

# **Idoneidad afectiva de una tarea basada en la toma de decisiones estocásticamente razonadas**

## **Affective suitability of a game of chance task based on stochastically reasoned decision-making**

Ana Serradó Bayés

Colegio La Salle-Buen Consejo (España)

### **Resumen**

Presentamos un estudio de casos sobre la idoneidad didáctica de una tarea sobre un juego de azar, el Bingo de la Adición de Números Enteros. Dicha tarea tiene por objeto promover el razonamiento estocástico sobre los procesos de toma de decisiones bajo incertidumbre o de riesgo de 48 alumnos/as españoles de 1º de Educación Secundaria Obligatoria (edades comprendidas entre 12 y 14 años). En particular, se presentan los resultados de los razonamientos de dichos alumnos sobre su percepción sobre el interés y utilidad de la tarea, configurándose como elementos claves del análisis de la idoneidad afectiva. A su vez, se analizan la relación de la dimensión afectiva de la idoneidad con las dimensiones epistémicas, cognitivas y mediacionales.

**Palabras clave:** Idoneidad afectiva, toma de decisiones, razonamiento estocástico, Educación Secundaria Obligatoria

### **Abstract**

We present a case study about the didactical suitability of a game of chance task, Integers Addition Bingo. This task aims to enhance 48 Spanish students (grade 7, 12- 14 year-olds) in stochastic reasoning when making decisions under uncertainty and of risk. Particularly, we present the results of the students' perceptions about the interest and utility of the task, which are elements constitutive of the analysis of the affective suitability. Moreover, we analyse the relationship between the affective dimension of the suitability with the epistemic cognitive and mediational dimensions.

**Keywords:** Affective suitability, decision-making, stochastic reasoning, Secondary Education.

## **1. Introducción**

La última revisión sobre los avances en la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad (Batanero et al., 2016) sugieren, como líneas prioritarias de investigación para los años venideros, la reflexión sobre las principales ideas que el alumnado debería adquirir en diferentes edades, métodos apropiados de enseñanza y situaciones de enseñanza idóneas. Hasta ahora se habían tenido como referente básico para conocer cómo se presentaban estas ideas, los libros de texto (Azcárate, Cardeñoso y Serradó, 2006; Jones y Tarr, 2007). Sin embargo, la comunidad científica ha valorado la insuficiencia del libro de texto, como reproductor del conocimiento a aprender, y ha sugerido la necesidad de innovar en este campo, por ejemplo, con el diseño de tareas contextualizadas.

Las tareas son las situaciones que el profesor propone a los alumnos (problema, investigación, ejercicio, etc.), las cuales son el punto de partida de la actividad del

---

Serradó, A. (2017). Idoneidad afectiva de una tarea basada en la toma de decisiones estocásticamente razonadas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, [idoneidadontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://idoneidadontosemiotico.ugr.es/civeos.html)

alumno, y que, a su vez, producen como resultado su aprendizaje (Robles, Trechera y Font, 2014). La necesidad de elaborar tareas de calidad ha llevado a formularse cuáles deben ser los criterios para el diseño y rediseño de tareas, sugiriendo para ello la aplicación de los indicadores de idoneidad didáctica propuestos desde el marco del Enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2007).

En este sentido, en esta comunicación se presenta y analiza la idoneidad didáctica de una tarea basada en un juego de azar, el Bingo de la Adición de Números Enteros. La tarea tiene por objeto que el alumnado mejore su razonamiento estocástico en procesos de toma de decisiones en situaciones de incertidumbre o riesgo.

Para ello, analizamos la tarea desde la aproximación del Enfoque Onto-semiótico (EOS), con el objeto de valorar si: (a) la tarea cumple los indicadores correspondientes las dimensiones de idoneidad didáctica (Godino, Batanero y Font, 2007); y (b) las percepciones del alumnado sobre el interés y utilidad de la tarea son elementos claves para el análisis de la idoneidad afectiva, y qué relaciones se establecen entre la dimensión afectiva de la idoneidad y las dimensiones epistémica, cognitiva y mediacional.

## 2. Marco teórico

En este apartado presentamos los elementos teóricos que se han tenido en cuenta en esta fase de la investigación, consistente en el análisis de la calidad de la tarea basados en la valoración de la idoneidad didáctica. Consideramos el EOS como referente teórico de esta investigación, que permite describir las matemáticas, en este caso, la estadística y probabilidad, implicadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y valorar, posteriormente, su calidad. Para la valoración de la calidad de las matemáticas involucradas, se propone el constructo correspondiente a los criterios de idoneidad (Godino, Batanero y Font, 2007), prestando especial atención al criterio de idoneidad afectiva. Consideramos las seis facetas, criterios o dimensiones de idoneidad didáctica, aunque en esta comunicación priorizamos las relaciones que se establecen entre la *idoneidad epistémica, cognitiva, mediacional y afectiva*.

Para cada una de las seis idoneidades, el EOS propone un conjunto de indicadores. En relación con la idoneidad afectiva, son seis los indicadores propuestos (Godino, 2013). En esta investigación tenemos en cuenta las tres componentes: intereses y necesidades, afectiva y emocional. Desde un punto de vista afectivo y emocional, el alumnado deberá desplegar un sistema de prácticas operativas y discursivas de las cuáles emergerán los objetos, sus significados y posibles obstáculos (Parra y Ávila, 2015). Y por ello, en la siguiente sección, presentamos la situación problemática que da origen a la tarea, el Bingo de la Adición de Números Enteros.

## 3. Tarea: El Bingo de la Adición de Números Enteros

El Bingo de la Adición de Números Enteros es un juego de azar donde dos números enteros generados aleatoriamente de -5 a +5 deben sumarse mentalmente y marcar su aparición en una tarjeta. La situación problemática ha sido diseñada para responder a la pregunta: “¿cómo debería construir la carta para jugar con el Bingo de la Adición de Números Enteros para minimizar el riesgo a perder?”

Dicha tarea fue inicialmente diseñada bajo el paradigma de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991), con el fin de que los alumnos fuesen aprendices activos al razonar y abstraer similitudes; valorando la necesidad de superar ciertos obstáculos epistemológicos referidos a la construcción del significado de riesgo (Borovcnik, 2015) considerados como rupturas que dificultan el cambio conceptual (Guedet et al., 2016). En particular, la tarea fue diseñada para apoyar el desarrollo de tres objetivos específicos:

- la gestión del riesgo sistemática y operativa para promover la continuidad en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y superar los obstáculos de la confusa frontera entre la gestión del riesgo y el azar, y la distinción entre decisiones tomadas bajo situaciones de incertidumbre o riesgo,
- la evolución de las decisiones del alumnado desde perspectivas fundamentadas en las preferencias personales a fundadas en razonamientos racionales, y
- la construcción simultánea de los conceptos de proporciones, distribuciones de probabilidad y frecuencias y las decisiones bajo situaciones de incertidumbre y de riesgo (Serradó, sometido).

La tarea estaba organizada con el fin de involucrar al alumnado en sucesivos episodios de juego, actuación y razonamiento en tres momentos diferenciados. En un primer momento, la tarea animaba que el alumnado comprendiera el juego de azar a través de jugar con una carta, seleccionar entre dos cartas y razonar porqué la habían seleccionado. Y, finalmente en este primer momento, jugar en equipo cada jugador con una carta diferente y analizar las falacias lógicas que aparecían, determinar qué eventos eran menos probables y justificar su respuesta.

En un segundo momento, la tarea estaba diseñada para involucrar a los alumnos en una gestión del riesgo sistemática y operativa a través de: (a) construir una primera carta, jugar, analizar la distribución de frecuencias y razonar sobre los criterios utilizados para crear la carta y porque ellos creían que iban a ganar o perder; (b) diseñar una segunda carta, jugar, determinar las probabilidades teóricas correspondientes a la adición de dos enteros de -5 a +5, analizar las propiedades gráficas de la distribución teórica de probabilidades; (c) construir una tercera carta, jugar, comparar la distribución de probabilidades y frecuencias, y razonar sobre el criterio usado para crear la tarjeta y porqué creían que iban a ganar o perder; y (d) construir una cuarta carta y jugar. En el tercer momento, se pidió al alumnado, que desde un punto de vista metacognitivo, reflexionara sobre el proceso de toma de decisiones.

La tarea se complementaba con una aplicación construida con la plataforma multidinámica Geogebra. La aplicación, que genera números enteros aleatoriamente de -5 a +5, da la posibilidad de conocer la tabla de las frecuencias absolutas y relativas de aparición de cada par de números, analizar y comparar el gráfico de la distribución de frecuencias y de la distribución de probabilidad teórica (figura 1). La tarea, en sí misma, la aplicación de Geogebra diseñada y la documentación del alumnado participante configuran los elementos básicos del estudio de casos desarrollado.

#### **4. Metodología de investigación**

La comunicación presenta los resultados correspondientes al análisis de la tarea diseñada y de las producciones de 48 alumnos/as de dos grupos clase de 1º de Educación Secundaria Obligatoria (edades entre 12 y 14 años) de un colegio situado en

una zona costera con un nivel socioeconómico bajo de España. Cada uno de los grupos clase a su vez fue subdividido para crear equipos heterogéneos que promocionasen el dialogo deliberativo en entornos de aprendizaje colaborativos (Serradó, Vanegas y Giménez, 2015). Se recogieron datos correspondientes a los razonamientos individuales y colectivos correspondientes a las diferentes cuestiones introducidas en la tarea. Además, se recolectaron secuencias de audio y vídeo de las discusiones en equipo y cinco entrevistas individuales. Los datos recolectados han permitido realizar diferentes estudios retrospectivos cada uno con un objetivo diferente, que se describen a continuación.

En una fase inicial de la investigación, adoptamos una metodología consistente en un “design-based research” (Cobb, 2000). En dicha investigación actuaron dos profesores, siendo uno de ellos también el investigador y autor de esta comunicación. El objetivo de la misma surge como una experiencia de innovación consistente en la introducción de los procesos de toma de decisiones y riesgo en el currículum de aula de Educación Secundaria Obligatoria como un esfuerzo colectivo. Esfuerzo que ambiciona el aprendizaje tanto del alumnado como del profesorado participante.

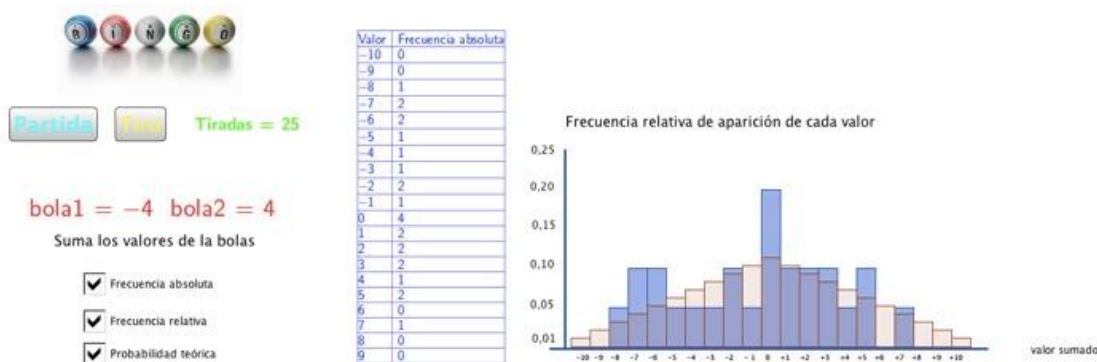


Figura 1: Aplicación de Geogebra del Bingo de la Adición de Números Enteros

En este primer diseño metodológico consideramos tres aspectos: el diseño instruccional y la planificación, los sucesivos análisis de los eventos acaecidos en el aula que permitían la adecuación del diseño y la re-planificación, si procedía, y el análisis retrospectivo. Los ciclos de interacción en todo el estudio de casos involucraron al profesor y a la investigadora en un proceso colaborativo de planificación, implementación, evaluación y revisión de la secuencia de enseñanza y aprendizaje correspondiente a la tarea, el Bingo de la Adición de Números Enteros. La naturaleza iterativa del diseño ha permitido repetidamente discutir y reflexionar sobre las respuestas del alumnado en cada una de las sesiones de la tarea diseñada y redefinir las aproximaciones para cada subsecuente actividad con el fin de desarrollar el razonamiento estocástico del alumnado durante el proceso de toma de decisiones bajo una situación de incertidumbre y riesgo asociada a un juego de azar.

En una segunda fase de revisión del diseño, los sucesivos análisis de los eventos acaecidos, desde un punto de vista de idoneidad epistémica el profesor y la investigadora se cuestionaban sobre la naturaleza del conocimiento probabilístico y del complejo sistema de toma de decisiones desde un punto de vista interno (sujeto, exclusivamente a los significados institucionales de dichas nociones) y externo para entender el desarrollo del alumnado en los procesos de toma de decisiones bajo situaciones de incertidumbre y de riesgo.

Las dos investigaciones previas han sido de gran utilidad como marcos teóricos y metodológicos para el diseño e investigación sobre los modelos mentales del alumnado ante situaciones de incertidumbre y riesgo cuando se enfrentan al juego de azar del Bingo de la Adición de Números Enteros. Tal y como indican (Drijvers et al., 2013), el análisis desde diferentes perspectivas deberá permitir una mayor comprensión de los procesos de aprendizaje del alumnado. Es más, las investigaciones previas, se configurarán como elementos clarificadores de la consecución de las diferentes dimensiones de la idoneidad didáctica.

Pero, consideramos que son insuficientes para concluir la idoneidad de la tarea ante una posible inclusión en el currículum de aula para el alumnado de primero de Educación Secundaria Obligatoria. En este sentido, y tal y como se apunta desde el EOS (Godino, 2013), la idoneidad global de un proceso de estudio se debe valorar atendiendo no solo la dimensión epistémica, sino las seis dimensiones de idoneidad didáctica del EOS. En consecuencia, en la tercera revisión del diseño, implementación y evaluación del mismo valoramos la consecución de los indicadores de las seis dimensiones de idoneidad didáctica. Además, debido a las connotaciones personales desde un punto de vista psicológico que se le da al concepto de riesgo (Gigerenzer, 2002), consideramos la relevancia de la dimensión afectiva de la idoneidad didáctica. Y para ello, planteamos el análisis de las percepciones del alumnado sobre el interés y utilidad de la tarea, y de las relaciones que se establecen entre la dimensión afectiva de la idoneidad y las dimensiones epistémicas, cognitivas y mediacionales. Para poder llevar a cabo dicho análisis, en el momento de la autoevaluación de la tarea, el alumnado tuvo que responder a las preguntas: ¿qué habéis aprendido?, ¿para qué os ha servido el juego de ordenador (la aplicación de Geogebra)?

## **5. Descripción de la idoneidad didáctica**

En coherencia con los objetivos de este tercer análisis retrospectivo, presentamos los resultados correspondientes a la consecución de los indicadores de idoneidad epistémica, cognitiva y mediacional. Para posteriormente, poder presentar y discutir la coherencia con las percepciones del alumnado en relación a dichas dimensiones.

### **5.1. Idoneidad epistémica**

Tal y como se indica en la sección 3, la tarea fue diseñada con el objetivo que el alumnado participante pudiese jugar, actuar y reflexionar sobre el riesgo a perder en el juego de azar, el Bingo de la Adición de Números Enteros. Desde un punto de vista epistémico, se introdujo en el diseño una gestión riesgo operativa y sistemática (Serradó, 2016). Dicha gestión tenía como fin de hacer operativos y sistemáticos los procesos de toma de decisiones, consistentes en: (a) el estudio estadístico de la frecuencia de aparición de los diferentes eventos jugados, (b) la determinación de la probabilidad teórica correspondiente a la suma de dos números enteros entre -5 y +5, y (c) la comparación de las distribuciones de frecuencia y probabilidad.

La tarea diseñada, implementada y evaluada permitía que el alumnado desarrollara relaciones entre los objetos matemáticos objeto de aprendizaje, y que se identificaran y articularan diversos significados de los mismos. Destacamos la distinción entre los significados de distribución de frecuencias y distribución de probabilidades coherentes con una propuesta epistémica de naturaleza estocástica que ha permitido el desarrollo del lenguaje, razonamiento y pensamiento estadístico y probabilístico.

La integración de estos tres aspectos se consideró en su diseño fundamentado inicialmente en la Teoría de las situaciones didácticas (Brousseau, 1997), identificando inicialmente dos obstáculos: la difusa frontera entre azar y riesgo y la distinción entre decisiones basadas en situaciones de incertidumbre y riesgo (Borovcnik, 2015). En el primer análisis retrospectivo de la tarea se concluía sobre las constricciones que suponen la concepción del azar para evolucionar en el desarrollo de la toma de decisiones, y cómo la nebulosa distinción entre la toma de decisiones bajo situaciones de incertidumbre y riesgo se configuraban como una oportunidad para reconocer la evolución del alumnado (Serradó, 2016). En el segundo análisis retrospectivo, se concluía que dicha distinción aportaba una apreciación numérica que va más allá de la tradicional conceptualización del riesgo propuesta por Gigerenzer (2002), y la necesidad de considerar dichos obstáculos no como disrupciones en el aprendizaje sino como la continuidad en el cambio de concepciones sobre los significados de toma de decisiones bajo situaciones de incertidumbre y riesgo (Serradó, sometido).

En este tercer análisis retrospectivo, aventuramos los conflictos semióticos que el profesorado que ponga en práctica la tarea puede tener que enfrentarse, y que son: (a) la toma de decisiones personales en lugar de fundamentadas de forma racional, (b) no distinguir entre el carácter aleatorio de los números generados aleatoriamente y el carácter aleatorio de los eventos y secuencias de eventos en un juego, (c) la restricción que el azar puede causar en el análisis de las secuencias de eventos, su estudio de las frecuencias de aparición de cada valor sumado y comparación con la probabilidad teórica, y (d) la distinción entre la toma de decisiones basadas en situaciones de incertidumbre y de riesgo.

## **5.2. Idoneidad cognitiva**

El primer y segundo análisis retrospectivo tuvo como finalidad el análisis de las intuiciones previas del alumnado sobre la incertidumbre del juego de azar, cómo éstas constriñeron el desarrollo de los significados sobre toma de decisiones y distribuciones de frecuencia y probabilidad. A su vez, permitieron la identificación de los logros individuales y colectivos del alumnado en relación a los modelos mentales desarrollados y a las trayectorias de aprendizaje desarrolladas (Serradó, sometido). En esta comunicación, consideramos que los indicadores propuestos restringen el aprendizaje a la consecución de un producto (objeto) y no como un proceso de desarrollo en el que se van integrando diferentes conocimientos contextualizados. Por ello, describimos las tres componentes con las sugerencias para considerarlas desde una visión investigativa del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Consideramos que la primera componente no debe referirse exclusivamente a los conocimientos previos del alumnado en relación a las nociones de proporcionalidad, frecuencia y probabilidad subjetiva, sino también a: (a) la ignorancia y falta de comunicación del riesgo y del pensamiento como formas de falta de numeración estadística (Gigerenzer, 2002); (b) las intuiciones primarias y secundarias del alumnado (Fischbein, 1975); (c) las teorías duales de los procesos de toma de decisiones que distinguen entre estas más intuitivas y rápidas de las reflexivas y analíticas (Kahneman y Frederick, 2002); y (d) la dualidad entre las dimensiones individuales y sociales de los procesos de toma de decisiones que distinguen entre las decisiones preferidas personalmente y las racionalmente fundamentadas (Borovcnik, 2015).

La segunda componente no debe considerar exclusivamente las diferencias individuales a través de las necesidades de la adaptación del currículum, sino deben ser una oportunidad para el crecimiento personal en los procesos de pensamiento. En este sentido, el segundo análisis retrospectivo permite concluir que, aunque el alumnado no puede adscribirse a un nivel cognitivo general, pueden mostrar situacionalmente modelos cognitivos (Serradó, sometido). En nuestro caso, la tarea permite razonar sobre los conceptos estocásticos involucrados en los procesos de gestión del riesgo operativo y sistemático y concluir la existencia de cuatro niveles de respuesta: (a) *pre-estructural*: decisiones personalmente preferidas donde no existe una interrelación lógica entre la comprensión de la incertidumbre, la aleatoriedad o el azar involucrado en la tarea, el Bingo de la Adición de Números Enteros; (b) *uni-estructural*: decisiones bajo situaciones de incertidumbre fundamentadas de forma racional en el análisis de gráfico de la moda en las distribuciones de frecuencias absoluta y relativa; (c) *multi-estructural*: decisiones racionalmente fundamentadas en el análisis gráfico de la moda y la posición de la mayoría de los datos de las distribuciones de frecuencias o del riesgo racionalmente fundamentado en el análisis de la densidad y simetría de la distribución de probabilidades; y (d) *relacional*: decisiones bajo incertidumbre racionalmente fundamentadas en el análisis gráfico de la moda y la posición de la mayoría de los datos de las distribuciones de frecuencias y las decisiones basadas en el análisis del riesgo fundamentadas en el razonamiento sobre la simetría de la distribución de probabilidades.

La tercera componente debe ir más allá de la tradicional concepción de la evaluación del aprendizaje como la apropiación de los elementos descritos a nivel epistémico, y considerar las situaciones desde una perspectiva contextualizada que permite construir ciertos conocimientos (objetos) a generalizar posteriormente en otros contextos. A su vez, cada una de las situaciones en las que se enfrenta el alumnado, en particular la tarea propuesta en esta comunicación, no supone una única trayectoria de aprendizaje sino diversas en función de los aspectos mencionados en los puntos anteriores. En particular, en la tarea objeto de estudio, el bingo de la adición de los números enteros, se identificaron seis trayectorias diferentes. Tres trayectorias que evolucionaron de un nivel pre-estructural a uni-estructural, con diferencias debidas a los objetos que constriñeron la evolución: la percepción determinista del juego, la posible falacia de la descomposición de los eventos y la falta de conocimientos previos sobre el centro de la distribución de frecuencias y probabilidades. Dos trayectorias de aprendizaje cuyo desarrollo fue de pre-estructural a multi-estructural constreñido por la comprensión de la naturaleza aleatoria del generador de números enteros. Y, una trayectoria de aprendizaje consistente en la evolución de pre-estructural a relacional, constreñida por la naturaleza azarosa asignada al generador.

### 5.3. Idoneidad mediacional

La aplicación, “El bingo de los números enteros”, presentada en la sección 3 es el recurso material básico que ha utilizado el alumnado para jugar y analizar las frecuencias de aparición, las distribuciones de frecuencias y probabilidades teóricas, y su posterior comparación. Han permitido desde un punto de vista gráfico contextualizar los conocimientos de proporción, frecuencia, distribución de frecuencias y probabilidad teórica. Su uso ha favorecido la emergencia e institucionalización del lenguaje estadístico y probabilístico, favoreciendo el desarrollo del razonamiento y pensamiento estocástico y la toma de decisiones bajo situaciones de incertidumbre y riesgo. Como

conclusión del tercer análisis retrospectivo, presentamos la secuencia de uso y la propuesta de mejora del mismo.

En el primer momento de uso, el alumnado debería observar exclusivamente los valores de la bola 1 y 2, iniciando la partida y tiro desde cero. Posteriormente, en la gestión del riesgo operativa y sistemática, deberían incorporarse sucesivamente y de forma acorde con las actuaciones y razonamientos propuestos al alumnado la tabla de frecuencias absolutas, la distribución relativa de frecuencias, la distribución teórica de probabilidades, la comparación de ambas. Consideramos que la aplicación debería mejorarse incorporando un registro de partidas y para cada partida los valores (eventos) y las secuencias de valores obtenidas en cada tiro (secuencias de eventos). Esta mejora debería facilitar la superación del conflicto cognitivo (b, sección 5.1) correspondiente a la no distinción entre la aleatoriedad de los números, de los eventos y de la secuencia de eventos.

A su vez, el análisis de la idoneidad ecológica del currículum legislado y el propuesto e implementado al desarrollar la tarea, permite concluir que el tiempo (siete sesiones de una hora), aunque parezca excesivo, es adecuado para la construcción, razonamiento, evaluación y autoevaluación de los conceptos de aleatoriedad, azar, probabilidad asociados a los procesos de toma de decisiones en situaciones de incertidumbre y riesgo. Seguramente, si la misma tarea se desarrollase con alumnado de cursos posteriores, con una enseñanza y aprendizaje de los conocimientos antes mencionados, se reduciría sustancialmente el tiempo necesario. Sin embargo, perdería su finalidad que es la construcción e integración de los conocimientos informales y formales sobre aleatoriedad, estadística, probabilidad y riesgo.

Finalmente, el análisis de los condicionantes metodológicos de la tarea (sección 4) permiten concluir que el número de alumnos, horario y condiciones del aula son adecuados, principalmente porque han actuado simultáneamente dos profesores en el aula. Un profesor (investigadora) gestionando los recursos y tarea y mediando en la construcción del conocimiento estocástico. Y, un segundo profesor de apoyo, favoreciendo la integración y motivación intelectual del alumnado en el desarrollo de la tarea. Dicha motivación intelectual refleja la importancia que se le otorga en el diseño e implementación de la tarea a la dimensión afectiva.

## **6. Idoneidad afectiva percibida por el alumnado**

A nivel *actitudinal* y *emocional*, la dualidad entre los razonamientos rápidos e intuitivos y los reflexivos, y entre las preferencias individuales y sociales resaltan la importancia de las cualidades anuméricas y numéricas de la toma de decisiones en situaciones bajo incertidumbre y riesgo. Permitiendo concluir, la importancia que se otorga en la tarea a las cualidades estéticas y la precisión matemática, ya que la misma tiene por finalidad, entre otras, el desarrollo de un lenguaje estocástico preciso a tenor de la edad del alumnado.

A su vez, la tarea se diseñó con el fin de atender a los intereses y necesidades del alumnado, favorecer una actitud que promoviese la participación, perseverancia y responsabilidad individual y grupal ante las actuaciones y razonamientos propuestos. La valoración de la existencia de diferentes modelos mentales y trayectorias de aprendizaje refuerzan la idea de cada argumentación tiene valor por sí misma y puede ser modificada a lo largo del proceso de desarrollo de la tarea. Para comprender la utilidad que le otorgaba el alumnado a la tarea se le preguntó: “¿qué habéis aprendido?, ¿para



*qué os ha servido el juego de ordenador (la aplicación de Geogebra)?*”. La respuesta a dichas preguntas permite establecer las relaciones entre la dimensión afectiva y las epistémicas, cognitivas y mediacionales.

### 6.1. Relación entre la dimensión afectiva, cognitiva y epistémica

El alumnado responde a la pregunta (“¿*qué habéis aprendido?*”) no con un recuento exhaustivo de todos los conocimientos puestos en práctica durante la realización de la tarea, sino la enumeración de aquellos que eran conscientes que desconocían con anterioridad y que ahora son conscientes de su significado contextualizado.

La tarea, el Bingo de la Adición de Números enteros, estaba contextualizada en un juego de azar y la construcción de tarjetas que debían minimizar el riesgo a perder al jugar con ella. Una cuarta parte del alumnado ha respondido que el juego le ha permitido aprender cómo debían construir dicha tarjeta. Cuatro alumnos/as categorizados con un nivel pre-estructural de razonamiento estocástico respondieron exclusivamente haciendo referencia a ganar en el bingo, hacer un bingo, construir la tarjeta perfecta, o los enteros que sirven para jugar. Ocho alumnos/as con categorizados con un nivel uni-estructural han respondido que para ganar deben construir la tarjeta con los “*números que más se repiten*” o “*poner en la tarjeta números no muy altos*”, “*seleccionar los números con mayor probabilidad de ganar*”.

Es más, las otras dos terceras partes del alumnado respondió superando la contextualización de la tarea y considerando los objetos matemáticos puestos en juego en ella para minimizar el riesgo. Un alumno/a se refiere al vocabulario matemático en general, mientras que el resto hace referencia a uno o varios objetos en particular. Dos alumnos se refieren a la noción de aleatoriedad. Ocho alumnos/as se refieren a la noción de frecuencia relativa, argumentando tres de ellos sobre la “*frecuencia relativa del total*” y “*la frecuencia relativa de los valores que no aparecen es cero*”. Diez alumnos/as hacen referencia a la noción de probabilidad, permitiendo identificar: (a) a un alumno distinguir entre probabilidad y probabilidad teórica; (b) a tres alumnos las propiedades de la probabilidad (“*la probabilidad de un suceso está entre 0 y 1*”); (c) a siete alumnos/as que reconocen y definen sucesos no equiprobables y la simetría de la distribución de probabilidades teóricas; y (d) a cuatro alumnos que diferencian entre la probabilidad y la frecuencia relativa. En particular, una alumna que en su distinción expresa que “*la probabilidad es otra manera de calcular la frecuencia relativa*”. Aunque dicha afirmación se podría considerar como un conflicto epistémico, los razonamientos de la alumna en relación a cómo construir la tarjeta nos hacen afirmar que está intentando establecer relaciones entre la aproximación frecuencial y teórica de la probabilidad.

### 6.2. Relación entre la dimensión afectiva, epistémica y mediacional

El alumnado responde a la pregunta (*¿para qué os ha servido el juego de ordenador (la aplicación de Geogebra)?*”), desde un punto de vista epistémico, haciendo referencia a los conceptos y procedimientos puestos en juego.

Treintinueve alumnos/as afirman que el juego les ha servido para desarrollar habilidades de cálculo mental con números enteros, dos alumnos en el uso de tablas de frecuencias relativas, un alumno el cálculo de dicha frecuencia relativa, tres alumnos el

análisis y lectura de gráficas, tres alumnos en el análisis de la probabilidad teórica, y un alumno “*en reconocer la funciones*”.

## 7. Conclusiones

El análisis de las dos preguntas anteriores, sobre la utilidad de la tarea ante el aprendizaje y la utilidad de la aplicación, han permitido clarificar las relaciones entre las dimensiones afectiva, cognitiva y epistémica, por una parte, y afectiva, epistémica y mediacional, por otra. Se puede concluir que la aplicación de Geogebra ha mediado para que la mayoría del alumnado evolucionase desde niveles de modelos mentales de razonamiento pre-estructurales a uni-estructurales, multi-estructurales o relacionales. Dicha evolución desde un punto de vista afectivo, supone no considerar exclusivamente las estrategias ganadoras del juego, sino desde un punto de vista epistémico, abstraer sus razonamientos con objeto de definir y describir las propiedades de ciertos objetos estocásticos (aleatoriedad, frecuencia relativa y probabilidad).

El análisis EOS de la idoneidad didáctica ha permitido reconocer las relaciones entre las cuatro facetas: afectiva, cognitiva, epistémica y mediacional (Godino, 2013). Además, permite concluir la necesidad de diseñar, implementar y evaluar preguntas directamente relacionadas con la dimensión afectiva que permitan que el alumnado valore el interés y utilidad de la tarea.

Desde un punto de vista metodológico, la incorporación de estas preguntas añade un protagonista más al análisis retrospectivo, tradicionalmente realizado por los investigadores y profesorado. Este protagonista es el alumnado a partir de sus intervenciones sobre el interés y utilidad que permiten inferir directamente en la idoneidad afectiva de la tarea, e indirectamente en la idoneidad cognitiva, epistémica y mediacional.

Finalmente, y en concordancia con los principios de Drijvers et al. (2013), el análisis desde diferentes perspectivas ha permitido una mayor comprensión de los procesos de aprendizaje del alumnado y de las necesidades metodológicas de la investigación sobre la idoneidad afectiva. Concluimos, que el análisis de dicha idoneidad afectiva supone, mucho más que el diseño de la tarea que fomente el interés del alumnado, sea consciente de sus necesidades, tenga en cuenta sus actitudes y emociones en su implementación. Es decir, además, consideramos que, en su diseño, implementación y evaluación, se ha de ser consciente de las relaciones entre la dimensión afectiva y las cognitiva, epistémica y mediacional. En dicha evaluación, y posteriores análisis retrospectivos de las idoneidades didácticas el alumnado adquiere a partir de la descripción de su interés y necesidades un protagonismo que debe igualarle al del profesorado y/o investigadores.

## Referencias

Azcárate, P., Cardeñoso, J. M. y Serradó, A. (2006). Randomness in textbooks: the influence of deterministic thinking. En M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. San Feliu de Guixols, Spain: ERME. Disponible en, <http://fractus.uson.mx/Papers/CERME4/Papers%20definitius/5/SerradAzcCarde.pdf>.

- Batanero, C., Chernoff, E., Engel, J., Lee, H. y Sánchez, E. (2016). *Research on Teaching and Learning Probability*. ICME-13. Topical Survey series. Springer Open.
- Borovcnik, M. (2015). Risk and Decision Making: The "Logic" of Probability. *The Mathematics Enthusiast*, 12(1, 2 y 3), article 14.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Press.
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. En A. E. Kelly, y R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research desing in mathematics and science education* (págs. 307-333). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Drijvers, P., Godino, J. D., Font, V. y Trouche, L. (2013). One episode, two lenses. A reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and onto-semiotic perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 23-49.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Gigerenzer, G. (2002). *Calculated risks: how to know when numbers decieve you*. New York: Simon y Schuster.
- Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Gueudet, G., Bosch, M., diSessa, A. A., Kwon, O. N. y Verschaffel, L. (2016). *Transitions in Mathematics Education, ICME-13. Topical Survey series*. Springer Open.
- Jones, J. L. y Tarr, J. E. (2007). An examination of the levels of cognitive demand required by probability tasks in middle grade mathematics textbooks. *Statistics Education Research Journal*, 6(2), 4-27.
- Kahneman, D. y Frederick, S. (2002). Representativeness revisited: Attribute substitution in intuitive judgement. En T. Gilovich, D. Griffin, y D. Kahneman (Eds.), *Heuristics and biases: The psychology of intuitive judgement* (págs. 49-81). New York: Cambridge University Press.
- Parra, F. J. y Ávila, R. (2015). Hacia la idoneidad didáctica en una clase de Física. *Latin-American Journal of Physics Education*, 9(S1 Jul.), S1205-1-7.
- Robles, M. G., Tellechea Armenta, E. y Font, V. (2014). Una propuesta de acercamiento alternativo al teorema fundamental del cálculo. *Educación Matemática*, 26(2), 69-109.
- Serradó, A. (2016). Enhancing Reasoning on Risk Management through a decision-making process on a game of chance task. *Paper presented at the 13th International Congress on Mathematics Education*. Hamburg, July 2016. Disponible en, [http://iase-web.org/documents/papers/icme13/ICME13\\_S13\\_Serrado.pdf](http://iase-web.org/documents/papers/icme13/ICME13_S13_Serrado.pdf).
- Serradó, A. (sometido). Stochastical Reasoning in Decision Making under uncertainty and of risk on a game of chance task.
- Serradó, A., Vanegas, Y. y Giménez Rodríguez, J. (2015). Facilitating deliberate dialogue in mathematics classroom. En U. Gellert, J. Gimenez Rodriguez, C. Hahn,

y S. Kafoussi (Eds.), *Educational Paths to Mathematics. A C.I.E.A.E.M Sourcebook* (pp. 289-303). Switzerland: Springer International Publishing.