

# Combinatória no Ensino Médio: influências do guia do Programa Nacional do Livro Didático brasileiro

## Combinatorics in High School: influences of the Brazilian National Textbook Program Guide

Cristiane de Arimatéa Rocha y Rute Elizabete de Sousa Rosa Borba

Universidade Federal de Pernambuco

### Resumo

Este artigo visa investigar as mudanças existentes no capítulo de Combinatória presente em livros didáticos do Ensino Médio a partir da publicação do Guia do Programa Nacional de Livro Didático (PNLD) de 2012. Para isso utilizamos as ferramentas teóricas do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática para apresentar as mudanças nos objetos matemáticos (situações e linguagens) relacionados a Combinatória em dois livros da mesma editora. Como resultados observa-se a diminuição do número de problemas combinatórios e a exclusão de problemas de permutação circular. Com relação a linguagem, observa-se a presença de diferentes estratégias de resolução em alguns problemas resolvidos, correção em notações, e a diminuição da estratégia fórmula, no entanto, os problemas de combinação ainda utilizam a fórmula como principal estratégia de resolução.

**Palabras clave:** combinatória, livro didático, ensino médio, enfoque ontossemiótico.

### Abstract

This paper aims to investigate changes in the Combinatorics chapter of High School textbooks, resulting from the publication of the 2012 National Textbook Program Guide (PNLD). We used the theoretical tools from the Onto-semiotic Approach to Mathematics Knowledge and Instruction in order to present the changes in mathematical objects (situations and languages) related to Combinatorics in two books from the same publisher, published prior to the guide and another published after the guide. A decrease in the number of combinatorial situations between books was observed and also the deleting of circular permutation problems. Regarding language, there is the presence of different resolution strategies in some solved problems, correction in notations and the decrease of the formula strategy; however, combination problems still use the formula as main solving strategy.

**Keywords:** combinatorics, textbook, high school, onto-semiotic approach

## 1. Introdução

No Brasil, o Programa Nacional de Livros Didáticos – PNLD, instituído a partir de 1985, iniciou a avaliação de coleções de livros didáticos. Desde sua primeira edição houve algumas mudanças, no sentido de ampliar o número de disciplinas avaliadas, o nível de escolaridade e de modalidades de ensino, sendo responsável pela disseminação de livros didáticos para as escolas públicas brasileiras. Com relação aos livros de Matemática, essa avaliação se referenda nos documentos curriculares nacionais e tenta trazer para os livros didáticos de Matemática um olhar específico para as questões conceituais e didáticas.

Pesquisas afirmam a importância atribuída por alguns professores de Matemática ao livro didático e apresentam algumas de múltiplas funções: auxiliar a prática de professores (Lopes, 2000), auxiliar na avaliação da aprendizagem do aluno (Brasil,

---

Rocha, C, e Borba, R. (2017). Combinatória no Ensino Médio: influências do guia do Programa Nacional do Livro Didático brasileiro. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html)

2014), favorecer complementos na formação docente (Lopes, 2000), interpretar as orientações curriculares (Konic, Godino e Rivas, 2010).

O livro didático de Matemática do Ensino Médio no Brasil começou a ser distribuído nas escolas públicas em 2005. No catálogo do Programa Nacional do Livro Didático para Ensino Médio - PNLEM 2009 (Brasil, 2008), explicita-se critérios utilizados para a avaliação de livros de Matemática, discutindo sobre coerência, pertinência metodológica e preceitos éticos, estabelecendo a discussão sobre as adequações conceituais apresentadas no livro. Tal avaliação é realizada nos livros de Ensino Médio a cada três anos.

No ano de 2012 o Guia do PNLD do Ensino Médio de Matemática (Brasil, 2011) expande a avaliação para garantir a inclusão de todos os campos da Matemática, a exploração de conceitos (evitando definições dúbias, a confusão entre tese e hipótese, entre outros equívocos) e sua utilização na resolução de problemas, proporcionado “o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização” (Brasil, 2011, p.17). Além disso, esse guia, diferentes dos anteriores, apresentou além das resenhas das coleções aprovadas, discussões conceituais de cada campo e orientações sobre questões didáticas referente a articulação desses campos.

Com base no exposto, esse artigo visa investigar as mudanças existentes no capítulo de Combinatória em livros didáticos do Ensino Médio a partir da publicação do Guia do Programa Nacional de Livro Didático (PNLD) de 2012. Para isso utilizamos as ferramentas teóricas do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) no intuito de apresentar as mudanças objetos matemáticos (situações e linguagens) relacionados a Combinatória em dois livros do mesmo autor, sendo um anterior e outro posterior a publicação do guia.

Este artigo encontra-se dividido em quatro seções. Na próxima seção apresenta-se uma discussão sobre Combinatória. A seguir discute-se sobre as ferramentas teóricas fundamentadas pelo Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS). Na terceira seção explicita-se o desenvolvimento da metodologia. Por fim, encontra-se a discussão dos resultados obtidos e as considerações finais do artigo.

## **2. Combinatória**

Enumerar, quantificar, contar e procurar padrões. Essas atividades são desenvolvidas pela humanidade há bastante tempo. Graham (2013) comenta que procurar padrões é um dos mais irresistíveis instintos humanos, e acrescenta que a Combinatória representa o coração e a alma dessa busca. Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996, p.23) defendem que a Combinatória possui “grande quantidade de aplicações na própria matemática” o que “implica seu papel fundamental em outras disciplinas”. Apesar do exposto, Johnson (1991, p.128) reflete que para um estudante conseguir “pensar através de um ponto de vista combinatório requer-se a exploração criativa de aspectos estruturais de um problema, na esperança de vir a reduzi-lo a um caso mais simples ou a um problema anteriormente resolvido”.

Borba, Rocha & Azevedo (2015, p.1349) apresentam e discutem as pesquisas desenvolvidas no Grupo de Estudos em Raciocínio Combinatório – GERAÇÃO da

Universidade Federal de Pernambuco e advogam sobre a construção deste tipo de raciocínio a fim de “possibilitar um modo de pensar necessário em situações cotidianas (tais como organização de equipes, de campeonatos esportivos, de cardápios etc.) e, também, aplicado a diversas áreas do conhecimento”.

Geralmente, no Brasil, não obstante aos documentos oficiais incentivarem o trabalho com Combinatória nos anos iniciais de escolarização (Brasil, 1997), e livros didáticos adotados nesse nível apresentarem problemas combinatórios de diferentes tipos (Borba, Azevedo & Bittar, 2016) o trabalho efetivo com Combinatória ocorre no 2º ano do Ensino Médio. Rocha & Borba (2012) realizaram uma entrevista com dois professores do Ensino Médio visando investigar o conhecimentos para ensinar Combinatória desses professores. Tais professores afirmam priorizar as diferenças entre os problemas combinatórios, e não apresentam estratégias diferenciadas de ensino, apesar de discutirem algumas regras/propriedades como a presença ou não de ordem/ repetição nos problemas. As autoras salientam que a resolução de problemas combinatórios incentivando a troca de experiências entre alunos e a comparação de estratégias de resolução pode ser um forte aliado do professor no ensino de Combinatória neste nível.

Nos documentos orientadores curriculares brasileiros para o Ensino Médio observam-se referências ao uso do Princípio Fundamental da Contagem (PFC) na resolução de problemas combinatórios (Brasil, 2016, 2002), como também, as articulações entre Probabilidade e Combinatória (Brasil, 2006). Há ainda propostas curriculares estaduais que enfatizam diferentes técnicas de contagem, o uso de situações de contextos realísticos e o uso de diferentes representações tais como árvores e tabelas (Pernambuco, 2013).

O Guia do PNLD do Ensino Médio de Matemática (Brasil, 2011), pela primeira vez, acrescenta sugestões para professores realizarem o ensino e aprendizagem de Combinatória, como também para os autores de livros didáticos. Tal documento reforça a introdução do PFC e sua relação com diferentes técnicas de contagem, e adverte sobre a lenta renovação da Combinatória nos livros didáticos, a abordagem estanque de problemas de arranjo, combinação e permutações e o uso memorizado e abusivo de fórmulas (Brasil, 2011). Outro aspecto discutido nesse documento diz respeito a relações entre conteúdos matemáticos, que destaca a relação entre as permutações e funções, e entre probabilidade (definição clássica) e combinatória.

O guia de livros didáticos também tem a função de apresentar resenhas das coleções avaliadas, para orientar professores na escolha de seu livro. Nesse caso, realizaram comentários sobre a Combinatória em dois guias de livros didáticos do Ensino Médio produzidos em avaliações sucessivas do PNLD 2012 (Brasil, 2011) e do PNLD 2015 (Brasil, 2014).

Na comparação observa-se que foram aprovadas cinco coleções no PNLD 2012 e seis no PNLD 2015. Constatou-se uma pequena mudança das resenhas. No Guia do PNLD 2012 a Combinatória é apresentada com excessivo uso de fórmulas em três coleções. Já no Guia do PNLD 2015 apenas duas coleções fazem esse uso.

Observa-se, ainda, nos textos das resenhas do Guia do PNLD 2012, que o Princípio Fundamental da Contagem é utilizado em todas as coleções (apesar de ser pouco utilizado em uma das coleções, e em outra, se apresentar de forma desconexa com outros conceitos de combinatória), como também, a utilização de diferentes estratégias de resolução em duas coleções (Brasil, 2011).

Com relação aos comentários das resenhas do Guia do PNLD 2015, notam-se afirmações mais positivas, a exemplo da ampliação do uso do princípio multiplicativo. Observa-se, ainda a presença de coleções com problemas contextualizados e diferentes estratégias tal como a árvore de possibilidades. Fischbein (1975) afirma que essa estratégia permite a transferência de uma técnica de resolução para outro problema semelhante, utilizando a ideia de raciocínio recursivo.

No Tabela 1 apresentamos na íntegra trechos referentes a Combinatória nas resenhas dos livros selecionados para esse estudo. Salienta-se que as coleções foram codificadas nas análises por A e A1. Verificou-se que a coleção A traz como característica a abordagem da combinatória por meio excessivo do uso de formulas, enquanto, na Coleção A1 apresenta diferentes contextos para situações combinatórias.

Tabela 1. Comparações dos trechos das Resenhas sobre Combinatória

| Extrato das resenhas do PNLD 2012                                                                                                                                          | Extrato das resenhas PNLD 2015                                                                                                                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Coleção A: Em combinatória, o princípio fundamental da contagem é pouco explorado e, na abordagem dos agrupamentos, enfatiza-se o emprego de fórmulas (BRASIL, 2011, p.56) | Coleção A1: Quanto ao estudo da análise combinatória, exploram-se adequadamente contextos variados, que favorecem a compreensão do tema (BRASIL, 2014, p.25-26). |

Tais mudanças podem favorecer o ensino e aprendizagem de Combinatória, quando reafirmam as várias confluências entre os diferentes documentos oficiais curriculares (Brasil, 2002; 2006; 2016; Pernambuco, 2008; 2013) e os guias do PNLD (Brasil, 2011, 2014), e, portanto, necessário se faz investigar como tais mudanças influenciam a caracterização do objeto matemático Combinatória em tais livros didáticos.

### 3. Marco Teórico

O Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) desenvolvido por Godino (2002, 2011) e seus colaboradores, propõe um marco teórico aplicável à avaliação de processos de ensino e aprendizagem matemática, a partir de relações entre ferramentas conceituais e metodológicas (Semiótica, Antropologia, Ecologia) articuladas com disciplinas como a Psicologia a Pedagogia (Godino, Batanero e Font, 2007).

Tal marco teórico e suas ferramentas permitem uma aproximação com diferentes intenções de pesquisa, desde a identificação de conhecimentos explicitados por alunos na resolução de um problema; análises de processos de formação de professores de matemática; proposições de processos de estudos de conteúdos matemáticos, além de categorização do objeto matemático em um texto, entre outros.

Esse artigo se debruça especificamente a última intenção de pesquisa. Para Font e Godino (2006, p.68) “os manuais escolares constituem a fonte imediata em que se acumula a experiência prática dos professores, e de certa forma, os resultados de pesquisa”. Nessa direção, os autores advogam que na formação de professores de matemática torna-se importante a prática de análise de livros didáticos. Konic, Godino e Rivas(2010, p.57) defendem que os livros didáticos “interpretam, desenvolvem e aplicam as orientações curriculares, e apresentam as experiências e investigações didáticas realizadas sobre os conteúdos matemáticos abordados”.

Dentre as pesquisas desenvolvidas por Godino e seus colaboradores, observa-se pesquisas que utilizam o EOS na análise de seções de livros didáticos para delinear aspectos relativos a caracterização de objetos matemáticos que podem ser identificadas em textos específicos. Konic, et al (2010) analisaram a unidade relativa a números decimais em um livro didático; Font e Godino (2006) analisaram a demonstração do teorema da mediatriz de um segmento; Espinosa e Roa (2013, 2014) apresentam duas pesquisas que discutem a abordagem dada a Combinatória nos livros didáticos da Educação Secundária da Espanha, entre outros.

A fim de compreender um pouco mais a caracterização de objetos matemáticos segundo Godino e seus colaboradores, tais objetos não são compreendidos como abstrações, ou mesmo como conceitos, o que amplia essa noção para algum ente (real ou imaginário) que nos reportamos e que intervém na atividade matemática.

Esses estudos utilizam para análise desses capítulos, em parte ou na totalidade, a tipologia de objetos matemáticos observáveis em textos específicos, a saber: Elementos lingüísticos, Situações problemas, Conceitos-definições, Procedimentos e Argumentos (Godino, 2002; Godino et al, 2007).

Nesse artigo se detém especificamente nas investigações realizadas por Espinoza e Roa (2013, 2014). No primeiro estudo, os autores abordam o tratamento dado a Combinatória nos livros didáticos da Educação Secundaria da Espanha, utilizando como base a teoria dos significados pessoais e institucionais proposta por Godino e Batanero (1994). Para isso, analisaram quatro livros didáticos utilizando como variáveis: a) Local do capítulo de combinatória no livro; b) Conteúdos inclusos, notações empregadas e ordem de apresentação; c) Abordagem dada às definições; d) Modelo combinatório considerado e o enunciado do conceito combinatório; e) Utilização de Recursos didáticos; f) Presença de considerações históricas; g) Exemplos e exercícios resolvidos e propostos sobre os conteúdos relativos à Combinatória.

Como resultados os autores observaram notações similares para os problemas combinatórios básicos; verificaram que estes utilizam como recurso a calculadora apenas para simplificar cálculos; no que se refere a organização e distribuição de exercícios de Combinatória afirmaram que os livros apresentam um exemplo introdutório, seguidos da definição e de vários exercícios.

Espinoza e Roa (2014), em outro estudo, visaram à caracterização do significado institucional do objeto matemático Combinatória em livros didáticos. Nessa pesquisa, os autores apresentaram a abordagem teórica apresentada nos livros para esse conteúdo, e ainda categorizaram as tarefas propostas em um desses livros.

Como resultado, os autores afirmam que a Combinatória encontra-se separado dos capítulos de Probabilidade e Estatística, não apresentando atividades no capítulo de Probabilidade que façam referências a Combinatória. Na análise realizada no livro, os autores constataram que os problemas combinatórios estão divididos pelo conteúdo combinatório que os estudantes devem utilizar na sua resolução. Tal explicitação do conteúdo limita a identificação do tipo de problema pelo aluno.

#### **4. Metodologia**

Foram analisados os capítulos referente a Combinatória em duas coleções de Livro didático brasileiras de uma mesma editora aprovadas no PNLD 2012 e PNLD 2015,

categorizadas neste texto por Livro A e Livro A1, respectivamente. O critério de seleção definiu-se pelas mesmas serem utilizadas pelo professor participante de outro estudo.

A partir das pesquisas de Espinoza e Roa (2013, 2014), Batanero et al (1996) e nas discussões sobre tipo de problemas combinatórios apresentadas por Borba, Pessoa, Barreto e Lima (2011), foram sistematizadas variáveis para a análise dos capítulos com relação a situações problemas e elementos lingüísticos, descritas a seguir:

- *Situações Problemas:* **S1:** Interpretar e empregar adequadamente a combinatória em exercícios; **S2:** Enumerar as possibilidades de um problema combinatório; **S3:** Identificar o tipo de problema combinatório a partir do enunciado, quantificando o número de possibilidades (Adaptada de Batanero et al, 1996); **S4:** Elaborar problemas combinatórios.
- *Tipos de Problemas Combinatórios:* **P1:** Produto cartesiano; **P2:** Combinação; **P3:** Arranjo; **P4:** Permutação; **P5:** Arranjo com Repetição; **P6:** Permutação com elementos repetidos; **P7:** Permutação Circular.
- *Estratégias de Resolução evidenciadas nos livros:* **E1:** Princípio Fundamental da Contagem (PFC); **E2:** Fórmula de operações combinatórias (Fórmula); **E3:** Tabela de dupla entrada; **E4:** Árvore de possibilidades; **E5:** Enumeração; **E6:** Esquemas. **E7:** Diagramas.
- *Diferenças de notações combinatórias evidenciadas nas coleções. Fórmulas de Arranjo e Combinação*

Para analisar os tipos de problemas/operações combinatórias utilizou-se a classificação proposta por Borba et al (2011) para problemas combinatórios simples (produto cartesiano, arranjo, combinação e permutação) e adotou-se a nomenclatura presente nas subseções do livro didático (arranjo com repetição, permutação com elementos repetidos e permutação circular). Na figura 1 foram reproduzidos exemplos do Livro A1 e classificados a partir da categoria de Borba et al (2011).



Figura 1. Exemplos de tipos de problemas combinatórios segundo a classificação de Borba et al (2011)

Para sistematização dos resultados foram confeccionadas tabelas comparativas que serão analisadas na próxima seção.

## 5. Análise e discussão dos resultados

Nos capítulos de Combinatória analisados foram identificadas algumas semelhanças, como por exemplo, a situação-problema introdutória que utilizava a discussão sobre a necessidade de ampliação dos emplacements de veículos no Brasil, alguns problemas, e textos introdutórios em quase todas as seções, excetuando a seção de Permutação Circular, a seção de problemas de vestibulares e do Enem que foram retiradas do livro

A1. Observou-se certa diminuição no número de situações problemas do tipo S1, e acréscimo de uma situação do tipo S4, referenciados na Tabela 2.

Tabela 2. Número de situações problemas de combinatória identificadas

| <b>Tipos de situações</b>                                                                                              | <b>Livro A</b> | <b>Livro A1</b> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|-----------------|
| <b>S1:</b> Interpretar e empregar adequadamente a combinatória em exercícios                                           | 41(18,1%)      | 22 (13,8%)      |
| <b>S2:</b> Enumerar as possibilidades de um problema combinatório;                                                     | 5(2,2%)        | 6(3,8%)         |
| <b>S3:</b> Identificar o tipo de problema combinatório a partir do enunciado, quantificando o numero de possibilidades | 181(79,7%)     | 130(81,8%)      |
| <b>S4:</b> Elaborar problemas combinatórios.                                                                           | -              | 1(0,6%)         |
| Total                                                                                                                  | 227            | 159             |

Consideraram-se exemplos da situação problema(S1) todos aqueles que explicitavam a operação combinatória a ser calculada, representadas por meio de equações ou expressões numéricas. Os problemas de enumeração foram focalizados nas situações (S2) que possibilitam o trabalho com diferentes representações tais como árvores de possibilidades ou tabelas, apesar do número bastante reduzido.

As situações (S3), sem dúvida, as mais frequentes, por vezes configuravam em seções específicas intituladas *arranjo*, *combinação*, *permutação* explicitando, assim o tipo de operação combinatória, que corrobora o resultado de Espinoza e Roa(2014). No entanto, nos livros analisados verificaram-se subseções, nas quais os problemas combinatórios são dispostos sem nenhuma indicação, o que penso oportunizar aos alunos atividades de reconhecimento da operação combinatória e a construção de estratégias próprias de resolução de problemas.

No livro A1 observou-se a inserção de um novo tipo de Situação (S4) na qual exige do aluno a elaboração de problemas combinatórios. Cunha (2015) relata que professores ao exercerem tal situação, estes construíram problemas combinatórios prototípicos, expondo dificuldades na diferenciação e contextualização desses problemas. Esse fato pode ser reflexo das poucas oportunidades de professores na criação e elaboração de problemas combinatórios. Alguns documentos curriculares brasileiros orientam e incentivam, não só a resolução, mas a elaboração de problemas (Brasil, 2016; Pernambuco, 2012). Com relação a Combinatória, esse tipo de situação pode possibilitar aos alunos o reconhecimento de propriedades combinatórias, o desenvolvimento da criatividade, e a aproximação de situações reais, contextualizadas e motivadoras de novas aprendizagens.

Para contabilizar os tipos de problemas combinatórios foram considerados cada ítem dos problemas propostos, problemas resolvidos e problemas ilustrativos (utilizados como exemplo no início de cada subseção). Alguns exercícios que tratavam de fatorial, resolução de equações e Binômio de Newton foram excluídos dessa contagem (Ver Tabela 2).

Observa-se que há uma diminuição de 51(28,2%) do número total de situações combinatórias entre as duas coleções. O livro A1 retirou a seção de Permutação Circular, mas ainda encontrou-se um problema desse tipo, o que não deveria acontecer.

Identifica-se que os problemas mais frequentes nos capítulos analisados são os de Permutação e Combinação. Ressalta-se pouca incidência dos modelos combinatórios de distribuição e partição, discutidos por Batanero et al (1996), e a ênfase no modelo de seleção, porém em nenhum dos capítulos analisados verificou-se problemas de combinação com repetição.

Tabela 3. Número de tipos de problemas combinatórios encontrados nos livros

| Tipos de Problemas Combinatórios   | Livro A (2012) | Livro A1 (2015) |
|------------------------------------|----------------|-----------------|
| Produto cartesiano                 | 9(4,97%)       | 6 (4,6%)        |
| Combinação                         | 44(24,31%)     | 28 (21,5%)      |
| Arranjo                            | 34(18,78%)     | 26(20%)         |
| Permutação                         | 44(24,31%)     | 36(27,7%)       |
| Arranjo com Repetição              | 23(12,71%)     | 21(16,2%)       |
| Permutação com elementos repetidos | 15(8,29%)      | 12(9,2%)        |
| Permutação Circular                | 12(6,63%)      | 1(0,8%)         |
| Total                              | 181            | 130             |

Na análise de *elementos linguísticos* fez-se uma leitura nos capítulos e manuais do professor, posto que nestes, constam as resoluções comentadas das situações combinatórias. Nessa leitura verificou-se textos similares, o que direcionou a observação para as diferenças sutis entre os dois textos. Constatou-se que em algumas situações, os problemas combinatórios foram resolvidos de diferentes maneiras. Cada resolução foi considerada como um tipo de representação diferente, os problemas que não apresentaram a resolução foram excluídos.

Ao todo foram contabilizadas 187 estratégias no Livro A, das quais 111(59,3%) diz respeito ao uso de fórmulas e 65(34,8%) utiliza o Princípio Fundamental da Contagem. Já no Livro A1 das 144 estratégias identificadas, 77(53,5%) utilizavam fórmulas e 60(41,7%) faz relação ao uso do Princípio Fundamental da Contagem. Nota-se diminuição na ênfase das fórmulas do livro A1. Salienta-se que os tipos de problemas combinatórios de Permutação Circular, Permutação de elementos repetidos e Combinação evidenciaram o uso de fórmulas como estratégia principal, o que se constata que nesse caso existe semelhança entre os Livros A e A1. As demais estratégias não passam de 6% dos casos observados.

Mesmo assim, nos exercícios resolvidos do Livro A1, verificaram-se comparações entre as representações de fórmula e do PFC, o que possibilita ao aluno a compreensão de diferentes possibilidades de resolução do problema, e da utilização das fórmulas combinatórias. Em relação as notações de fórmulas de *arranjo* e *combinação*, houveram adequações como a inclusão dos conjuntos e intervalos relativos a  $n$  e  $p$ . As demais notações combinatórias são análogas, portanto, não há variações nos textos matemáticos.

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}, \text{ com } n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{N} \text{ e } 0 < p \leq n.$$

Figura 2. Notação para a fórmula de arranjo do livro A1



## 6. Considerações

Esse estudo possibilitou a análise da influência da avaliação de livros didáticos brasileiros na apresentação do objeto matemático Combinatória. Verificou-se a incidência de situações problemas desafiadoras, a redução do número de problemas combinatórios repetitivos, a apresentação de diferentes representações para o mesmo problema, a alteração em notações matemáticas para a produção de um texto mais preciso, como também, a presença de situações combinatórias sem antecedentes teóricos, o uso de fórmulas em detrimento a outras representações e subseções que explicitam e induzem o pré-reconhecimento das operações combinatórias. Outros estudos focalizando os demais elementos linguísticos, os conceitos-definições, Procedimentos e Argumentos com relação ao EOS e a Combinatória estão em desenvolvimento.

## Referencias

- Batanero, C., Godino, J. D. e Navarro-Pelayo, V. (1996). *Razonamiento combinatorio*. Madrid: Síntesis.
- Brasil (1997) Secretaria de Educação Básica. *Parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: MEC.
- Brasil (2002) Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros curriculares nacionais+ (PCN+) Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC.
- Brasil (2006) Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica. *Orientações curriculares para o ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*, Vol 2, Brasília: SEF/MEC.
- Brasil (2014) FNDE, SEB. *Guia de livros didáticos PNL D 2015 para o ensino médio: matemática*. Brasília: MEC.
- Brasil (2011) Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. *Guia de livros didáticos: PNL D 2012 – matemática*. Brasília: MEC.
- Brasil (2016) Ministério da Educação. Base nacional comum curricular. BNCC. Proposta Preliminar. Segunda Versão Revista. Brasília: MEC.
- Borba, R., Rocha, C. e Azevedo, J. (2015). Estudos em raciocínio combinatório: investigações e práticas de ensino na Educação Básica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29(53), 1348-1368.
- Borba, R., Azevedo, J. e Bittar, M. (2016) Representações semióticas e situações combinatórias em livros didáticos dos anos iniciais. *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática*. São Paulo, Brasil.
- Borba, R, Pessoa, C, Barreto, F. e Lima, R. (2011). Children's, young people's and adults' combinatorial reasoning. Em Ubuz, B. (Ed.). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 169-176). Ankara, Turkey: PME.
- Cunha, M.J. (2015). *Elaboração de problemas combinatórios por professores de matemática do ensino médio*. Dissertação. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.
- Espinoza, J. e Roa, R. (2013). Desarrollo teórico del tema de combinatoria presente en algunos libros de texto de matemática de educación secundaria en España. Em J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. Gea e P, Arteaga. (Eds.) *Actas de las Jornadas Virtuales em Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp.181-188). Granada, Espanha: Departamento de Didáctica de la Matemática.

- Espinoza, J. e Roa, R. (2014). La combinatoria en libros de texto de matemática de educación secundaria en España. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII*, 277-286. Salamanca: SEIEM.
- Fischbein, E. (1975) *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Font, V. e Godino, J. D. (2006) La noción de configuración epistêmica como herramienta de análisis de texto matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8(1), 67-98.
- Godino, J. D. (2002) Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches em Didactiques des Mathematiques*. 22(2/3) 237-284.
- Godino, J. D. (2011) Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Anais XIII CIAEM – IACME*, Recife.
- Godino, J. D. e Batanero, C. (1994) Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C. e Font, V. (2007) The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*. 39 (1-2), 127-135.
- Grahan, R. (2013). Foreword. Em R. Wilson e J. J. Watkins. *Combinatorics: ancient e modern*. United Kingdom: Oxford University Press.
- Johnson, J. (1991) Using dominoes to introduce combinatorial reasoning. Em M.J Kenney, e C. R. Hirsch (Eds.), *Discrete Mathematics across the curriculum k-12*. (pp. 128-136). Reston, VA: National Council of teachers of Mathematics,
- Konic, P. M., Godino, J.D. e Rivas, M.A. (2010) Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto. *Números 74*, 57-74.
- Lopes, J.A. (2000). Livro didático de matemática: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em educação matemática. *Tese*. Universidade Estadual de Campinas.
- Pernambuco. (2013) Secretaria da Educação. *Parâmetros na sala de aula matemática para o ensino fundamental e médio*. Recife: SE.
- Rocha, C. e Borba, R. (2012) Expectativas e perspectivas docentes sobre o ensino e aprendizagem de combinatoria no Ensino Médio. *Anais do III Sipemat*. Fortaleza, CE, Brasil, 3.