oferecidas pela organização dos alunos em pequenos grupos, potenciadas pelo confronto de técnicas aplicadas, de materiais utilizados, de soluções encontradas e de resultados obtidos pelos alunos.

Em algumas situações, as vivências, as experiências e as práticas recuperadas pelos alunos e que são provenientes de contextos extra-escolares parecem despoletar conflitos epistêmicos e interacionais, quando confrontadas com práticas previstas institucionalmente para a Matemática escolar. A origem dos conflitos mediacionais identificados nas aulas destinadas à execução de medições de comprimentos de objetos parece residir na utilização de instrumentos de medição pouco rigorosos (caso da execução de medições com recurso a metros articulados construídos pelos próprios alunos, no 3º ano de escolaridade, e na proposta de utilização de instrumentos de medição de outras grandezas para a medição de comprimentos, no 4º ano).

Por poderem resultar em potenciais conflitos semióticos de natureza epistémica e cognitiva, mencione-se o uso dos termos “*massa*” e “*peso*” como sinónimos – nas atividades desenvolvidas no 2º ano de escolaridade dedicadas à grandeza massa – e assinale-se a utilização indevida da abreviatura “*m*” na representação da unidade de medida “*minuto*” por parte de professor e alunos, no processo de estudo sobre a grandeza tempo desenvolvido no último ano de escolaridade do 1º Ciclo.

Refira-se ainda a redução de uma situação de conversão de unidades de medida de tempo a uma mera técnica operatória observada no 4º ano de escolaridade: o processo operatório desenvolvido pelo professor (e que é repetido em (108) por parte de um aluno) não respeita o algoritmo da operação de subtração que é a que está indicada; tal adaptação pode resultar em uma apropriação indevida dos objetos em jogo, contribuindo para eventuais desajuste entre os significados pretendidos e os significados implementados neste processo de instrução.

O tempo alocado à implementação dos processos instrucionais pode considerar-se adequado, uma vez que apenas num dos processos e por parte de um grupo de alunos se assiste ao não cumprimento das tarefas propostas.

Nos episódios de instrução estudados ocorrem processos de avaliação apenas do tipo formativo, da responsabilidade do professor, visíveis no acompanhamento da aplicação de técnicas de medição que vão sendo executadas, e também na avaliação que vai fazendo dos resultados avançados pelos alunos; registam-se pontualmente momentos de avaliação da correção dos procedimentos realizados e das soluções alcançadas da responsabilidade dos próprios alunos.

Questão 4. Quais são as funções desempenhadas pelo professor na implementação de um processo de estudo planejado para a exploração de grandezas e/ou dos seus processos de medição nas salas do 1º Ciclo do Ensino Básico?

Centrada na sequência de atividades realizadas, a análise da atividade docente permite qualificar a distribuição das tarefas e das funções desempenhadas pelo docente durante estes processos de instrução. Nas intervenções dos professores que orientaram as atividades de sala de aula desenvolvidas nos 4 anos de escolaridade do 1º Ciclo são preponderantes as funções de atribuição e gestão das tarefas dos alunos e de regulação do seu desenvolvimento.

O apelo praticamente unânime dos professores a contextos extramatemáticos e a situações do quotidiano nas propostas apresentadas pode ser entendido como um meio de potenciar nos alunos a construção de uma visão utilitária e pragmática das atividades de índole matemática realizadas no contexto escolar, e, nesse pressuposto, a motivação dos alunos para as tarefas da sala de aula parece constituir uma das funções principais desempenhadas pelos docentes nos processos de instrução realizados.

Não desvalorizando este seu papel – nomeadamente por poder indiciar um especial cuidado em tentar criar nos grupos de alunos uma predisposição e uma atitude positiva relativamente aos desafios que lhes vão ser colocados –, assinala-se uma prevalência notória do professor como o agente responsável pela atribuição e regulação das tarefas programadas para estes episódios de instrução.

Na implementação dos processos instrucionais, é o professor que assume a orientação de praticamente todos os aspetos de implementação dos processos de instrução, competindo-lhe decidir e definir o que e como vai ser realizado, alocar tempos e espaços às atividades a ser executadas, autorizar a utilização dos vários recursos materiais e gerir as intervenções dos alunos ao longo da concretização das atividades.

O estabelecimento de regras reguladoras das relações estabelecidas por todos os intervenientes e da utilização de materiais existentes na sala de aula é uma atribuição de responsabilidade praticamente exclusiva do professor; essa dimensão normativa evidencia também a existência de normas de natureza meta-epistémica, que de alguma maneira enformam os significados pretendidos para os sistemas de práticas matemáticas institucionais, com implicações para a relação dos alunos com o saber matemático.

Questão 5. De que forma os alunos do 1º Ciclo do Ensino Básico respondem às solicitações que lhes são colocadas em sala de aula no âmbito da exploração de grandezas e seus processos de medição?

O tipo de ações desempenhadas pelos alunos durante o desenvolvimento do processo instrucional é o objeto da análise da atividade discente.

Nas atividades letivas desenvolvidas predominam as ações de receção de informação e de algoritmização de procedimentos, acompanhadas em algumas ocasiões pela formulação de propostas de resolução dos problemas em discussão e dos resultados atingidos.

Nos dois primeiros os alunos assumem funções de receção de informação maioritariamente de âmbito concetual e procedimental, prevalecendo os momentos em que essa receção resulta de diálogos estabelecidos pelos intervenientes nos processos instrucionais; nos dois últimos anos de escolaridade a informação é recebida complementarmente por via oral e escrita, traduzindo tanto proposições associadas às grandezas em exploração como técnicas de exercitação algorítmica (associadas à manipulação física de objetos e instrumentos de medição e à realização de operações de cálculo).

As soluções formuladas pelos alunos decorrem por vezes de constatações que emergem, de forma autónoma, das atividades que eles próprios vão executando, e outras vezes resultam de interpelações que parecem ser intencionalmente despoletadas pelo professor com essa finalidade.

As normas que regulam a participação e as intervenções dos alunos não diferem de forma substantiva nos distintos anos de escolaridade em que são efectivadas e nas diferentes grandezas exploradas.

Tanto as regras implícitas como as manifestadas referem-se ao tipo de organização que os alunos devem adotar para a consecução das atividades (trabalho individual ou em grupo), aos momentos e tempos definidos para a sua execução (onde e quando devem ser efetuadas as tarefas apresentadas) e às responsabilidades atribuídas a cada estudante durante o processo instrucional (desde a apresentação de soluções ao grande grupo até à demonstração de procedimentos e justificação de resultados, passando pela utilização dos recursos materiais colocados à sua disposição).

Questão 6. Que tipos de recursos materiais são utilizados nas explorações desses conceitos e nas técnicas associadas à sua medição nas salas do 1º Ciclo do Ensino Básico?

Entendida como o conjunto de suportes físicos em que se sustenta a realização das atividades, a dimensão mediacional é uma componente estruturante à implementação de qualquer processo instrucional.

Nesta dimensão, consideramos os recursos materiais distribuídos por duas categorias: a primeira, restringida aos recursos presentes ou mobilizados nos processos instrucionais porque considerados diretamente relacionados com os temas matemáticos em estudo; a segunda, respeitante aos suportes materiais que, regra geral, são habitualmente utilizados por alunos e professor no desenvolvimento de atividades letivas, não dependendo especificamente do conteúdo matemático em exploração.

A utilização de recursos nas aulas desenvolvidas como estas turmas de alunos ocorre praticamente sempre por iniciativa do professor, sendo da sua responsabilidade selecionar quais os recursos a ser utilizados, definir em que atividades devem ser empregues e estabelecer em que momentos e por quem os materiais podem ser usados.

Nos processos iniciais de aprendizagem incidindo na grandeza comprimento, os procedimentos de medição de objetos consistem em atividades de comparação direta. Estas medições baseiam-se na repetição sucessiva de unidades de comprimento de natureza antropomórfica (palmos e passos) ou não estruturada (clips, palhinhas, fios), para determinação de quantidades de comprimento de objetos existentes na sala de aula (porta da sala, tampos das mesas, estante, livros e cadernos) ou referentes a características dos alunos (a sua altura).

Nos dois últimos anos de escolaridade, e para esta mesma grandeza, nos procedimentos de medição de comprimentos de objetos de presença habitual na sala de aula (mesas, livros de texto e borrachas) prevalece a utilização de materiais de carácter estruturado, como réguas, fitas métricas e metros articulados, a que também se recorre para efetuar medições de objetos cuja presença na sala de aula é consequência do conteúdo específico em questão (como é o caso de objetos de forma cilíndrica, para determinação do perímetro de uma base circular, desenvolvido no 4º ano de escolaridade).

Para as atividades envolvendo a grandeza massa são manipuladas balanças de dois pratos e dinamômetros, utilizadas para determinação de quantidades dessa grandeza em objetos de natureza muito variada mas de uso habitual (estojo de material escolar, livros, lápis, plasticina e caixas em cartão, por exemplo). A sua manipulação cabe quase exclusivamente ao professor, que é quem decide qual o tipo de balança adequada às situações de medição propostas.

No que diz respeito à grandeza tempo, as tarefas são executadas a partir de propostas apresentadas em fichas de trabalho, integradas no livro de texto dos alunos ou registadas no quadro, não se assistindo à utilização de nenhum instrumento de medição concebido para esse efeito.

Nos segmentos instrucionais analisados, as atividades de leitura e de representação de valores horários desenvolvidas por alunos e professor são sustentadas por mostradores de relógios semelhantes a relógios analógicos reais, mas construídos em cartolina (no 3º ano).

A gestão dos recursos de suporte habitual às aulas – quadro, cadernos individuais dos alunos e o próprio livro de texto é igualmente responsabilidade do professor.

O quadro é o recurso de eleição para os momentos de elucidação e exercitação de procedimentos e de técnicas algorítmicas e para sistematização dos conhecimentos explorados, e é um meio de que se socorrem tanto alunos como professor, sendo no entanto sempre este último a definir quem, quando e com que finalidades os alunos o devem utilizar.

A utilização dos cadernos individuais por parte dos alunos está dependente da autorização do professor, que é quem decide que dados e procedimentos lá devem ser registados e em que momentos da aula os registos devem ocorrer.

Entendemos ainda dever referir a ausência de suportes de cariz tecnológico nas atividades desenvolvidas.

Não foram mobilizados meios de apresentação de conhecimento concetual e procedimental (registos vídeo e aplicações online, por exemplo) nem oferecidas possibilidades dessa natureza para acesso e pesquisa de solução para as solicitações colocadas (livros para consulta ou ligação a Internet, por exemplo)

Num dos episódios, no entanto, é referida a impossibilidade de utilizar esse tipo de meios por limitações da escola ao seu acesso.

Mencione-se também que, apesar de poder resultar em um maior grau de envolvimento e compromisso dos alunos nas atividades desenvolvidas em contexto escolar, a utilização de instrumentos de medição elaborados pelos próprios alunos (de que é exemplo o metro articulado construído no 3º ano de escolaridade).

Essa estratégia poderá significar a emergência de potenciais conflitos de natureza mediacional, atendendo à pouca precisão e rigor próprios da conceção artesanal de materiais por alunos destas faixas etárias.

6.2 CONTRIBUTOS E LIMITAÇÕES DA INVESTIGAÇÃO

A caracterização das práticas manifestadas nas interações produzidas pelos diversos intervenientes nos processos de instrução em que se sustenta esta investigação possibilitou o acesso a aspetos intrínsecos à implementação de atividades matemáticas dedicadas à exploração de grandezas e dos seus processos de medição, nas salas de aula do 1º Ciclo da Educação Básica, constituindo simultaneamente um produto que poderá alimentar o corpus de conhecimento relacionado com a aplicação do EOS como marco de referência no âmbito da Didática da Matemática.

O facto de se ter restringido a análise a atividades letivas de exploração a três das grandezas que estão previstas para a disciplina de Matemática no 1º Ciclo da Educação Básica naturalmente circunscreve o conhecimento produzido, não legitimando a sua total generalização a atividades cujos objetivos visam outras grandezas ou à exploração destas grandezas em outros níveis de escolaridade.

No entanto, as atividades letivas analisadas na implementação dos processos de ensino e da aprendizagem sobre Medida no 1º Ciclo permitiram evidenciar algumas características que consideramos merecedoras de destaque, a saber:

- a prevalência de práticas de índole algorítmica, quer de natureza manipulativa, associadas à manipulação de instrumentos de medição, quer de carácter operativo, relacionadas com a determinação de valores de quantidades de medida, em detrimento da exploração concetual, não menos importante na construção global de significados;

- o predomínio de objetos e processos matemáticos suportados em elementos linguísticos verbais, nos anos iniciais de escolaridade, e em linguagem simbólica e gráfica dos finais deste ciclo de escolaridade;
- a presença residual de atividades promotoras de raciocínio lógico-matemático suportadas em definições e propriedades formais mediante processos de cariz argumentativo ;
- a utilização de instrumentos de medição pouco rigorosos como origem de eventuais discrepâncias entre os significados institucionais de referência e significados construídos pelos alunos como consequência da sua utilização;
- a ausência da dimensão tecnológica nas práticas matemáticas, quer nas funções desempenhadas pelo professor, quer como recurso disponibilizado aos alunos;
- uma baixa autonomia concedida aos alunos na gestão e concretização das atividades de sala de aula, com tempos, espaços e recursos didáticos definidos praticamente em exclusivo pelo professor.

A aplicação descrita do modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (EOS), marco de referência do estudo desenvolvido e de que recuperamos ferramentas para descrição e análise de situações de ensino/aprendizagem matemáticas, cinge-se a situações de implementação de processos de instrução, que definimos como o único objeto em estudo, mas que não permite aceder a todas as vertentes que lhes são intrínsecas, *a priori e a posteriori*.

Assim, e apesar de não ter sido intenção a compreensão de processos de instrução matemática em todas as suas fases que estão subjacentes, reconhece-se que tal delimitação não permite aceder a alguns aspetos que os determinam e que advêm de opções docentes tomadas na sua etapa de planificação, e que podem de alguma forma atribuir-se a condicionantes de natureza contextual (relativas aos momentos do ano letivo em que os processos se desenvolveram, às condições e organização físicas dos espaços de aprendizagem e à própria disponibilidade de materiais de apoio às aprendizagens, por exemplo) ou a características dos alunos envolvidos (percursos e aprendizagens prévias, motivação para as aprendizagens ou capacidade de trabalhar de forma cooperativa, por exemplo).

Não obstante ter sido possível identificar algumas especificidades relacionadas com as aprendizagens efetuadas pelos alunos respeitantes aos temas matemáticos em estudo (sempre de carácter formativo e consequência da necessidade de regulação dos processos instrucionais durante o seu próprio desenvolvimento), não foi possível contribuir significativamente ao nível do conhecimento relativo às formas e aos instrumentos utilizados pelo professor na avaliação mais criteriosa das aprendizagens atingidas pelos alunos, nomeadamente em situação de natureza sumativa (apenas foram produzidos alguns dados relativos a avaliação de carácter formativo).

Apontamos ainda como limitação deste estudo a não aplicação sistematizada do último nível de análise proposto pelo EOS, que inviabiliza uma classificação metodologicamente fundamentada dos processos de instrução estudados segundo a sua adequação ou idoneidade didática.

6.3 PERSPETIVAS DE INTERVENÇÃO FUTURAS

Como consequência da revisão documental realizada, das opções teóricas e metodológicas assumidas e dos resultados que foi produzindo, ao longo da concretização desta investigação emergiram algumas perspetivas que nos parecem dever ser tidas em consideração em futuras intervenções, tanto no âmbito investigativo como no domínio de intervenção profissional.

No âmbito investigativo, a análise e compreensão de práticas centradas na exploração de uma grandeza específica transversal aos quatro anos de escolaridade que compõem o 1º Ciclo, implementadas em aulas realizadas em diversos centros educativos no mesmo ano de escolaridade ou realizadas em determinada instituição de ensino sob a orientação de um único professor com a sua turma, surgiram como possibilidades pertinentes ao alargamento do conhecimento do tema em que se centrou esta investigação.

O contributo oriundo da identificação dos aspetos relacionados com a integração dos vários recursos didáticos nas práticas escolares, nomeadamente sobre as potencialidades e os constrangimentos associados à sua utilização, por professores e alunos, em sala de aula, afiguram-se igualmente como uma dimensão investigativa que poderá produzir informação relevante e ao serviço da melhoria da qualidade de processos instrucionais.

Dada a habitual relevância nas práticas escolares ou como factor de motivação acrescida – apesar da sua quase ausência nas aulas em este estudo se baseou –, um outro olhar sobre a incorporação dos livros de texto ou dos materiais tecnológicos nas atividades matemáticas escolares apresentam-se como possibilidades de estudo de interesse acrescido.

A concretização de estudos de investigação centrados na dimensão da avaliação das aprendizagens atingidas pelos alunos nos conteúdos integrados no tema grandezas e processos de medição, permitiria mapear os aspetos que são considerados centrais na avaliação do desempenho dos alunos, assim como disponibilizar sugestões a ter em consideração nas programações didáticas dos centros educativos, ao nível macro, e nas propostas matemáticas concebidas pelos professores, ao nível micro.

Cumprindo a nossa responsabilidade na formação de professores da Educação Básica, as indagações e os resultados emanados da realização desta investigação suscitaram reflexões que deverão traduzir-se em práticas incorporadas doravante e com maior ênfase nas nossas atividades profissionais.

Assim, tentando assegurar uma sólida formação inicial dos futuros professores, contribuir para a construção efetiva de conhecimentos de índole matemática e didática, tanto na dimensão concetual e como na dimensão procedimental associada aos processos de ensino/aprendizagem sobre grandezas e medida, concorrendo dessa forma para o desenvolvimento desses alunos, futuros professores, ao nível do conhecimento, das capacidades e das atitudes.

Ao nível da intervenção no domínio da formação e qualificação contínua de professores, garantir oportunidades e espaços para a reflexão continuada sobre as suas práticas docentes e sobre as possibilidades (e responsabilidades) de (re)configuração dessas mesmas práticas, nomeadamente nas vertentes em que foi possível perceber maior fragilidade.

6.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Não subscrevendo que a prática profissional se organize a partir dos conhecimentos produzidos pela investigação mediante processos de mera transferência ou de simples extrapolação de resultados, preconizamos que investigação e profissão se consubstanciem como dois espaços relacionados epistemologicamente de uma forma simultaneamente complementar e em mútua dependência.

Nesta aceção, entendemos a prática educativa como uma fonte de conhecimento inestimável à compreensão das formas de produção de interações entre os processos de aprendizagem e os processos de ensino e, por consequência, para a elaboração de conhecimento teórico sobre a *praxis* educativa.

A construção de conhecimento, tais como a sua aprendizagem e a sua aplicabilidade, é inseparável do contexto em que se adquire e se mobiliza, atribuindo assim uma importância acrescida para o estudo de práticas educativas.

Nos últimos anos, a sala de aula adquiriu maior relevância na investigação educativa, entendida como um objeto de indagação e intervenção, com especial incidência nos processos de interação e de intercâmbio que nela têm lugar.

Neste paradigma, a sala de aula, vista como um contexto de ensino e aprendizagem construído pelas atividades realizadas por professores e alunos, possibilita entender *o que e como* aprendem os alunos e *o que e como* ensinam os professores: para esse entendimento é necessário ter em consideração vários factores que, apesar de se situarem em dimensões distintas, contribuem concomitantemente para o desenvolvimento das atividades – as características dos alunos e do professor, as suas experiências e motivação, os aspectos físicos e contextuais em que se desenvolvem, os conteúdos e objetivos para elas definidos e a natureza das atividades concretizadas são apenas alguns exemplos desses factores.

Esta abrangência impõe optar de forma assumida por uma estrutura básica para análise, assumindo que cada opção implica em simultâneo incidir de forma explícita e objetiva sobre determinados factores e não contemplar outros.

Na nossa investigação, e pelas motivações profissionais, sociais e pessoais que foram a seu tempo elencadas, elegeu-se como factor de estudo a natureza das atividades concretizadas por alunos e professor em contexto de sala de aula do 1º Ciclo da Educação Básica, delimitando-o a aulas destinadas a explorações matemáticas centradas no tema Grandezas, e que foram planificadas especificamente visando as grandezas comprimento, massa e tempo.

Pretendendo não somente plasmar adicional conhecimento sobre a temática em questão mas também alimentar esse *corpus* com contributos válidos, a estrutura teórica e metodológica doravante elaborada e descrita neste documento, permitiu criar condições e estabelecer critérios de robustez e fiabilidade exigidos a um processo investigativo.

Os processos instrucionais descritos e analisados correspondem a práticas desenvolvidas em situações diversas e em contextos institucionais distintos, com diferentes agentes educativos e por alunos de distintas idades.

Os contributos oriundos dessas descrições e as análises realizadas podem ser interpretados numa dupla perspetiva:

- por um lado, disponibilizam uma caracterização bastante detalhada de situações particulares de construção de sistemas de significados implementados e compartilhados pelos indivíduos que as preconizaram, em estreita dependência da sua natureza e das condições específicas mediante as quais foram realizadas;
- por outro lado, e em nosso entender, esses mesmos resultados permitem o acesso a informações relevantes sobre elementos e factores que, não obstante específicos, possibilitaram a identificação de traços de carácter mais geral, mediante a sistematização do conhecimento parcelar obtido e a revelação de evidências que permitem postular e caracterizar determinados processos com um certo grau de generalidade.

Com esta investigação foi possível perceber a necessidade de algum incremento de práticas de natureza concetual nas atividades desenvolvidas com alunos em frequência de 1º Ciclo da Educação Básica.

Nos vários processos de instrução analisados prevaleceu a dimensão procedimental e algorítmica associada aos conteúdos matemáticos explorados.

Apesar das temáticas em estudo serem suportadas pela utilização de materiais concretos, a relevância que nestes processos de instrução assumiu o treino de técnicas específicas à medição de grandezas ou de determinação de valores de grandezas por aplicação de regras operatórias parece, com alguma frequência, reduzir as aprendizagens a simples mecanização de procedimentos e sua representação simbólica.

Da análise realizada sobressai a inexistência de meios pedagógicos e didáticos de suporte tecnológico no apoio ao ensino e à aprendizagem, limitando, em nosso entender, tanto a atuação dos professores com as prestações dos alunos, e contrariando tanto perspetivas pedagógicas atuais como teorias públicas contemporâneas do foro comunicacional.

Ainda respeitante à dimensão mediacional – e sem desvalorizar a sua função como componente adicional de motivação para as aprendizagens –, foi possível identificar

constrangimentos associados à incorporação de práticas sustentadas em artefactos construídos pelos alunos; tais práticas podem criar obstáculos às aprendizagens e não serem adequadas à implementação de alguns significados institucionais de referência nestes conteúdos matemáticos, potencialmente distorcendo o rigor e a precisão associados à medição de grandezas com instrumentos de carácter estruturado.

Como conclusão final, sublinham-se as possibilidades oferecidas por este modelo Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática à compreensão de processos instrucionais e, como consequência, à melhoria tanto de processos de ensino dos professores como à melhoria das aprendizagens dos alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P. et al (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM & IIE.
- Aires, A.P., Campos, H. (2011). Construção intuitiva do conceito de medida, In P. Palhares, A. Gomes, E. Amaral (Coords.), *Complementos de Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 47-62). Lisboa: Lidel-Edições Técnicas, Lda.
- Aké, L.P. (2013). *Evaluación y desarrollo del razonamiento algebraico elemental en maestros en formación*. Tese de doutoramento, Universidad de Granada: Espanha.
- Aké, L. et al (2014). Ingeniería didáctica para desarrollar el sentido algebraico de maestros en formación. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 5, 25-48.
- Almeida, J.F., Pinto, J.M. (1995). *A investigação nas Ciências Sociais*. Lisboa: Editorial Presença.
- Alsina, C. et al (1996). *Enseñar Matemáticas*. Barcelona: Grao.
- Battista, M. T., Clements, D. H. (1998). Students' understanding of three-dimensional cube arrays: Findings from a research and curriculum development project. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 227-248). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Battisti, I. K. (2007). *A significação conceitual de medida de superfície sob uma abordagem histórico-cultural: uma vivência no contexto escolar*. Tese de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul: Brasil.
- Beillerot, J. (2001). A “pesquisa”: esboço de uma análise. In M. André (Ed.), *O papel da pesquisa na formação e na prática dos professores* (pp. 71-90). Campinas: Papirus.
- Belmonte, J.M., Chamorro, C., Simarro, S, Vecino, F. (2000). Análisis didáctico de “El peso de un recipiente” desde los enfoques cognitivo y semiótico. *Boletín SIIDM - Actas del XIV Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*, nº 10.
- Belmonte, J.M. (2005). La construcción de magnitudes lineales en Educación Infantil In M.C. Chamorro (Coord). *Didáctica de las Matemáticas*. (pp. 315-345).
- Berenguer, M.I., Pérez, R. (1996). Sobre la magnitud tiempo. *Uno*, 10, 79-87.
- Bívar, A. et al (2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática – Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

- Bodgan, R., Biklen, K. (1982). *Qualitative research for education: An introduction to theory and methods*. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Brousseau, G, Brousseau, N. (2000). El peso de un recipiente. Estudio de los problemas de la medición en CM. *Boletín SIIDM - Actas del XIV Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*, nº 10.
- Brown, J.S., Collins, A., Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, 18 (1), 32-42.
- Castle, K., Needham, J. (2007). First graders' understanding of measurement. *Early Childhood Education Journal*, 35, 215-221.
- Castro Martínez, E, Olmo, A., Castro Martínez, E. (2002). Desarrollo del pensamiento Matemático infantil. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática da Universidad de Granada.
- Castro, W. (2011). *Evaluación y desarrollo de competencias de análisis didáctico de tareas sobre razonamiento algebraico elemental en futuros profesores*. Tese de doutoramento, Universidad de Granada: Espanha.
- Chamorro, M.C. (1995). Aproximación a la medida de magnitudes en la Enseñanza Primaria. *Uno*, 3, 31-53.
- Chamorro, M.C., Belmonte, J. (1988). *El problema de la medida – Didáctica de las magnitudes lineales*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Chamorro, M.C. (2001). Las dificultades en la enseñanza aprendizaje de las magnitudes en educación primaria y E.S.O, In E. Fernández González (Coord.), *Dificultades del Aprendizaje de las Matemáticas* (pp. 79-122). Madrid: Ministério de Educación, Cultura e Deporte, Instituto Superior de Formación del Profesorado.
- Chamorro, M.C. (2003a). Herramientas de análisis en didáctica de las matemáticas. In M.C. Chamorro (Coord.) *Didáctica de las Matemáticas para Primaria* (pp. 69-94) Madrid: Pearson Educación.
- Chamorro, M.C. (2003b). El tratamiento escolar de las magnitudes y su medida. In M.C. Chamorro (Coord.) *Didáctica de las Matemáticas para Primaria* (pp. 221-244). Madrid: Pearson Educación.
- Chamoso, J.M. et al (2004): Análisis y experimentación de juegos como instrumento para enseñar matemáticas. *Suma*, 47, 47-58.

- Chevallard, Y. (1997). Concepts fondamentaux de la Didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*. 12 (1), 73-112.
- Chevallard, Y. (1999). La analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*. 19 (2), 221-266.
- Clements, D. H., Bright, G. (Eds.). (2003). *Learning and teaching measurement, 2003 yearbook*. Reston, VA: NCTM.
- Costa, W., Pamplona, A. (1999). O multiculturalismo e as medidas. *Educação e Matemática*, 51, 36-37.
- Crisóstomo, E. (2012). *Idoneidad de procesos de estudio del cálculo integral en la formación de profesores de matemáticas: Una aproximación desde la investigación en didáctica del cálculo y el conocimiento profesional*. Tese de doutoramento, Universidad de Granada: Espanha.
- D'Amore, B., Godino, J.D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en Didáctica de la Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (2), 191-218. [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/D%27Amore%20Godino%20_Relime%2010-2.pdf]
- D'Amore, B., Font, V., Godino, J.D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Paradigma*, XXVIII (2), 49-77.
- DEB (1999). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Decreto-Lei nº 241/2001, de 30 de Agosto. *Perfil específico de desempenho profissional do professor do 1º ciclo do ensino básico*.
- Denzin, N.K. (1989a). *Interpretative interaccionism*. Newbury Park: Sage.
- Denzin, N.K. (1989b). *The Research Act*. Englewood Cliffs, N. J: Prentice Hall.
- DGIDC (2006). *Provas de aferição do ensino básico: 4º, 6º e 9º ano – 2004. Relatório Nacional*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Díaz Barriga, F. (2006). *Enseñanza situada: Vínculo entre la escuela y la vida*. México: McGraw-Hill.
- Dickson, L., Brown, M., Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: MEC-Labor.

- Drijvers, P. Godino, J.D., Font, V., Trouche, L. (2013). One episode, two lenses. A reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and onto-semiotic perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 23-49. [Disponível em www.springerlink.com]
- Duarte, J. (2008). Estudos de Caso em educação. Investigação em profundidade com recursos reduzidos e outro modo de generalização. In *Revista Lusófona de Educação*, 11, 113-132.
- Estrela, A. (1986). *Teoria e Prática de Observação de Classes. Uma Estratégia de Formação de Professores*. Lisboa: Instituto Nacional de Investigação Científica.
- Erickson, F. (1989). Métodos Cualitativos de Investigación sobre la Enseñanza. In M. Wittrock (Ed.), *La Investigación de la Enseñanza, II. Métodos Cualitativos y de Observación*. Barcelona: Paidós.
- Fernández, T., Godino, J.D., Cajaraville, J.A. (2012). Razonamiento Geométrico y Visualización Espacial desde el Punto de Vista Ontosemiótico. *Bolema*, v.26, 42, 39-63.
- Flick, U. (Coord.) (2009). *Desenho da pesquisa qualitativa*. Porto Alegre: Artmed.
- Font, V., Ramos, A.B. (2005). Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambio institucional. El caso de la contextualización de funciones en una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. *Revista de Educación*, 338, 309-346.
- Font, V., Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 33-52.
- Font, V., Planas, N., Godino, J.D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33 (2), 89-105 [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/eos/modelo_anadida_25junio09.pdf]
- Fontana, A., Frey, J. (1994). Interviewing. The art of science. In Norman Denzin e Yvonna Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research*. London: Sage Publications.
- GAVE (2008). *Relatório sobre a Prova de Aferição de Matemática do 1º ciclo de 2008*. Lisboa: Ministério da Educação [disponível em http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=24&fileName=RN_Mat4_2008.pdf]
- GAVE (2009). *Relatório sobre a Prova de Aferição de Matemática do 1º Ciclo de 2009*. Lisboa: Ministério da Educação [disponível em http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=24&fileName=RN_Mat4_2009.pdf]

- GAVE (2010). *Prova de Aferição de Matemática do 1.º Ciclo – Relatório Nacional de 2010*. Lisboa: Ministério da Educação [disponível em http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=24&fileName=RN_Mat4_2010.pdf]
- GAVE (2011). *Prova de Aferição de Matemática do 1.º Ciclo – Relatório Nacional de 2011*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência [disponível em http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=24&fileName=RN_Mat4_2011.pdf]
- GAVE (2012). *Prova de Aferição de Matemática do 1.º Ciclo – Relatório Nacional de 2011*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência [disponível em http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=24&fileName=Rel_PA_Mat_2012.pdf]
- Ghiglione, R., Matalon, B. (1989). *Las encuestas sociológicas*. México: Trillas.
- Guimarães, H. (1988). *Ensinar matemática: Concepções e práticas*. Tese de mestrado. Lisboa: DEFCUL.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22, (2/3), 237-284. [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf]
- Godino, J.D. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Unión - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J.D. (2011). *Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil. [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf]
- Godino, J.D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García e L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.
- Godino, J.D. (2015). Hibridación de teorías: El caso del Enfoque Ontosemiótico y la Didáctica Francesa. *Hommage à Michèle Artigue*. Springer (en prensa). [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino_Hibridacion_teorias.pdf]
- Godino, J.D., Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J.D., Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. In A. Sierpinska, J. Kilpatrick (Eds.),

Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity (pp. 177-195).
Dordrecht: Kluwer, A. P.

Godino, J.D., Batanero, C., Font, V. (2008). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm]

Godino, J.D., Batanero, C., Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*, 60 (1), 3-36.

Godino, J.D., Bencomo, D., Font, V. e Wilhelmi, M.R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII, 2, 221-252. [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm]

Godino, J.D., Contreras, A., Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26 (1), 39-88. [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/analisis_procesos_instruccion.pdf]

Godino, J.D., Font, V., Wilhemi, M.R. (2008). *Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico*. [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm]

Godino, J.D., Font, V., Wilhelmi, M.R., Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27 (1), 59-76. [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/eos/dimension_normativa.pdf]

Godino, J.D., Rivas, H., Arteaga, P. (2012). Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. *Práxis Educativa*, 7 (2), 331-354. [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/eos/Godino_Praxis%20Educativa_2012.pdf]

Godino, J.D., Batanero, C., Rivas, H., Arteaga, P. (2013a). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *REVEMAT*, 8, (1), 46-74. [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/eos/Godino_REVEMAT_2013.pdf]

Godino, J.D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A., Wilhelmi, M.R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico - semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34 (2/3), 167-200. [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino_ID-EOS_31mayo2014.pdf]

- Gomes, A., Ralha, E., Hirst, K. (2001). Sobre a formação matemática dos professores do 1º Ciclo: Conhecer e compreender as possíveis dificuldades, Em Ilda Couto Lopes, M. Cecília Costa (Orgs.), *Actas do XII Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: APM, 175-196.
- Gonzato, M. (2013). *Evaluación de conocimientos de futuros profesores de educación primaria para la enseñanza de la visualización espacial*. Tese de doutoramento, Universidad de Granada: Espanha.
- Gonzato, M., Godino, J.D., Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación Matemática*, 23, (3), 5-37.
- Gusmão, T., Font, V., Cajaraville, J.A. (2009). Análises cognitiva e metacognitiva de práticas matemáticas de resolução de problemas: o caso Nerea. *Educ. Mat. Pesqui*, 11 (1), 79-116.
- Heuvel-Panhuizen, M., Buys, K. (2005) (Eds). *Young children learn Measurement and Geometry. A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for the lower grades in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Hiebert, J. (1981). Cognitive development and learning linear measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, 197-211.
- JCGM (2012). *International vocabulary of metrology — Basic and general concepts and associated terms (VIM)*. Bureau International des Poids et Mesures.
- Kamii, C., Clark, F. B. (1997). Measurement of length: The need for a better approach to teaching. *School Science and Mathematics*, 97 (3), 116-121.
- Kamii, C. (2006). Measurement of length: How can we teach it better? *Teaching Children Mathematics*, 154-158.
- Kerslake, D. (1996). Volume and Capacity. *Mathematics Teaching*, 77, 14-15.
- Konic, P. (2011). *Evaluación de conocimientos de futuros profesores para la enseñanza de los números decimales*. Tese de doutoramento, Universidad de Granada: Espanha.
- Kuhn, T.S. (1990). *A estrutura das revoluções científicas* (3ª ed.). São Paulo: Perspectiva.
- Lehrer, R., Jenkins, M., & Osana, H. (1998). Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry. In R. Lehrer, D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 137-167). Mahwah, NJ: Erlbaum.

- Lehrer, R. (2003). Developing Understanding of Measurement. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, e D. Schifter (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 179-192). Reston, VA: NCTM.
- Lindquist, M. (1989). The measurement standards. *Arithmetic Teacher*, 37 (1), 22-26.
- Lüdke, M., André, M. (1986). *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. S. Paulo: Editora Pedagógica Universitária.
- Maxwell, J.A. (2005). *Qualitative Research Design – An Interactive Approach*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Morgado, J. (2012). *O Estudo de Caso na Investigação em Educação*. Santo Tirso: De Facto Editores.
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Nehring, C., Pozzobon, M. e Battisti, I (2010). O conceito de Medidas de Superfície - na abordagem histórico-cultural e nos registros de representação. *Revista Iberoamericana de Educación / Revista Ibero-americana de Educação*, 54 (2), 1-15.
- Nogueira, I.C. (2004). *A abordagem de grandezas e medidas no 1º Ciclo do Ensino Básico: Identificação e caracterização de práticas lectivas no âmbito da sua exploração na sala de aula*. Trabalho de investigação tutelado, Universidade de Santiago de Compostela: Espanha.
- Nogueira, I.C. (2013). A geometria e medida no espaço bidimensional: concepções de estudantes em formação inicial de professores. In *Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Montevideo: CIBEM, 4192-4199. [Disponível em <http://www.cibem.org/7/actas/pdfs/654.pdf>.]
- Nogueira, I.C. (2015). Análise Ontossemiótica de processos instrucionais de Matemática, melhoria de práticas e desenvolvimento profissional docente. *Revista de Estudios e Investigación en Psicología y Educación*, Vol EXtr (6), 213-217.
- Ollaik, L.G., Ziller, H.M. (2012). Concepções de validade em pesquisas qualitativas. *Educação e Pesquisa*, 38 (1), 229-241.
- Outhred, L. N., Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31 (2), 144-167.
- Palhares, P. et al (Coord.) (2004). *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico*. Lisboa: Lidel-Edições Técnicas.

- Patton, M.Q. (1990). *Qualitative evaluation methods*. London: Sage.
- Patton, M.Q. (2002). *Qualitative Evaluation and Research Methods* (3rd Edition). London: Sage.
- Piaget, J. (1969). *The child's conception of time*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Piaget, J., Inhelder, B. (1974). *The child's construction of quantities: Conservation and Atomism*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Piaget, J., Inhelder, B, Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Pino-Fan, L. (2013). *Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada*. Tese de doutoramento, Universidad de Granada: Espanha.
- Pires, I. (1983). *Medição de grandezas*. Lisboa: DGEB.
- Ponte, J.P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3 (1), 3-18.
- Ponte, J.P. (2002). Investigar a nossa prática. In GTI (Ed.), *Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.
- Ponte, J.P., Matos, J.M., Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática. Implicações curriculares*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J.P., Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Punch, M. (1994). Politics and ethics in qualitative research. In Norman Denzin e Yvonna Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research*. London: Sage Publications.
- Radice, L.L. (1985). *A Matemática de Pitágoras a Newton*. Biblioteca Básica de Ciência. Lisboa: Edições 70.
- Ramalho, G., Correia, T. (1994). Análise dos erros e estratégias utilizadas por alunos de 9 anos no teste de Matemática incluído no “Second International Assessment of Educational Progress”: Medida e Geometria. In *Actas do V Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: APM. 51-72.
- Ribeiro, C. M. (2009). O conhecimento do conteúdo no tema de Geometria: algumas situações críticas evidenciadas por futuros professores na Licenciatura em Educação Básica. In APM (Ed.), *Actas do XXV Encontro Nacional de Professores de Matemática – ProfMat 2009*. Viana do Castelo: APM [CD-ROM].

- Rico, L. (2012). Aproximación a la Investigación en Didáctica de la Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 1*, 39-63.
- Rivas, M. (2013). *Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria*. Tese de doutoramento, Universidad de Granada: Espanha.
- Roazzi, A., Castro-Filho, J.A. (2001). O Desenvolvimento da Noção de Tempo como Integração da Distância e da Velocidade. *Psicologia: Reflexão e Crítica, 14*(3): 497-503.
- Rodrigues, M.S. (2007). *O ensino de medidas e grandezas através de uma abordagem exploratória*. Tese de mestrado, Natal: Universidade de Rio Grande do Norte: Brasil.
- Sandín, M.P.E. (2003). *Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos e tradiciones*. Madrid: McGraw Hill.
- Santos, L.P (Coord.) (2013). *Processo de Avaliação Externa da Aprendizagem – Provas Finais de Ciclo e Exames Nacionais 2013*. Lisboa: DGE-MEC.
- Santos, L.P (Coord.) (2014). *Processo de Avaliação Externa da Aprendizagem – Provas Finais de Ciclo e Exames Nacionais 2014*. Lisboa: DGE-MEC.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2): 4-14.
- Stake, R. (1994). Case studies. In Norman Denzin e Yvonna Lincoln (Eds.) *Handbook of qualitative research*. London: Sage Publications.
- Stephan, M., Clements, D.H. (2003). Linear, area and time measurement in prekindergarten to grade 2, In D.H. Clements (Ed.) *Learning and Teaching Measurement, 65th Yearbook* (pp 3-16). Reston, VA: NCTM.
- Tucker, K. (2014). *Mathematics Through Play in the Early Years*. London: Sage Publications.
- Tuckman, B.W. (1994). *Manual de investigação em educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian. 4ª Edição.
- Wilhelmi, M.R., Godino, J.D., Lacasta, E. (2007). Configuraciones epistémicas asociadas a la noción de igualdad de números reales. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 27* (1): 77-120. [Disponível em http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm].
- Yin, R. (1989). *Case Study Research: Design and Methods*. London: Sage Publications.
- Yin, R. (2005) (Editor). *Introducing the world of education. A case study reader*. Thousand Oaks: Sage Publications.

ANEXOS

ANEXO I:

Pedido de autorização para observação das aulas

Exmo Sr. Diretor/a da Escola _____

O meu nome é Isabel Cláudia Nogueira da Silva Araújo Nogueira e encontro-me a realizar a minha tese de doutoramento na Universidade de Santiago de Compostela, integrada no programa de doutoramento Perspetivas Didáticas em Áreas Curriculares, tutelado pelo departamento de Didáctica e Organização Escolar.

O meu trabalho de investigação centra-se no estudo de práticas letivas sobre grandezas e medidas no 1º Ciclo e prevê a observação de atividades desenvolvidas nas salas de aula do 1º Ciclo do Ensino Básico. Assim, venho solicitar a vossa colaboração no sentido de autorizar a recolha de informação em salas de aula que pertençam à instituição que dirige. A minha presença será a de observador não participante (a minha presença não implicará nenhuma alteração ao trabalho planificado pelos professores) e será garantido o anonimato de alunos e professores intervenientes.

Agradecendo antecipadamente a colaboração, apresento os mais respeitosos cumprimentos.

Porto, ____ de _____ de _____

Assinatura

(Isabel Cláudia Nogueira da Silva Araújo Nogueira)

Anexo II:

Guião de apoio à observação de aulas

Escola:

Professor:

Ano escolaridade:

Nº alunos:

Data:

Início: ____ h ____ min

Fim: ____ h ____ min

Tema abordado:

- **Estrutura e organização da aula**

(Onde se realizou a aula? Qual foi a sua sequência? Que metodologias foram implementadas? Como foi a gestão do tempo?)

- **Actividade do professor**

(Em que consistiram? Respondeu às solicitações dos alunos? Que dificuldades se lhe apresentaram?)

- **Utilização/exploração de recursos materiais**

Foram utilizados materiais? Quais? Como surgiram? Os alunos tiveram livre acesso aos recursos materiais? Foram definidas regras explícitas para a sua utilização?)

- **Actividade dos alunos**

(Em que consistiu a actividade dos alunos? Como corresponderam às tarefas propostas? Solicitaram muitas vezes o professor? Para quê?)

- **Produção matemática dos alunos**

(Os alunos corresponderam matematicamente à tarefa? Desenvolveram raciocínios válidos? Descobriram o que se pretendia? Estabeleceram conexões com actividades do quotidiano? Estabeleceram conexões com outros temas, outras disciplinas ...?)

- **Ambiente da aula**

(Como foi o envolvimento dos alunos? Demonstraram interesse? ...)

- **Episódios da sala de aula**

(Aconteceu algo que me surpreendeu, positiva ou negativamente? Alguma atitude? Os alunos fizeram algum comentário?)

ANEXO III:

Ficha de trabalho – comprimento no 3º ano de escolaridade

Relacionar o metro, o decímetro, o centímetro e o milímetro.
 Construir o metro articulado.
 Fazer medições utilizando o metro e registá-las.

NOME: _____ DATA: ____ / ____ / ____

1- Medir:

O tampo da mesa da sala de aula

Comprimento = _____ Largura = _____

A altura da mesa

Altura = _____

O comprimento da esferográfica.

Comprimento = _____

O livro de matemática

Comprimento = _____ Largura = _____

A borracha

Comprimento = _____ Largura = _____ Espessura = _____

A vossa altura

2- Completa os espaços.

Um metro tem _____ decímetros, _____ centímetros e _____ milímetros.

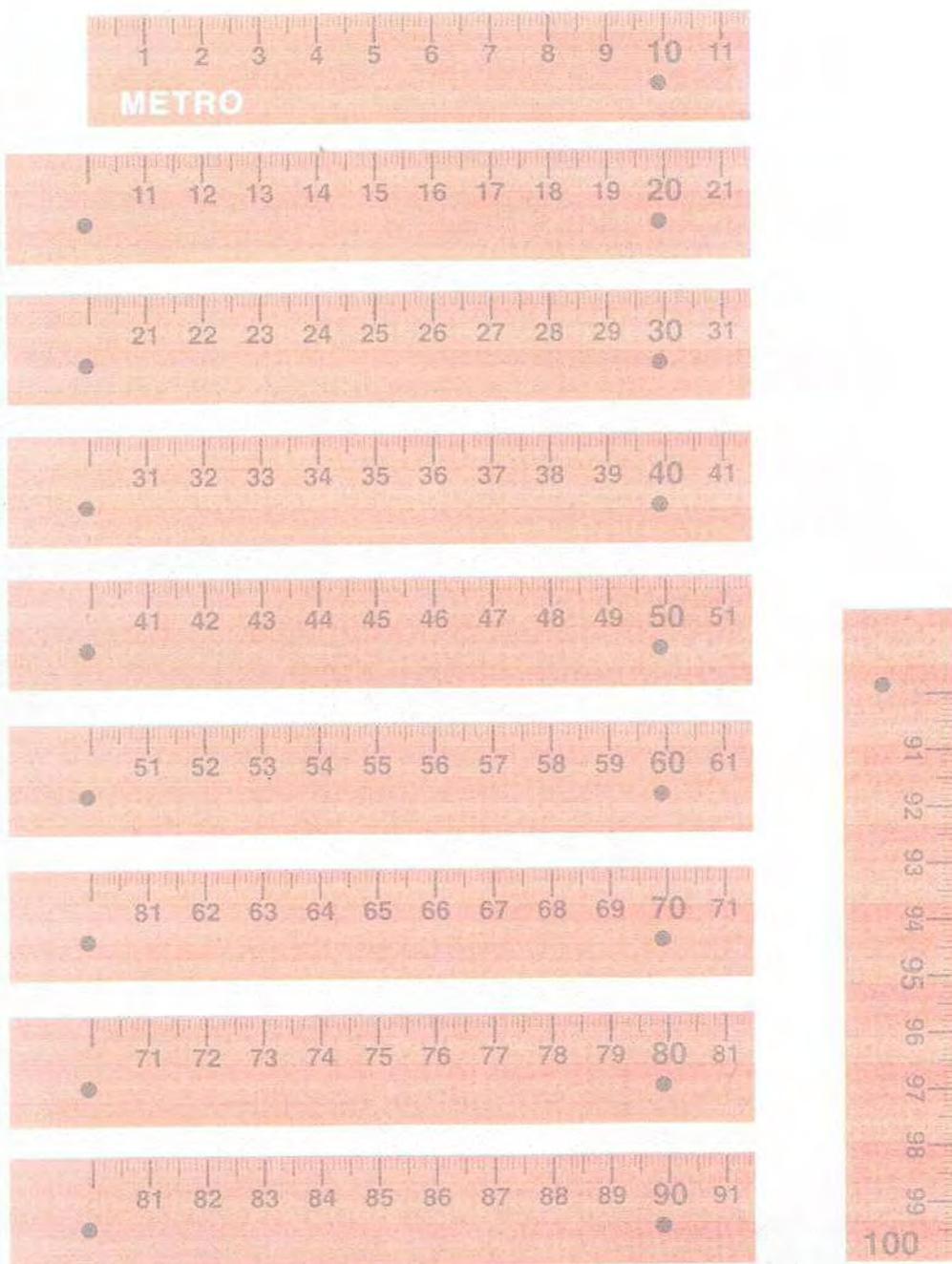
A décima parte do metro é o _____, isto é $1 \text{ dm} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ m}$.

Um decímetro tem _____ centímetros. Um centímetro é a décima parte do _____.

Um centímetro tem _____ milímetros. Um milímetro é a décima parte do _____.

Relacionar o metro, o decímetro, o centímetro e o milímetro.
Construir o metro articulado.
Fazer medições utilizando o metro e registá-las.

METRO ARTICULADO



ANEXO IV:

Ficha de trabalho 1 – tempo no 3º ano de escolaridade



Nome: _____

Prêenche os espaços em branco e as horas fazendo as imagens e os relógios terem sentido



A Ivone é muito preguiçosa, deixa-se ficar sempre até tarde na cama!

- Acorda ! Já são 8.00 horas ! Gritou a mãe.



Dépois de tomar o pequeno almoço, pega nos livros e vai para a escola.

Como mora perto da escola, sai de casa por volta das 8.40 horas.



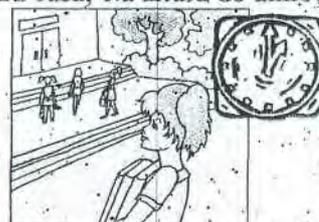
Às _____ horas já está na sala de aulas com os colegas.



Ao _____ a Ivone volta para casa, é a altura do almoço.



Quando chega a casa os pais já almoçaram e a Ivone tem de almoçar sozinha; ela não gosta muito e por isso come depressa. Às 12.45 horas já terminou o almoço.



Como gosta de estar com os seus colegas vai para a escola cedo e quando é _____ hora da tarde já lá está.



No final das aulas, lá para as 4.00 da tarde, a Ivone vai embora com a sua melhor amiga, a Mónica.



São seis menos um quarto a Ivone chega a casa, depois de passar pela casa da Mónica, faz os trabalhos de casa e lancha.

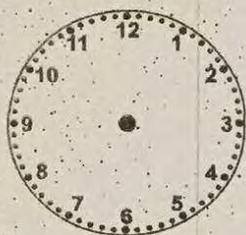
ANEXO V:

Ficha de trabalho 2 – tempo no 3º ano de escolaridade

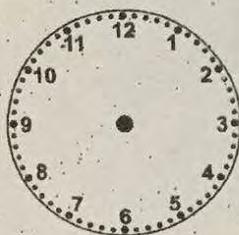
ficha de matemática - 3º ano

Nome: _____
 Data: _____ Inf.: _____

1. Desenha os ponteiros dos relógios para as legendas fazêrem sentido.



8:25 h



14:50 h



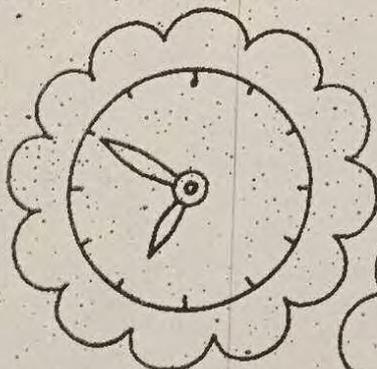
12:10 h

2. Legendá os relógios com as horas correctas.

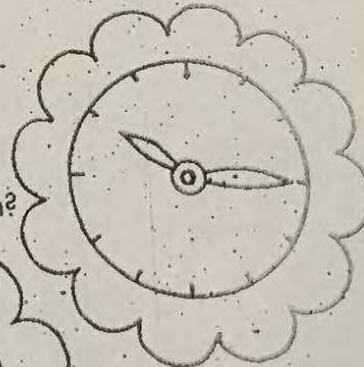
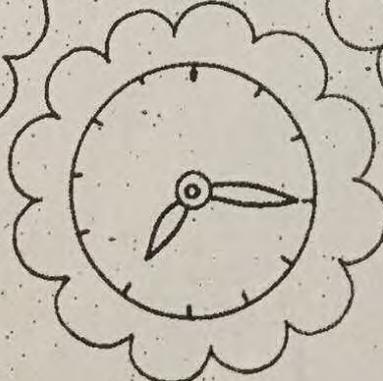


Quanto tempo falta
para as 9 horas?

E para as 12 horas?



E para as 16h30m?



ANEXO VI:
Resumo alargado

**ABORDAGEM ONTOSSEMIÓTICA
DE PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE GRANDEZAS E
MEDIDAS NO 1º CICLO DE EDUCAÇÃO BÁSICA**

Isabel Cláudia Nogueira da Silva Araújo Nogueira

INTRODUCCIÓN GENERAL

La descripción de las prácticas impartidas en clases y la ulterior reflexión sobre esas mismas prácticas nos parecen componentes fundamentales para la comprensión de los procesos de aprendizaje/enseñanza de las matemáticas.

Sin descuidar la importancia de las actividades situadas antes de ese momento - por ejemplo, aquellas que definen objetivos para esta área disciplinaria, guiando su desarrollo curricular, o la practicas de evaluación del aprendizaje de los estudiantes -, la comprensión y la reflexión sobre las prácticas letivas parecen ser, en este sentido, de importancia sin precedentes en la construcción de un escenario ilustrativo del desarrollo curricular de esta disciplina, contribuyendo así a una ampliación del corpus de conocimientos en el marco de la Educación Matemática.

La percepción, como formadores de profesores de Educación Básica, así como las reflexiones frecuentes con otros profesores e investigadores de esta área, de qué tareas de naturaleza rutinaria - como la aplicación de fórmulas o la conversión de unidades de medida - constituían las actividades de clase más frecuentes dentro de la explotación de las medidas, quedaron plasmados en la literatura existente. Junto con el uso poco significativo de los instrumentos de medición, la insistencia y la prevalencia de este tipo de tareas en los diferentes temas de la Medida se señala como origen de su aprendizaje mediante procesos de memorización de fórmulas y de la repetición de los procedimientos (Battista e Clements, 1996; Kamii e Clark, 1997; Outhred e Mitchelmore, 2000; Clements e Bright, 2003; Kamii, 2006).

Con la convicción de que la construcción del conocimiento objetivo acerca de los procesos de instrucción sólo es posible mediante la realización de procedimientos y análisis científicamente suportadas, se considera ahora que la identificación y caracterización de las prácticas en la explotación de este contenido, reflejado en el nuestro trabajo de investigación tutelado, fueron, al mismo tiempo, un pequeño y un primer paso en la construcción del conocimiento válido, objetivo y debidamente justificado sobre esas prácticas.

Con la realización de este estudio, de carácter eminentemente exploratorio, se han creado nuevas preguntas: (1) Cuáles son las tareas esbozadas por el profesor para la implementación de estas clases? (2) Qué solicitudes se presentan a los estudiantes en

estos momentos? (3) Cuál es la interacción de los estudiantes con los conocimientos? (4) Cuáles son las relaciones que se establecen entre el profesor y los estudiantes involucrados en este proceso(5) Y entre los propios estudiantes?

Estas cuestiones han abierto el camino a nuevas posibilidades de investigación y llevó a la delineación de las directrices de esta investigación.

El creciente desarrollo y despliegue de las perspectivas de la naturaleza sociocultural y de la cognición situada del aprendizaje y la enseñanza, según la cual no es posible separar el conocimiento de los contextos en lo que se adquieren han vino a despertar interés en los estudios acerca de las prácticas educativas.

Estas perspectivas conciben la práctica educativa como una fuente indiscutible de conocimiento y la entienden como un contexto de enseñanza y aprendizaje, construido por estudiantes y profesores a través de la realización de las actividades desarrolladas en las practicas.

Por lo tanto, cuando tratamos de comprender las interacciones entre los diversos actores que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje y cuándo deseamos contribuir con conocimientos teóricos sobre estas dichas prácticas, el estudio de la configuración de las prácticas de aula, mediante su descripción y análisis, se presenta como un procedimiento apropiado. Describir y analizar en detalle las prácticas específicas de matemáticas en el primer ciclo de la Educación Básica, objetivos que intenta alcanzarse con la realización de este estudio, puede permitir detectar las dificultades encontradas en su aprendizaje, así como los aspectos que influyen en estas prácticas, contribuyendo a una mejor comprensión de estos procesos.

Además, contribuir a ampliar el número de trabajos de investigación en esta área de la enseñanza de las Matemáticas puede, por tanto, justificar la realización de esta investigación, en particular en lo que se refiere a la aclaración de desarrollo curricular en esta área del conocimiento, en particular en lo que respeta la explotación de la Medida.

CONTEXTUALIZACIÓN DEL ESTUDIO

En el panorama internacional de la investigación en Didáctica de las Matemáticas, la producción reciente relacionada con las prácticas sobre magnitudes y medida en contextos de educación básica ha sido muy reducida.

En el contexto portugués, y a pesar de los esfuerzos que hemos presenciado en los últimos años, todavía existe la necesidad de realizar estudios sobre los procedimientos desarrollados en las prácticas educativas de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas: la escasez de estudios específicos sobre la enseñanza de la matemática para el primer ciclo (Gomes, Ralha e Hirst, 2001) es una realidad en relación con las prácticas de clases con enfoque en las magnitudes y procedimientos de medición.

Compartimos con Chamorro (2001) la necesidad de la identificación y la comprensión de los aspectos didácticos específicos para el aprendizaje/enseñanza de estos contenidos.

Se considera que tanto su descripción como su explicación podrían resultar eficaces y útiles al servicio de la ingeniería didáctica en esta área. Por lo tanto, la intención es contribuir a un cuerpo de conocimiento esencialmente a nivel de el currículo implementado en las clases de primero ciclo de educación primaria dedicadas a las magnitudes y respectivos procesos de medición.

En esta investigación pretendemos centrarnos en la ejecución de los plantiamentos curriculares definidos para la Medida. La complejidad inherente a la formalización de los conceptos integrados en la Medida hace su aprendizaje y su enseñanza tradicionalmente difíciles (Chamorro, 1991): para los estudiantes, que no llegan a entenderlos y los reducen solo a la manipulación y a la memorización de reglas aritméticas del sistema métrico decimal; para los profesores, en la tarea de presentar dichos conceptos a sus alumnos, de forma comprensible.

Ena demás, la accesibilidad a los instrumentos de medición tecnológicamente sofisticados que grandezas por números - balanzas digitales e instrumentos para la determinación de las longitudes mediante tecnología láser, por ejemplo - permiten hablar de una creciente “*aritmización de la medida*” (Chamorro, 1995, pp. 36), excluido su carácter topológico, haciendo mitigar los contornos inherentes a la conservación de la magnitud y haciendo la transposición de la ordenación de los objetos en función de una determinada cantidad de magnitud para una ordenación numérica, entre otras reducciones.

La comprensión de las relaciones que se establecen entre los conceptos, entre el profesor y los alumnos, y entre alumnos durante estos procesos se revela, por lo tanto, esencial para el tratamiento didáctico de estés temas.

Sobre el aprendizaje de los conceptos de magnitud y medida, Aires y Campos (2011) señalan no solo las dificultades más frecuentes involucradas en las prácticas sobre este tema como también los errores más comunes realizados por los alumnos en las actividades que llevan a cabo.

El no reconocimiento de una relación de proporcionalidad inversa entre la unidad de medida y el valor de la medida ocurre muy a menudo y es también muy común la confusión entre los conceptos de perímetro y área (y también entre el área y volumen); el uso excesivo de valores enteros en las situaciones exploradas es señalado como uno de los motivos que lleva a los estudiantes a tomar solo los números enteros como mediciones precisas.

Para las mismas autoras, una inadecuada análisis sensorial (la estimación de una magnitud mediante el uso de un sentido inadecuado) puede, en ciertos casos, justificar la selección incorrecta del instrumento de medición que se va a utilizar en cada situación, que todavía indican la baja utilización de los diferentes instrumentos de

medición en diversas situaciones como la causa de la manipulación inadecuada de los mismos y, consecuentemente, para obtener valores erróneos de las mediciones.

CUESTIONES EN INVESTIGACIÓN

Siguiendo las líneas generales que fueron definidas como orientaciones de la presente investigación, se formularon las siguientes preguntas:

Questión 1. ¿Cuáles son las prácticas matemáticas desarrolladas en los procesos de enseñanza dedicada a la explotación de las magnitudes y sus procesos de medición en el primer ciclo de educación primaria?

Questión 2. ¿Cuál es la naturaleza de los conocimientos presentes y/o emergentes en las prácticas llevadas a cabo sobre magnitudes y medición en clases impartidas en el primer ciclo de la educación básica?

Questión 3: ¿Cómo se relacionan los distintos objetos y los diferentes procesos de tipo matemático y didáctico de los actores en los procesos de enseñanza destinado a la explotación de las magnitudes y sus procesos de medición en primer ciclo de la educación básica?

Questión 3: ¿Cómo se relacionan los distintos objetos y los diferentes procesos de tipo matemático y didáctico de los actores en los procesos de enseñanza destinado a la explotación de las magnitudes y sus procesos de medición en primer ciclo de la educación básica?

Questión 5: ¿Cuáles son las funciones desempeñadas por el profesor en los procesos de estudio planificados para la explotación de las magnitudes y/o de sus procesos de medición en las clases de primer ciclo de la educación básica?

Questión 6: ¿Qué tipos de recursos materiales son utilizados en las explotaciones de estos conceptos y de las técnicas relacionadas con la medición en las clases del primer ciclo de la educación básica?

MARCO TEÓRICO DE REFERÊNCIA

La amplitud y complejidad que caracteriza el estudio de las prácticas impartidas en clases han guiado la búsqueda de un marco teórico que, en la Educación Matemática, sería capaz de proporcionar herramientas adecuadas para describir, analizar e interpretar procesos como esta naturaleza: el enfoque Ontossemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS), descrito por ejemplo en Godino y Batanero (1998) y en Godino, Contreras y Font (2006), parece apropiado a estas demandas.

El EOS considera los objetos matemáticos como entidades emergentes de "sistemas de prácticas manifestados por un sujeto (o en el seno de una institución) ante una clase de situaciones-problemas" (Godino, 2002, pp. 242).

La realización de cualquier práctica matemática implica, para este modelo, la movilización de un conjunto de objetos ditos primarios, que pueden ser de diferentes tipos (language, situaciones, definiciones o conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos) y que serán los constituyentes básicos de los objetos de mayor complejidad (Godino, 2002, pp. 246), emergentes en los procesos instruccionales de matemáticas.

El EOS, que conceptualiza nociones y ofrece técnicas e instrumentos para la descripción y el análisis de la actividad matemática, posibilita la comprensión de los procesos instruccionales en su complejidad, y por ello fue asumido como marco teórico de referencia de esta investigación.

OPCIONES DE INVESTIGACIÓN

Entendiendo la investigación sobre la práctica como medio de acceso a los conocimientos acerca de las prácticas y como forma de contribuir a la resolución de problemas de campo profesional (Ponte, 2002), se estableció como eje de guía para esta investigación la comprensión de las prácticas de clases sobre la exploración de magnitudes y de la medida en el primer ciclo de la enseñanza primaria.

Dada la variedad de opciones existentes, este estudio se limita a la descripción y el análisis de prácticas específicas sobre las magnitudes fundamentales longitud, masa y tiempo.

Los criterios aplicados para la selección de estas magnitudes, y que van a indicar, resultan esencialmente de razones curriculares y/o didácticas:

- a) la longitud, la masa y el tiempo son las magnitudes básicas o fundamentales que son explotados en el nivel de escolaridad en que se centra el presente estudio.
- b) La magnitud longitud es la que está más presente en las matemáticas de toda la educación básica: en una forma aislada, movilizadas en algunos procedimientos (la determinación del perímetro de las figuras planas, por ejemplo), incluido en la definición de otras magnitudes (velocidad o densidad, por ejemplo) o requeridos en algunos otros temas relacionados a la medida (como en el área de una superficie o volumen de un cuerpo sólido). Los fenómenos de adaptación didáctica que conducen repetidamente las prácticas escolares de la magnitud escalar masa para las exploraciones de magnitud vectorial peso, puede conducir a conflictos que impiden la construcción adecuada de conocimientos acerca de estas magnitudes, sobre todo teniendo las como grandezas sinónimo; esta distinción, como destaca Belmonte (2005),

sólo se realiza en los niveles de grado posteriores, en el que el peso se define como una fuerza, y se expresa en términos de la dirección, sentido y número.

- c) El enfoque matemático de la magnitud tiempo solamente se lleva a cabo en primer ciclo de la educación básica y posteriormente todos sus usos y aplicaciones escolares sucede en otras disciplinas. Además el hecho de las operaciones con esta magnitud están asociadas explícitamente con habilidades de naturaleza muy distintas (como la ordenación de una sucesión de eventos o de situaciones extramatemáticas, tales como rutinas diarias o fenómenos naturales de frecuencia cíclica) del cálculo de la duración de los acontecimientos, a menudo resultan o esperando la naturaleza operativa de aprendizaje bases de numeración no decimales.

Se ha optado por la realización de un estudio empírico interpretativo-descriptivo, apoyado en el análisis de segmentos instruccionales integrados en clases de matemáticas del primero ciclo de la educación básica, dedicadas a la exploración de longitud, masa y tiempo, y respectiva medición.

En el marco del paradigma interpretativo, el estudio de caso es un acercamiento empírico que investiga cierto fenómeno en su contexto real y que resultan ser "particularmente útiles cuando se pretende comprender determinados individuos, determinado problema ou uma situação em particular " (Patton, 1990, p. 54).

En el marco del de la educación matemática, Ponte (2002) considera las tres características siguientes como fundamentales para el estudio de caso:

- deben presentar un fuerte índole descriptivo;
- el investigador no pretende cambiar la situación, pero antes entender como es, proporcionando la confrontación de la situación en cuestión a situaciones ya conocidas y las teorías existentes
- no es una investigación experimental donde el investigador no tiene (o quiere) controlar los eventos, investigación empírica de esencialmente basada en el trabajo de campo o el análisis de documentos.

Inscribirse esta investigación como un estudio de caso agregado - estudio instrumental de varios casos (Stake, 1994): las actividades se analizan en detalle en los contextos en que se efectuaron, con la intención con este análisis a clarificar las prácticas de las exploraciones matemáticas en el primer ciclo.

CONCLUSIONES

O estudio interpretativo-descriptivo desarrollado, apoyado en el análisis de segmentos instruccionales de clases integrados en clases de matemáticas del primer ciclo de la educación básica, estableció como objetivos principales determinar: (1) que

tipos de prácticas se desarrollan en las clases de Primaria dedicadas a la exploración de las magnitudes y medida; (2) cuál es la naturaleza de los conocimientos presentes y/o emergentes en dichas prácticas; (3) cómo se relacionan los objetos y procesos matemáticos y didácticos implicados en esas prácticas; (4) qué funciones se llevan a cabo por el profesor y los alumnos en las prácticas impartidas en clases; y (5) cuales son los recursos materiales donde se apoyan esas prácticas.

Las actividades analizadas han evidenciado el uso de situaciones extramatematicas y/o de la vida cotidiana de los alumnos como prácticas frecuentes, el predominio del conocimiento matemático de naturaleza procedimental y algorítmica, el profesor como responsable sistemático de la gestión de las formas de trabajo dos alumnos, de los tiempos, de los espacios y de los materiales que están disponibles en las actividades de clase.

En algunos casos fue posible identificar discrepancias entre los significados institucionales de referencia de los temas matemáticos de estudio y los significados implementados efectivamente en los procesos de instrucción.