

Conocimiento didáctico-matemático del profesor de bachillerato sobre las ecuaciones lineales. Un estudio de casos

Didactical-Mathematical Knowledge of high school teachers on linear equations. A case study

Guadalupe Morales Ramírez, Agustín Grijalva Monteverde, María Antonieta Rodríguez Ibarra

Universidad de Sonora

Resumen

En este reporte de investigación se describen los conocimientos didáctico – matemáticos de dos profesores de Bachillerato sobre el tema de ecuaciones lineales. Se aplican herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico, en particular, las categorías de conocimientos del profesor de matemáticas (facetas epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica). Los datos se han obtenido mediante un guión de entrevista y un protocolo de observación de las clases impartidas por los profesores. Se concluye que el conocimiento didáctico-matemático de ambos profesores es limitado por el énfasis puesto en los procesos algorítmicos, con prácticas docentes centradas en lo procedimental, poco uso de representaciones matemáticas, de recursos mediacionales, de los aspectos afectivos y la relación del tema con la vida cotidiana y otras asignaturas.

Palabras clave: Profesores, Conocimiento Didáctico Matemático.

Abstract

This research report describes the mathematical and didactical knowledge of two high school teachers on the subject of linear equations. The theoretical tools of the Onto-semiotic Approach are applied, in particular, the categories of knowledge of the mathematics teacher (epistemic, cognitive, affective, interactional, mediational and ecological facets). The data were obtained through an interview script and a protocol of observation of the classes given by the teachers. It is concluded that the mathematical and didactical knowledge of both teachers is limited by the emphasis placed on algorithmic processes, with teaching practices focused on the procedural, little use of mathematical representations, mediational resources, affective aspects and the relation of the subject with everyday life and other subjects.

Keywords: Teachers, Mathematical and Didactical Knowledge.

1. Introducción

Una problemática de interés en la investigación en Matemática Educativa es la formación de profesores, pues el papel de los profesores es de gran importancia para que los alumnos desarrollen competencias (integración de conocimientos, habilidades y actitudes) y en gran medida depende de las prácticas docentes.

Sosa y Ribeiro (2014) señalan que “el profesor es un elemento clave en la enseñanza y en el aprendizaje de la matemática y por ende es fundamental conocer, comprender y caracterizar el conocimiento del profesor” (p. 4). En nuestra concepción, es necesario mencionar que la caracterización del profesor debe ser tanto en el terreno de su conocimiento matemático como de los aspectos ligados con su didáctica, pues es la

Morales, G., Grijalva, A. y Rodríguez, M. A. (2017). Conocimiento didáctico- matemático del profesor de bachillerato sobre las ecuaciones lineales. Un estudio de casos. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

conjunción de estos dos elementos lo que puede facilitar o dificultar el aprendizaje de las matemáticas a sus alumnos.

La problemática de la enseñanza de las matemáticas se presenta en los diferentes niveles educativos y, aunque aquí nos referimos al bachillerato, al referirse al nivel superior, Moreno, M. y Azcárate, C. (2003) señalan “El hecho de que la realidad de las aulas de matemáticas en la mayoría de las universidades se incline por una enseñanza de carácter normativo, en la que el profesor considera que el estudiante aprende por imitación, que es asimismo un receptor pasivo del discurso del docente, y que en ningún momento el propio profesor pueda ni siquiera plantearse que en una misma clase puede haber estudiantes con diferentes estilos de aprendizaje, susceptibles de ser motivados si la enseñanza se orientara a sus cualidades específicas de aprendizaje, nos obliga a pensar en la necesidad de que el profesor de matemáticas universitario cambie su papel y reflexione, tanto en el ámbito personal como en el departamental e institucional, acerca de la problemática actual de la docencia universitaria.”

En este contexto, es importante que los profesores reflexionen acerca de sus prácticas profesionales y sean conscientes que no es suficiente poseer dominio de la disciplina que enseña, sino también es necesario poseer estrategias didácticas para su implementación. Godino (2009, p.2) resalta que: “el conocimiento disciplinar no es suficiente para asegurar competencia profesional, siendo necesarios otros conocimientos de índole psicológica (cómo aprenden los estudiantes, conocer los afectos, dificultades y errores característicos). Los profesores deberían ser capaces también de organizar la enseñanza, diseñar tareas de aprendizaje, usar los recursos adecuados, y comprender los factores que condicionan la enseñanza y el aprendizaje”.

Con el propósito de tener elementos sobre las características de los profesores de matemáticas del bachillerato y estar en condiciones de diseñar programas de intervención educativa, nos planteamos esta investigación, cuyo objetivo general es:

Analizar el conocimiento didáctico-matemático del profesor con relación a las ecuaciones lineales, para lograr una caracterización de los mismos.

Este trabajo utiliza como base las herramientas del “enfoque ontosemiótico” (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font 2007), tanto para el diseño de instrumentos de recolección de datos, como para el análisis de los mismos.

2. Problema, marco teórico y metodología

El objetivo general de este trabajo es describir los conocimientos didáctico-matemáticos de dos profesores de Bachillerato sobre el contenido específico de las ecuaciones lineales. Para tal descripción se tomó en cuenta la necesidad de fundamentar teóricamente la investigación realizada, pues como señalan Aravena, M., Kimelman, E., Micheli, B., Torrealba, R., y Zúñiga, J. (2006): “... si se entiende la investigación como un proceso, también sería necesario acotar que se trata de un proceso intelectual, en tanto proceso de conocimiento científico. Esto implica que no es posible limitarlo a un simple proceso de reunión de información (o lo que es peor: de recolección de información), que luego se ordena y se califica con algunas etiquetas, que gozan de una cierta legalidad científica. Por el contrario, supone apropiarse de elementos teóricos con los cuales se observa un fragmento del fenómeno, el cual adquiere mayor complejidad”.

Aquí se utiliza el modelo teórico propuesto por Godino (2009) y desarrollado en Pino-Fan y Godino (2015) sobre categorías de conocimientos del profesor de matemáticas, el cual está basado en el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS). Teniendo en cuenta el mencionado marco teórico el objetivo general se desglosa en los siguientes objetivos específicos:

1. Describir los conocimientos matemáticos relativos al contexto institucional del bachillerato y la distribución de tiempo que se destina a los diversos componentes del contenido, identificando problemas, lenguajes, procedimientos, definiciones, propiedades y argumentos.
2. Observar y describir las acciones por parte del profesor con relación a los estudiantes, con la intención de valorar las acciones realizadas con respecto a la construcción de significados de sus estudiantes y la progresión de sus aprendizajes.
3. Identificar y describir acciones del profesor ante las actitudes, emociones, creencias y valores de los alumnos con relación a los objetos matemáticos e identificando acciones y normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio.
4. Describir los recursos mediacionales utilizados en el proceso de estudio, así como la asignación del tiempo a las distintas acciones y procesos por parte del profesor.
5. Conocer los patrones de interacción entre el profesor y los estudiantes para la negociación de significados durante las prácticas matemáticas propuestas.
6. Describir las relaciones con el entorno político, social, económico que condicionan y soportan el proceso de estudio.

Una forma de hacer el estudio es observar y analizar las prácticas matemáticas y didácticas del profesor de matemáticas, es decir, las acciones que lleve a cabo durante el desarrollo de la temática de ecuaciones lineales, pues a partir de sus prácticas desarrolladas en el aula de clase se hará una valoración pertinente sobre los conocimientos que pone en juego.

Para lograr los objetivos formulados elaboramos los instrumentos para recolectar información, que específicamente fueron dos: un guion de entrevista tipo semiestructurada y un protocolo de observación en aula. El propósito de la entrevista consistió en recabar información sobre la práctica discursiva del profesor del Colegio de Bachilleres del estado de Sonora. El tema se centró en la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones lineales, así como identificar algunas creencias y concepciones del profesor que nos permitieran contrastar con lo observable en el aula de clases. Se seleccionó este tipo de entrevista pues resulta ser flexible, abierta y permite adecuar las preguntas que se consideren necesarias en función de las respuestas recibidas.

Por otra parte, se realizó observación no participante en el aula de clases de dos profesores, para lo cual se diseñó un protocolo de observación con el fin de obtener datos acerca de las prácticas operativas de los profesores cuando trabajan con el tema de las ecuaciones lineales. La primera parte del protocolo, enfocada a la identificación de los objetos primarios situaciones-problema, lenguajes, conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos que aparecen durante el proceso de estudio del cual se pretende hacer un análisis de esa información.

Como una segunda parte se identifican acciones que ponen en juego los profesores en el aula de clases, cada una de éstas se relaciona con los elementos que componen las

facetas del modelo del conocimiento didáctico matemático del profesor: epistémica, cognitiva, mediacional, interaccional, afectiva y ecológica, así como la interacción de las mismas. Se identificarán el tipo de situaciones que plantean, las estrategias que promueven en los alumnos, el tipo de representaciones sobre los objetos matemáticos (verbal, gráfico, tabular, algebraico...), la participación que promueven en el aula de clases, entre otras cosas, que ayudarán a dar una caracterización sobre sus conocimientos.

En las entrevistas se utilizaron herramientas auxiliares como grabadora de voz y en las sesiones de clase se empleó videocámara fotográfica para registrar lo escrito en el pizarrón y las acciones realizadas por parte del profesor, así como la interacción con sus alumnos.

Los sujetos de estudios fueron dos profesores del Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora de dos planteles ubicados en la ciudad de Hermosillo. Un requisito fue que el profesor debería impartir la asignatura de Matemáticas 1 de dicho subsistema, ya que en esta materia se ubica el tema de interés en esta investigación.

3. Resultados

A partir de la información recabada, se procedió a realizar un análisis exhaustivo con relación a los cuatro niveles de análisis que declara el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático del profesor. Se realiza análisis de las prácticas matemáticas y didácticas, configuraciones epistémicas de las clases observadas para cada uno de nuestro caso de estudio, normas y metanormas e idoneidad didáctica. Posteriormente, con base en los datos obtenidos a partir de la entrevista y observaciones de clases, describimos con detalle las características principales de las prácticas matemáticas y didácticas de cada profesor, tomando como eje de análisis las seis facetas del modelo del conocimiento didáctico-matemático del profesor. Es importante resaltar que se pudo contrastar y complementar la información de acuerdo a la entrevista y las observaciones de clase por parte de cada profesor.

3.1. Rasgos característicos del CDM del profesor A

Dadas las limitaciones de espacio, mostramos algunos de los resultados para el caso del profesor A.

De acuerdo con la información mostrada pudimos contrastar la información de acuerdo a la entrevista y las observaciones, así como resaltar los siguientes puntos generales de la faceta epistémica. Para ello nos basamos en los estudios mostrados de cada uno de los niveles del CDM y los significados institucionales de referencia.

Las prácticas matemáticas del profesor se centran fundamentalmente en los aspectos procedimentales del tema, atendiendo al uso del lenguaje propio del álgebra y el establecimiento de reglas de validez para cada acción que se realiza en la resolución de ecuaciones. Sin embargo, existen también muestras de interés en establecer relaciones entre situaciones extramatemáticas en el caso de la función lineal.

La aplicación de los criterios de idoneidad al proceso de estudio implementado y observado, podemos indicar que el profesor no presenta una muestra representativa de situaciones problema extramatemáticas sobre el tema de las ecuaciones lineales, pero procura hacerlo en la variedad de tipos de ecuaciones lineales, representadas en los

pasos algorítmicos que revisa, incluyendo paréntesis, fracciones y otros. El profesor más que negociar significados pretende que los estudiantes asuman aquéllos que él presenta.

En lo que respecta a la trayectoria epistémica, se puede observar que, en el caso de las funciones lineales y el inicio de las ecuaciones lineales, las configuraciones didácticas implementadas son de carácter conceptual, con elementos situacionales y lingüísticos, pero la mayor parte de las configuraciones son procedimentales y centradas en el manejo algorítmico-algebraico.

Esta situación se observa también en la revisión de los aspectos normativos, en los cuales podemos observar que el énfasis del trabajo está puesto en su presentación y la expectativa de que los estudiantes asuman los procedimientos algorítmicos como válidos, con poca discusión del uso de diferentes representaciones matemáticas y de análisis de interpretación de situaciones. De hecho lo único que hace, en un determinado momento es señalar que pueden verificar la solución de una ecuación “sustituyendo la solución en la incógnita para verificar la igualdad”.

Con relación a la faceta cognitiva y afectiva podemos destacar lo siguiente:

De acuerdo a las prácticas realizada por el profesor, tanto discursivas como operativas, parte de asumir que los estudiantes tienen una serie de deficiencias y procura involucrarlos en la discusión de las situaciones planteadas, siempre bajo su conducción y exposición, planteando primero una situación con material manipulable para el caso del estudio de las funciones lineales y organizándolos en equipos. Promueve tanto la discusión en equipo como grupal. Es de notarse, sin embargo, que presta atención fundamentalmente a los alumnos más participativos y deja de lado a aquéllos más apáticos.

Por otro lado, atendiendo a la trayectoria epistémica seguida por el profesor con el tema, al centrarse sólo en los aspectos de carácter algorítmico-algebraico, limita las posibilidades de plantear situaciones que promuevan un significado más acorde a las expectativas institucionales (significado institucional de referencia) y que los estudiantes asuman como propias las situaciones planteadas, comprometiéndose con la búsqueda de soluciones y logrando una mejor actitud hacia el estudio de las funciones lineales y ecuaciones lineales.

En cuanto a la idoneidad cognitiva del proceso implementado se observa que las situaciones planteadas están en la zona de desarrollo próximo de los estudiantes. No obstante, en los puntos conflictivos que se consideran en el significado institucional de referencia, como las argumentaciones para justificar los algoritmos de resolución de ecuaciones lineales, el profesor presenta las propiedades de las igualdades y, acepta que los estudiantes las obvien u omitan y sólo apliquen mecánicamente acciones como “pasar sumando si está restando” y otras similares. Similarmente, al inicio propone situaciones que ayuden a que el estudiante se comprometa en la búsqueda de soluciones a los problemas, pero la dinámica posterior se limita a proponer que resuelvan ecuaciones lineales sin hacer mayores esfuerzos por lograr que los alumnos hagan suyas las situaciones. Esto se traduce finalmente en que los alumnos sólo realizan las acciones que el profesor les plantea puntualmente e incluso manifiestan enfado por realizar algunas de esas acciones, como copiar en el cuaderno lo escrito en el pizarrón.

Si se atienden a las normas cognitivas y afectivas, la dinámica general consiste en que los estudiantes sigan paso a paso las instrucciones del profesor, con claros intentos para involucrarlos por sí mismos en la solución de los problemas, como en las discusiones por equipo con manipulables y la última sesión con la actividad lúdica de resolución de

ecuaciones. Pero en general, y en lo que él subraya como más importante, los alumnos deben seguir paso a paso sus instrucciones para resolver ecuaciones lineales, aceptando que no usen las propiedades de las igualdades explícitamente, abandonando un aspecto señalado por él mismo como trascendente y relacionado con una vertiente de argumentación en la resolución de ecuaciones.

Las facetas interaccional y mediacional se refieren al tipo de interacción que existe entre profesor- alumno y alumno- alumno y los medios o recursos utilizados con la intención de provocar interacciones en el proceso de instrucción. En estas facetas podemos destacar que lo siguiente:

El profesor impulsa momentos de trabajo individual, en equipo y discusiones grupales, promoviendo la participación de los estudiantes. Una limitación a este hecho es que con frecuencia las discusiones sólo se realizan en términos de los planteamientos del profesor, y en casos conflictivos no se ocupa suficientemente por la progresión de los aprendizajes. Se limita a que los alumnos logren un mínimo de conocimientos alejado del significado institucional de referencia, descuidando los aspectos referentes a las habilidades y actitudes que los estudiantes deben desarrollar.

Un aspecto muy positivo del discurso del profesor es el señalamiento de que la solución de problemas es la única forma en la cual los alumnos aprenden, pero en su práctica operatoria se observa que con frecuencia la solución de problemas se restringe al seguimiento de procedimientos algorítmico-algebraicos para obtener la solución de ecuaciones lineales.

En lo que respecta a la trayectoria y configuraciones epistémicas, se observa que la falta de recursos mediacionales para el trabajo de los alumnos, dentro y fuera del salón de clases, no incentiva la discusión entre ellos ni se explotan suficientemente las posibilidades que ofrecen los recursos digitales para la discusión de representaciones matemáticas diversas. El único uso que se hace de estos recursos es la proyección, como pizarrón electrónico, de los puntos presentados por el profesor. Asimismo, los tiempos destinados al tema son mayoritariamente los de uso de reglas para solución de ecuaciones.

En cuanto a las idoneidades interaccional y mediacional el profesor da muestras de un conocimiento didáctico matemático con puntos favorables, como promover la participación de los estudiantes en discusiones por equipo y grupales, pero con énfasis en las funciones lineales y poca discusión y búsqueda de consensos en el caso de las ecuaciones lineales. En este caso, la participación colectiva consiste en promover que los alumnos asuman las reglas que el profesor ha expuesto y sigan los pasos mecanizados para la solución de las mismas.

El uso de recursos mediacionales se observa con fuerza en el caso de los manipulables para el estudio de las funciones lineales y de la proyección del equilibrio de la balanza con el cañón de video, para ilustrar las propiedades de la igualdad y con ello la justificación de los pasos a seguir en la solución de ecuaciones.

En lo que se refiere a las normas, la dinámica seguida es siempre la que el profesor señala, indicando si una situación debe realizarse individualmente, en equipo o en discusión grupal. A pesar de promover la participación colectiva, se sigue el patrón de que el profesor es quien expone las ideas centrales y presenta las formas de proceder, dejando a los estudiantes el papel de receptores de la información presentada. La concepción del profesor es tal en ese sentido que no promueve el trabajo extraclase con

el uso de recursos digitales, ni software matemático ni búsquedas en internet. En el salón de clases permite el uso de calculadoras, pero su uso no es dirigido por él ni se promueve mayormente su uso. Por otro lado, prohíbe el uso de celulares, para lograr una mayor concentración y atención de sus alumnos.

En cuanto a la faceta ecológica se resaltan los siguientes aspectos:

Las prácticas centrales del profesor son procedimentales y la única alusión a la importancia del tema es de carácter genérico, señalando que el tema es importante para estudios de matemáticas posteriores.

En la trayectoria epistémica se observa, nuevamente, que para el caso de las funciones lineales existe una preocupación por presentar situaciones de carácter extramatemático pero no así en el caso de las ecuaciones lineales. Similarmente no se encuentra ninguna relación explícita entre los aspectos promovidos y el resto de las asignaturas del bachillerato, ni de los cursos de matemáticas ni de otro tipo de cursos.

En cuanto a la idoneidad ecológica la situación es similar pues el tema de las ecuaciones lineales se plantea desligado de otros cursos y saberes, sin promoción para el desarrollo de habilidades y actitudes para enfrentar problemas matemáticos o de otra índole, sin relación con problemáticas sociales o naturales.

En el aspecto normativo, las únicas formas de relación que encontramos son las referentes a los aspectos más generales, como la puntualidad, el uso del uniforme y otros similares, pero ninguna discusión significativa sobre el papel de las funciones lineales y de las ecuaciones lineales en la vida cotidiana y otras asignaturas, de las posibilidades que ofrece la sistematización en el uso de recursos para resolver las situaciones presentadas.

3.2. Síntesis de conocimientos de los dos profesores observados

A continuación, se detallan las reflexiones elaboradas para cada una de las facetas del CDM relacionadas con cada uno de los objetivos específicos.

Con relación al primer objetivo específico, referente a las cuestiones epistémicas se identificaron en la entrevista pocos aspectos al respecto, pues con relación a la misma hizo falta considerar elementos que profundizaran sobre ésta. Por tanto, la caracterización que se hace aquí se relaciona fundamentalmente con lo observado durante las sesiones de clases.

Para ubicar los conocimientos matemáticos relativos al contexto institucional, se realizó un análisis del significado institucional de referencia, que fue el programa de estudios propuesto por la Dirección General de Bachillerato (DGB/SEP, 2010) y el libro de texto de Matemáticas 1 (2014). Aunque las trayectorias epistémicas de ambos profesores son diferentes, concluimos que ambos desarrollan prácticas tradicionalistas, es decir, parten de la definición y propiedades formales de acuerdo a la estructura matemática para después desarrollar ejercicios con reproducción de algoritmos, sin mayor integración de los diferentes tipos de lenguajes, argumentaciones y situaciones interdisciplinarias.

Las trayectorias epistémicas de ambos profesores ubican sólo dos tipos de objetos matemáticos: los conceptos y los algoritmos, poniendo énfasis en que los alumnos aprendan a aplicar los algoritmos en ecuaciones ya establecidas, sin mayor relación con situaciones de la vida cotidiana o de otras disciplinas de estudio del bachillerato.

Por otra parte, la faceta epistémica, de acuerdo al modelo CDM se centra en tres tipos de conocimientos, refiriéndose al común en donde solo se centran en resolver tareas

sencillas como, por ejemplo: la reproducción de procedimientos de problemas o situaciones particulares, en el especializado se enfoca en la integración y configuración de objetos primarios es decir; (situaciones, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos), mientras que el ampliado se relaciona con la conexión de posibles generalizaciones de la tarea y conexiones con otros temas más avanzados.

Por lo anterior, podemos decir que para nuestros casos sólo cumplen con el conocimiento común, mientras que en el conocimiento especializado y ampliado se muestran muchas limitaciones.

En el mejor de los casos los profesores dan indicios de que tienen mayores elementos de los mostrados, pero su práctica docente se restringe a los aspectos del conocimiento común, centrados en el manejo de los procesos algorítmico-algebraicos propios del nivel educativo en que desempeñan su labor.

Con referencia al segundo objetivo, referida a los conocimientos personales de los estudiantes y la progresión de sus aprendizajes, se observó que los profesores no consideran los conocimientos previos de los alumnos, aunque ambos señalaron en la entrevista que existen deficiencias (consideración hecha a priori) y, por tanto, no muestran evidencias de que las situaciones planteadas se encuentren en la zona de desarrollo próximo de los alumnos.

Cabe mencionar que durante la observación ambos profesores cuestionaban a sus estudiantes como una técnica de evaluación de sus aprendizajes, sin hacer mayor exploración de las respuestas y argumentaciones de los estudiantes, más como un recurso retórico que como evaluación para tomar decisiones e impulsarlos a mejorar sus aprendizajes.

En el caso del tercer objetivo, ligado a la faceta afectiva, aunque ambos profesores son conscientes de que el aprendizaje de las matemáticas debe ser a través de la resolución de problemas y con atención a contextos extra-matemáticos, sus acciones evidencian que su experiencia como docentes y sus concepciones sobre la enseñanza de la matemática, que no se corresponden con lo declarado en la entrevista. Así, observamos que el profesor A al inicio intentó crear un ambiente dinámico con la propuesta de una situación extra matemática, promoviendo la motivación, interés y comunicación con los alumnos, pero conforme avanzaban en el desarrollo del tema los alumnos mostraban apatía por la resolución de problemas ya que sólo se centraron en repetir algoritmos.

Los profesores casi siempre actuaron como expositores, dejando al alumno la tarea de poner atención y limitando con ello su participación. Por otro lado, al inicio del tema, en el caso del profesor B, los alumnos mostraron desinterés y poca participación hacia los cuestionamientos del profesor.

Ambos profesores coincidieron en que los tiempos resultan muy cortos y se tienen que ajustar a ellos pues la institución les exige cubrir un currículo extenso, por tanto, se ven en la necesidad de acortar los temas. Ante ello, al mismo tiempo intentan hacer un equilibrio con lo que la institución solicita y lo que consideran debe enseñarse. Si bien es cierto que el planteamiento de los profesores es auténtico, sus decisiones muestran una vez más su concepción tradicional de la enseñanza, pues sus prácticas ponen énfasis en el tratamiento convencional de las matemáticas y ponen poca atención al desarrollo de las competencias que explícitamente se señalan en el currículo, limitándose a cubrir los contenidos matemáticos del programa, como se ha hecho durante años.

En el cuarto objetivo, con interés en la faceta mediacional, los recursos o medios usados en las prácticas de ambos profesores fueron limitados, aunque al inicio del tema el profesor A hizo un intento por crear un ambiente dinámico usando material manipulable y calculadora. Sin embargo, al avanzar en el proceso de instrucción estos recursos dejaron de tener interés, volviendo a lo cotidiano y en un contexto puramente intra matemático. En el caso del profesor B no se evidenciaron aspectos relacionados con recursos o medios que ayudaran a contextualizar las situaciones presentadas y se restringió a presentar definiciones, centrándose después en la resolución de ejercicios, aplicando procesos algorítmicos y mecanizados. Por tanto, ambas trayectorias con relación a los recursos mediacionales caen dentro de la enseñanza tradicional, donde el profesor reproduce procedimientos y proporciona información, sin darse cuenta qué tan importante es el papel de los medios o recursos para la generación del conocimiento.

En la faceta interaccional, contemplada en el quinto objetivo podemos decir que un patrón de interacción que se pudo observar en ambos casos, fue que los profesores actuaron como expositores, mientras que los alumnos estuvieron en el papel de receptores de información, limitándose únicamente a los estudiantes que avanzaban en el desarrollo del tema, es decir, pasando por alto a alumnos que no se encontraban dentro de la misma interacción o dinámica de trabajo que realizaba el profesor con los alumnos que le permitían avanzar.

Otro aspecto relevante sobre la interacción y negociación de significados durante el desarrollo de las ecuaciones lineales, es que, aunque ambos profesores realizan un intento por provocar una dinámica más activa y de interacción cuestionando a sus estudiantes, algunos, siguen mostrando apatía por las matemáticas y los profesores no realizan mayores esfuerzos por involucrarlos.

Por último, en el caso del sexto objetivo y la faceta ecológica, observamos que los profesores se limitan a presentar conceptos matemáticos y algoritmos de solución de las ecuaciones lineales. No obstante, en la entrevista señalaron estar conscientes de que el aprendizaje de las matemáticas debe ser a través de la resolución de problemas, con una fuerte dosis de atención a contextos extra-matemáticos, cercanos a las experiencias reales de los estudiantes y su relación con otras asignaturas.

Por tanto, este estudio permitió contrastar la práctica discursiva (entrevista) con la práctica operativa (observación presencial) de acuerdo al análisis detallado de la información, encontrando fuertes inconsistencias entre lo declarado y lo realizado en el salón de clases.

4. Reflexiones finales

Somos conscientes que este estudio no pretende generalizar los resultados, simplemente pretendemos que el trabajo muestre las prácticas matemáticas, tanto discursivas como operativas, de los profesores estudiados para que su caracterización pueda tomarse en cuenta al tomar decisiones, tanto de investigación como en acciones curriculares formativas y didácticas en general. Por nuestra parte, en experiencias de investigación sobre el trabajo docente, debemos agregar que también existen resistencias al cambio y un arraigo a las concepciones de la actividad docente centrada en la exposición de definiciones y algoritmos, que dejan al estudiante el papel de reproductores de lo que el profesor hace en el aula.

A partir de este trabajo podemos concluir que las prácticas docentes carecen de programas que ayuden a realizar modificaciones sustanciales dentro de la práctica

matemática del profesor, para ello los profesores deben estar abiertos a los cambios que se dan en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas. En este sentido podemos resaltar dos aspectos: que no resultan suficientes los programas de capacitación y actualización de profesores, o que es necesario poner atención en partes específicas de su formación docente.

Cabe mencionar que como parte de las conclusiones generales se desprende que la existencia de los módulos de aprendizaje, basados en competencias, no garantiza que el docente realice cambios sustanciales en sus prácticas, pues lo que primordialmente entra en juego son los conocimientos y estrategias que implementa el profesor para lograr que los alumnos construyan su conocimiento y doten de significado a los objetos matemáticos que emergen de la actividad realizada. Además, durante la investigación se observaron efectos negativos tanto de parte del profesor como de los estudiantes, ya que se identificaron elementos de apatía por parte de estos últimos y poca comunicación con los profesores, mientras que por otro lado los profesores tienen muy arraigadas sus concepciones y creencias, que consideran que eso afecta el bajo nivel de sus conocimientos didáctico matemáticos para los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Por otra parte, aunque por razones de espacio sólo mostramos parte de la descripción de lo observado en el caso del profesor A, las conclusiones generales y la atención de los objetivos específicos se realizó sobre ambos profesores.

Referencias

- Aravena, M., Kimelman, E., Micheli, B., Torrealba, R., y Zúñiga, J. (2006). *Investigación educativa I*. Santiago: Universidad ARCIS.
- DGB/SEP (2010). Programa de estudio de matemáticas I de Bachillerato. Disponible en, http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion_academica/programasdeestudio/cfb_1ers_em/MATEMATICAS_I.pdf
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22 (2/3), 237-284.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Unión. Revista Iberoamericana de la educación matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Pino-Fan, L., y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109.
- Moreno, M. y Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(2), 265-280.
- Sosa, L. y Ribeiro, C. M. (2014). La formación del profesorado de matemáticas de nivel medio superior en México: una necesidad para la profesionalización docente. *Revista Iberoamericana de la Producción Académica y Gestión Educativa*, 01. Disponible en, <http://pag.org.mx/index.php/PAG/article/view/48/85>
- Vargas, R., Rodríguez, M., Del Castillo, A., Villalva, M., Ibarra, S., Grijalva, A., Armenta, M., Ávila, R., Urrea, M., Soto, J., Bravo, J. (2014). Matemáticas 1. Módulo de Aprendizaje. Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora. México. Grupo de Servicios Gráficos del Centro, S.A. de C.V.