El EOS como herramienta de análisis de un proceso de instrucción

The OSA as an analysis tool for an instructional process

Enrique Mateus Nieves

Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Colombia)

Resumen

En esta comunicación se presenta un análisis realizado a la estructura y funcionamiento de una secuencia de clases de matemáticas, con estudiantes colombianos de segundo año de la licenciatura en matemáticas, desde el modelo de análisis propuesto por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS). Dicho análisis permitió encontrar una sesión de clases que podríamos considerar como una degeneración mecanicista de la clase formal donde fue característico encontrar aspectos propios del paradigma formal- mecanicista.

Palabras clave: análisis didáctico, integración por partes, idoneidad didáctica.

Abstract

This communication presents an analysis of the structure and functioning of a sequence of mathematics classes, with Colombian students of the second year of the degree in mathematics, from the analysis model proposed by the Onto-semiotic Approach to Cognition and Mathematical Instruction (OSA). This analysis allowed us to find a class session that could be considered as a mechanistic degeneration of the formal class where it was characteristic to find aspects specific to the formal-mechanistic paradigm.

Keywords: didactical analysis, integration by parts, didactical suitability

1. Introducción

El objetivo de esta comunicación es realizar un análisis al proceso de instrucción realizado en una secuencia de clases, utilizando el modelo de análisis didáctico propuesto por el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y de la Instrucción matemáticos (EOS). Se trata de determinar la estructura y el funcionamiento de una secuencia de clases de matemáticas, con estudiantes colombianos de segundo año de la licenciatura en matemáticas, donde se explica el método de integración por partes (MIP). Dicho análisis permite describir (*¿qué ha ocurrido en dicha secuencia?*), explicar (*¿por qué ha ocurrido?*) y valorar (*¿qué se podría mejorar?*) en el proceso de instrucción realizado. El principal resultado es una valoración fundamentada de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción implementado y una explicación de las dificultades de aprendizaje de los alumnos.

Se consideraron 12 sesiones de clase en las que se trabajó el MIP; cada sesión tiene una duración aproximada de una hora. Se impartieron en la asignatura Cálculo Integral, durante el tercer semestre de la licenciatura en matemáticas de una universidad colombiana, con 20 alumnos entre 21 a 23 años de edad. La universidad es de tipo pública estatal. El profesor tenía una antigüedad en la docencia de cinco años, una formación en matemática pura y una especialización en docencia de la matemática universitaria.

Para el análisis, subdividimos las 12 sesiones de clase en 820 unidades de análisis, que hemos agrupado en episodios de aula que denominamos *configuraciones didácticas*

Mateus Nieves, E. (2017). Análisis didáctico a un proceso de instrucción del método de integración por partes. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.* Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

(Godino, Contreras, Font, 2006), 15 en total. El marco teórico y metodológico adoptado para el trabajo fue el EOS (Godino, Batanero y Font, 2007). Cada una de las configuraciones didácticas (CD) muestra las interacciones en torno a una tarea matemática y finaliza cuando se inicia otra. Tal como se señala en Font, Bolite y Acevedo (2010) y Pochulu y Font (2011), aunque el criterio básico para determinar una CD es la realización de una tarea, la agrupación de las líneas de la transcripción en configuraciones didácticas es flexible y queda a criterio del investigador.

Para realizar el análisis de la transcripción de las clases, optamos por el modelo de análisis didáctico propuesto por el EOS (Font, Planas, Godino, 2010), que considera los siguientes cinco niveles o tipos de análisis:

1. Identificación de prácticas matemáticas.
2. Elaboración de las configuraciones didácticas y epistémicas de objetos y procesos matemáticos.
3. Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas.
4. Identificación del sistema de normas y meta normas.
5. Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción.

Las herramientas de los cuatro primeros niveles de análisis propuestos en el EOS permiten descomponer una transcripción de una sesión de clases en una trayectoria de configuraciones didácticas y, para cada configuración, estudiar diferentes aspectos. Por ejemplo, la configuración didáctica nº 2 (CD2), que es la que utilizaremos en esta comunicación, va de la línea 33 de la transcripción a la 122 Dicha CD2 comienza con una tarea propuesta por el profesor (Calcular la integral $\int x\, e^{3x}\, dx$) y termina cuando el profesor propone otra tarea (calcular otra integral). En la sección 5 realizamos la valoración de la idoneidad didáctica basándonos en el estudio de los aspectos descriptivos y explicativos plasmados en las secciones anteriores. La comunicación finaliza con una presentación de consideraciones finales.

2. Identificación de prácticas matemáticas, objetos, procesos matemáticos y elaboración de las configuraciones didácticas y epistémicas

Durante esta secuencia de las 12 sesiones de clase, el profesor pretende enseñar el método de integración por partes. Los alumnos realizan, sobre todo, la práctica de resolver integrales por este método de integración. En particular, esta es la práctica que se realiza en la CD. Si consideramos los aspectos del conocimiento para la realización y evaluación de la práctica que permiten resolver una situación problema – por ejemplo, calcular una integral – vemos el uso de lenguajes verbales y simbólicos. Estos lenguajes son la parte ostensiva de una serie de conceptos, proposiciones y procedimientos que intervienen en la elaboración de argumentos para decidir si las acciones realizadas son satisfactorias. Así, cuando un agente lleva a cabo y evalúa una práctica matemática, activa un conglomerado formado por situaciones problema, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos. Para la CD2, que es el episodio que analizamos con detalle, dado que allí es donde se institucionaliza el MIP, dichos elementos se articulan en la siguiente configuración epistémica[1] (tabla 1).

---

[1] Se denominará *Configuración Epistémica* al sistema de objetos y funciones semióticas que se establecen entre ellos relativos a la resolución de una situación-problema. Por tanto, se trata de un segmento de la trayectoria de enseñanza como un aspecto de la trayectoria didáctica global, que, una vez organizada por

Tabla 1. Configuración epistémica 2 (CD2)

Problema: Calcular $\int x\, e^{3x}\, dx$
Definiciones/Conceptos: Función, derivada, antiderivada, integral indefinida, diferencial, Factorización
Procedimientos: Previos: Simplificación, factorización, derivación de funciones, método de sustitución Emergente: Método de integración por partes Paso 1: Regla nemotécnica para memorizar la fórmula $\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$ (una vaca sin cola vestida de uniforme) Paso 2: Se aplica a un producto de funciones Paso 3: Descartar el método de sustitución (por ejemplo si una función es derivada de la otra, entonces no se aplica) Paso 4: Selección de *u* y *v* (se toma la primera como *u* y lo que queda como *dv* Paso 5: Calcular *du* (derivando) y *dv* (integrando, normalmente por sustitución) Paso 6: Aplicar la fórmula $\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$ Paso 7: Si la integral $\int v \cdot \mathrm{du}$ no es menos “sencilla” que la integral inicial hay que cambiar la selección de *u* y *dv* Paso 8: Repetir el proceso desde el paso 4
Proposiciones Previas a la CD2: • $(u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u \Rightarrow (u \cdot v)' - u' \cdot v = u \cdot v'$ • $\int (u - v) = \int u - \int v$ • $\int kf = k \int f$ • El proceso de anti derivar es el inverso a la derivada (TFC según el profesor) • Lo que está sumando pasa restando • *u’ = du ; v’ = dv* • $AC + CB = C(A + B)$ Emergentes: • $\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$ • $\mathrm{dv} = \mathrm{e}^{3\mathrm{x}}\, \mathrm{dx}\,;\quad \mathrm{v} = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3\mathrm{x}}$ • $\int \mathrm{e}^{3x} dx = \frac{1}{3}\int e^{u} du = \frac{1}{3} e^{3x} + c$ • $\int x\, e^{3x}\, dx = x \cdot \frac{1}{3} e^{3x} - \int \frac{1}{3} e^{3x} dx$ • $\int x\, e^{3x}\, dx = \frac{1}{3} x e^{3x} - \frac{1}{9} e^{3x} + c$

configuraciones epistémicas, puede considerarse como trayectoria epistémica. Cada configuración epistémica, globalmente considerada, desempeña una función específica en el proceso de instrucción.

• $\int x e^{3x}\, dx = \frac{1}{3}e^{3x}\left(x-\frac{1}{3}\right)+c$
Lenguaje: Simbólico: e^x, *u, v, du, dv, u’, v’,* $\int(u \cdot v)$, *x, dx,* $\int$ *, C,* ..... Verbal: “Euler a la 3x”
Argumento 1. Tesis 1: $\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$ Razón: Si tomamos la fórmula de la derivada de un producto, y si luego integramos a ambos lados de la igualdad, simplificamos y obtenemos la igualdad. Tesis 2: $\int x\, \mathrm{e}^{3x}\, \mathrm{dx} = \frac{1}{3}e^{3x}\left(x-\frac{1}{3}\right)+c$ Razón 1: Esta integral $\int x\, \mathrm{e}^{3x}\, \mathrm{dx}$ es un caso donde se puede aplicar el método de integración por partes donde hay un producto de funciones, donde una función no es la derivada de la otra. Razón 2: Se ha aplicado el método de integración por partes a esta integral en particular y se ha obtenido el siguiente resultado $\frac{1}{3}e^{3x}\left(x-\frac{1}{3}\right)+c$

El análisis detallado de las prácticas hechas en la clase muestra que se ponen en juego muchos de los procesos matemáticos que considera el EOS (Font, Planas y Godino, 2010), además de otros. Dado que los procesos son densos en la actividad matemática, no pretendemos realizar un estudio exhaustivo de ellos; por ello, nos limitamos en esta sección a realizar una síntesis, tomando los más relevantes al mirar la CD2 de manera global. Por otra parte, hay que resaltar que se realizan procesos de tratamiento de expresiones simbólicas. Al discriminar los objetos (tabla 1) y procesos presentes en la práctica de la CD2 se pueden resaltar ciertos aspectos que con otro tipo de herramientas no se muestran tan claramente. Detallamos, a continuación, algunos de ellos:

- Los problemas que presenta el profesor pertenecen estrictamente a un contexto intramatemático[2] y, por tanto, no se fomentan procesos de modelización.
- Se presentan notaciones que no son institucionales y, por tanto, ambiguas para la investigación adelantada. Por ejemplo, $\int(u \cdot v)$ o bien cuando se refiere a la función *Euler a la tres equis* para referirse a la expresión e^{3x}
- No hay argumentos; las explicaciones que se dan se limitan a ejemplificaciones del procedimiento a seguir.
- Las propiedades y procedimientos relevantes del tema (en este caso, los relacionados con el método de integración por partes o el Teorema Fundamental del Cálculo [TFC]) se presentan de manera ambigua. Por ejemplo, en el procedimiento para el cálculo de una integral por partes no se da el siguiente criterio para la selección de *u* y *dv* (para seleccionar *u* en forma acertada hay que considerar la siguiente jerarquía: primero las inversas de las trigonométricas, logarítmicas, algebraicas, trigonométricas y exponenciales). Otro ejemplo es la enunciación del TFC (el proceso de anti derivar es el inverso a la derivada). Otro ejemplo, es que

[2] Un contexto intra-matemático es aquel en el que la tarea específica a realizar se refiere solamente a objetos matemáticos tales como estructuras o símbolos. Mientras que un contexto extra-matemático incluye elementos externos que influyen en la interpretación y solución.

en lugar de enunciar la propiedad $A+C=B \Rightarrow A+C-C=B-C$ dice *lo que está sumando pasa restando*.

3. Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas

En la CD2 que hemos considerado para nuestro estudio, podemos notar que básicamente se enseña matemáticas con exposición, seguida de ejercicios sobre los contenidos vistos. Este modelo se repite en toda la secuencia de clases observada. Este modelo de enseñanza seguido por el profesor observado, deja a los alumnos la responsabilidad de dar sentido a los objetos matemáticos que se introducen a través de los ejemplos y ejercicios que se van mostrando. Como expresan Godino et al. (2006, p. 31), se estaría tratando de una decisión topogenética: "primero yo, el profesor, te doy las reglas generales, después tú las aplicas". Aunque el registro de la sesión muestra un constante diálogo entre el profesor y los alumnos, que podría llevarnos a situar la clase en una configuración dialógica, un análisis más detallado revela que las interacciones se circunscriben a que los estudiantes asuman las tareas, se familiaricen con ellas y se esboce la técnica de resolución de integrales por el método de integración por partes. La institucionalización, formulación y validación quedan, exclusivamente, a cargo del profesor, sin intervención alguna de los alumnos, más allá de salir al tablero. Por dicho motivo, las configuraciones didácticas de toda la secuencia de clases se han considerado del tipo *magistral-interactivo.*

Por otra parte, dada la gran diversidad de interacciones didácticas que pueden ocurrir en cualquier proceso de instrucción, nos hemos centrado en las que giran en torno a conflictos del tipo semiótico[3], de asequible individualización, ya que resulta fácilmente triangulable su identificación. A lo largo de las 15 CD se encontraron 32 conflictos semióticos. A continuación, presentamos algunos de los más representativos que acontecen en la CD2 y que se repiten en otras CD, bien sea reforzándose o generando otros nuevos.

- *Conflicto semiótico (epistémico) 1*: Tal como se observa en la tabla 1, el profesor, de manera implícita, institucionaliza un procedimiento para calcular integrales por el método de integración por partes que no contempla una paso esencial para seleccionar *u* y *dv* (no explica la jerarquía para dicha selección, según el tipo de función) ya que se limita a decir que *u* será la primera y lo que queda será *dv*. Se trata de un conflicto muy relevante, ya que implica que en la CD4 los alumnos no puedan resolver la integral propuesta ($\int e^x \operatorname{sen} x \, dx$), lo cual también sucede con otras integrales en otras clases, que por razones de espacio, se omiten aquí.
- *Conflicto semiótico (cognitivo) 1:* en la sesión 1 CD2 el profesor institucionaliza que al existir una multiplicación entre funciones no similares, el método a aplicar es por partes. Estamos en presencia de un conflicto cognitivo que el proceso de

[3] Un *conflicto semiótico* en el EOS es cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones). Si la disparidad se produce entre significados institucionales se habla de conflictos semióticos de tipo epistémico, mientras que si se da entre prácticas que forman el significado personal de un mismo sujeto se llaman conflictos semióticos de tipo cognitivo (una noción muy relacionada con la de conflicto cognitivo propuesta por Piaget). Cuando la disparidad surge entre las prácticas – discursivas y operativas – de dos sujetos diferentes en interacción comunicativa (por ejemplo, alumno-alumno o alumno-profesor) se habla de conflictos semióticos interaccionales. Hay que notar que estos tres tipos de conflicto semiótico no son excluyentes, ya que, según la perspectiva desde donde se enfoque, un mismo conflicto puede ubicarse en un tipo u otro.

instrucción efectuado genera en el alumno. Este conflicto se hace evidente en la sesión 2 CD5 ante la imposibilidad de resolver la integral $\int \frac{sen\ 2x}{e^{x}}\ dx$. A13 dice que no se puede aplicar la integración por partes porque no hay un producto de funciones, el profesor resuelve este conflicto ayudándole a avanzar en su aprendizaje indicándole que si se hace el siguiente tratamiento $\int e^{-x}\ sen\, 2x\, dx$, sí que se tiene un producto de funciones.

- *Conflicto semiótico (cognitivo) 2:* del conflicto epistémico mencionado, se observa la emergencia de un conflicto de tipo cognitivo en los estudiantes. En la sesión 1 CD2 el profesor genera este conflicto cognitivo en el alumno cuando, ante el ejercicio propuesto $\int x\, sen\, x\, dx$, aprueba la respuesta de un estudiante ante la pregunta ¿quién será *u*? A9 responde: *x*, el Prof. pregunta ¿Por qué?, los estudiantes responden, porque está de primeras. Los alumnos se quedan pensando que *u* siempre será la función que aparece en el registro escrito de primeras. Se observa la imposibilidad de elegir a *u* en forma correcta. Este conflicto es relevante, no es superado. Otro ejemplo se da en la sesión 1, CD4, que por cuestión de espacio no se muestra en este escrito, ante el ejercicio propuesto $\int e^{x}\ sen\, x\ dx$, donde los estudiantes eligen a la función e^{x} como *u* y $sen\, x\, dx$ como dv, llegando a inconsistencias en el desarrollo del ejercicio propuesto. Se hacen procesos mecánicos, repetitivos, sin validar la respuesta obtenida. La misma situación se presenta, más adelante, en la sesión 1 CD5, que también por cuestión de espacio no se muestra en este escrito, con el ejercicio $\int \frac{sen\, 2x}{e^{x}} dx$ manifestando la imposibilidad de aplicar este método por dos razones: la primera, no existe un producto entre sus términos; luego del tratamiento que el profesor presenta para expresar la integral en la forma $\int e^{-x}\ sen\, 2x\ dx$ los estudiantes vuelven a elegir como *u* a la función e^{-x} llegando a resultados similares al expuesto anteriormente. En general, este conflicto se hace evidente en las 12 sesiones de clase.
- *Conflicto semiótico (interaccional) 1:* En CD1 el alumno A13 dice que la solución de $\int e^{3x} dx$ es e^{3x} y el alumno A6 que es $\int e^{3x} dx = \frac{1}{3} e^{3x}$ otra diferente. Este conflicto se resuelve bien por la intervención de A12 que le explica a A13 porqué está equivocado.
- *Conflicto semiótico (interaccional) 2:* En CD3 el alumno A12 duda de la solución que se está dando al ejercicio $\int e^{x}\ sen\, x\ dx$ al notar que la integral que resultó no era *más sencilla* que la propuesta en el ejercicio. Ante la observación de A12, el profesor borra del tablero lo que han escrito y hace el cambio en la selección de *u* y *dv*. Repite el proceso interactivo para llegar a $\int e^{x}\ sen\, x\, dx = -e^{x} \cos x - \int -e^{x} \cos x\, dx$

A12 reitera la duda en la solución planteada, que conlleva a la no comprensión de este tipo de solución. Este conflicto no se resuelve por la intervención del profesor, queda latente ya que la clase se termina y tampoco se aborda en las sesiones siguientes.

4. **Identificación del sistema de normas y metanormas**

Los elementos matemáticos asociados con la solución del problema corresponden a un curso del nivel de Licenciatura en Matemáticas y se encuentran descritos en el currículo y los libros de texto de las materias que cursan los estudiantes de la Facultad de Ciencia y Tecnología. Por otra parte, el diseño curricular no favorece la enseñanza con base en problemas. Los cursos están concebidos en forma expositivo-ilustrativa, con tareas y actividades específicas propias de esa modalidad. Algunas de las normas que se infieren de las regularidades que se observan en CD2 y en las otras configuraciones son las siguientes: 1) Los ejercicios de matemáticas se hacen de determinada manera (meta-norma meta-epistémica). 2) Para aprender matemáticas hay que hacer muchos ejercicios (norma metacognitiva). Hay que dedicar mucho tiempo a hacer ejercicios (norma mediacional). Otras normas que regulan las interacciones y que, implícitamente, aparecen en las clases, son, entre otras, las siguientes: el profesor interviene para resolver algunas dificultades de los alumnos; otras son resueltas por otros compañeros; el profesor tiene un papel determinante en el inicio, distribución y finalización de las intervenciones; algunos alumnos participan cuando no entienden algo.

5. Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción

La aplicación de los criterios de idoneidad a un proceso de enseñanza y aprendizaje permiten extraer conclusiones sobre qué aspectos mejorar en futuras implementaciones. De lo observado, y aquí por cuestión de espacio se omite, se pudo concluir una idoneidad didáctica baja al considerar las 6 dimensiones contempladas en el EOS. Para esta comunicación solo presentaré dos dimensiones, la epistémica y la cognitiva.

Respecto de la idoneidad epistémica se evidenció que el proceso de instrucción se trabajó únicamente con ejercicios en contexto intramatemático, ninguno de ellos puede considerarse como un problema, y no hay situaciones que sean generadoras de problemas, excepto cuando el profesor propone buscar una regla que permita resolver las integrales que no se pueden resolver por sustitución (falta de procesos de modelización y problematización). Las actividades que se proponen no motivan los momentos en que los alumnos tengan que hacer conjeturas ni justificaciones. Incluso cuando pudo ser posible para buscar la regla de integración por partes, es el profesor quien termina encontrando la regla y justificándola. Los procesos de simbolización que se realizan, en algún caso, son ambiguos por no decir incorrectos (por ejemplo, se utilizan símbolos que no son institucionales como tachar la integral y la prima $\cancel{\int}(u \cdot v)\cancel{'}$). Si bien se observan tratamientos no se institucionaliza la importancia de este tratamiento. Y, por otra parte, no se observan conversiones. Falta fomentar conexiones entre la integración por partes y los problemas extra-matemáticos donde se puede aplicar, tampoco se tiene mucho cuidado con las conexiones intra-matemáticas. Ejemplo: la justificación que se da de la igualdad en la que se basa la integración por partes no está bien conectada con la idea de antiderivada, ya que puede sugerir al alumno que la antiderivada no es una familia de funciones, sino una única función.

La baja idoneidad epistémica que presenta la clase ayuda a que los contenidos enseñados estén a una distancia razonable de lo que saben los alumnos. Por otra parte, la mayoría de los estudiantes aprendió lo que el profesor pretendía enseñar y realmente enseñó. El registro de clase pone en evidencia que los alumnos tienen un manejo adecuado de la operatoria aritmética, un mediano manejo de la operatoria algebraica, un requisito básico para iniciar el estudio del cálculo integral si se piensa como aritmética generalizada (la mayor parte de las expresiones y manipulaciones algebraicas pueden ser explicadas a partir de las expresiones y manipulaciones aritméticas). Así, se observa que resuelven integrales correctamente, pero sólo adquieren un conocimiento instrumental que les permite hallar una solución sin saber por qué se resuelven de esta manera y no de otra. Sostenemos que la enseñanza de un contenido matemático no sólo debe pensarse en términos de que esté al alcance de las capacidades cognitivas con que cuentan los alumnos, sino también debe promover el desarrollo de nuevas competencias, las cuales suponen un cierto reto cognitivo manejable. Esta situación precisamente no se ve reflejada en la clase.

6. Consideraciones finales

Bajo este panorama podemos inferir que la falta del significado de acumulación, propio de la integral, que dota de significado, además, a la relación derivada-integral, no se ha puesto de manifiesto. Consideramos, en definitiva, que el significado institucionalizado es incompleto, generador de muchas dificultades que no se superan durante el proceso observado. Por otro lado, se realizó un análisis ontosemiótico *a priori* que puso de manifiesto las diferentes configuraciones epistémicas que forman el significado de referencia del objeto "la integral", y la trama de funciones semióticas que se debían activar para relacionar entre sí los elementos de las configuraciones y las configuraciones entre ellas. Este análisis es similar al realizado en Contreras, Ordóñez y Wilhelmi (2010), Crisóstomo (2012), Ordóñez (2011), Robles, Telechea y Font (2014). Se ha podido observar en la transcripción del proceso de estudio observado que las configuraciones didácticas implementadas no han tenido en cuenta dicha complejidad. El análisis, *a priori*, nos permite decir que la estructura y funcionamiento de este tipo de clases no repara en la complejidad ontosemiótica asociada a las integrales, lo cual es una de las causas de que se produzcan el tipo de dificultades identificadas.

En general la presentación del MIP se trabajó según una configuración didáctica magistral, sin ningún tipo de investigación o aproximación previa por parte del alumno. No hubo tampoco justificación de la necesidad de la nueva noción, ni contextualización histórica que le dote de sentido. Esta situación es muy similar a lo que ya observaron en Contreras y cols (2003) y Ordoñez (2011) para este nivel educativo centrándolo exclusivamente en el estudio de la integral definida, lo que nos permite ratificar para nuestro caso lo que estos autores llamaron un "estancamiento" de la noción de integral. Lo que se encontró fue la institucionalización de un método de cálculo que aplicarán según determinadas pistas lingüísticas que ofrezca la situación propuesta; se trata, por tanto, de un proceso mecánico, rutinario, carente de significado.

Referencias

Contreras, A., Ordóñez, L. y Wilhelmi, M. R. (2010). Influencia de las pruebas de acceso a la universidad en la enseñanza de la integral definida en el bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, *28*(3), 367-384.

Contreras, A., Ordóñez, L. Luque, L., García, M., Sánchez, C. y Ortega, M. (2003). *Análisis de manuales de 1° y 2° del Bachillerato-LOGSE en institutos de Educación Secundaria de la provincia de Jaén, en cuanto a los conceptos básicos del Cálculo Infinitesimal derivada e integral, bajo la perspectiva de la teoría de los obstáculos epistemológicos*. Instituto de Estudios Giennenses.

Crisóstomo, E. (2012). *Idoneidad de procesos de estudio del cálculo integral en la formación de profesores de matemáticas*: *una aproximación desde la investigación* *en didáctica del cálculo y el conocimiento profesional*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

Font, V., Bolite, J. y Acevedo, J. (2010). Metaphors in mathematics classrooms: analyzing the dynamic process of teaching and learning of graph functions. *Educational Studies in Mathematics, 75* (2), 131-152.

Font, V., Planas, N. y Godino, J. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, *33* (1), 89-105.

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Reserches en Didactiques des Mathematiques, 22* (2/3), 237-284.

Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de proceso de instrucción basado en el enfoque ontológico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques, 26(1), 39-88.*

Ordóñez, L. (2011). *Restricciones institucionales en las matemáticas de 2º de bachillerato en cuanto al significado del objeto integral definida*. Tesis Doctoral. Universidad de Jaén.

Pochulu, M., y Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-Relime, 14*(3), 361-394.

Robles, M., Tellechea, E. y Font, V. (2014). Una propuesta de acercamiento alternativo al teorema fundamental del cálculo. *Educación Matemática*, *26*(2), 69-109.