

Análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas de bachillerato sobre ecuaciones cuadráticas

Analysing high school mathematics teacher' knowledge of quadratic equation

A. Luisa Llanes¹, Silvia E. Ibarra¹ y Judith A. Hernández²

¹Universidad de Sonora, México; ²Universidad Autónoma de Zacatecas, México

Resumen

Se presentan resultados de una investigación en la cual el objetivo principal fue la caracterización del Conocimiento Didáctico-Matemático de dos profesores de bachillerato mexicanos. Dicha investigación tiene sustento en nociones teóricas propuestas en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS), específicamente en las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. El estudio consiste en una descripción de las prácticas discursivas y operativas de los profesores durante el desarrollo del tema “Resuelve Ecuaciones Cuadráticas I”. Tras el análisis es posible determinar que los profesores alcanzan una mayor idoneidad didáctica (media alta) y una mayor coincidencia en los conocimientos evidenciados en las facetas epistémica y ecológica.

Palabras clave: formación docente, conocimiento didáctico-matemático.

Abstract

We present the results of a research where the main objective was the characterization of Didactic-Mathematical Knowledge of two high school Mexican teachers. This research is supported by theoretical notions proposed in the Onto-semiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction, specifically in the Analysis Categories of Mathematics Teacher's Knowledge. This study consists of a description of the discursive and operative teachers' practices during developing the theme “Solving Quadratic Equation I”. After the analysis it is possible to determine that the teachers reach a high didactic suitability (high average) and a high coincidence in the evidenced knowledge in the epistemic and ecological facets.

Keywords: teacher-training, didactic-mathematical knowledge.

1. Introducción

Uno de los principales retos tras la implementación de la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) en México, es la evolución del perfil del profesor en torno a “un conjunto de competencias que integran conocimientos, habilidades y actitudes” (RIEMS, 2008, p. 86; SEP, 2008, p. 1) las cuales deben ser activadas para la generación de ambientes instruccionales idóneos contemplados en la Reforma. Por tal motivo se contemplaron una serie de acciones que permitieran contribuir a la evolución del perfil del profesor, entre ellas el diseño, producción e implementación de un diplomado con el objetivo del desarrollo de competencias docentes propuestas en el contexto de la RIEMS.

A nivel internacional hay una investigación incipiente sobre el impacto que tienen los másteres y diplomados para la formación de profesores en las competencias del profesorado. Algunas de estas investigaciones se han realizado usando constructos del EOS. Por ejemplo, en Breda, Font y Lima (2016) se documenta una investigación en un

Llanes, L. L., Ibarra, S. O., y Hernández, J. S. (2016). Análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas de bachillerato sobre ecuaciones cuadráticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Máster de Brasil (el PROFMAT); en Ferreres y Vanegas (2015) se describe otra investigación en España para el máster de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria; y en Pochulu, Font y Rodríguez (2016) otra para la formación de formadores de formadores en Argentina. Para el caso de México, algunos investigadores señalan que “no existen análisis sobre el impacto que tienen estos programas de profesionalización cuando se trata de generar competencias en los profesores, específicamente en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas” (Hernández, Sosa y López, 2013, p.3383).

En Godino, Rivas, Castro y Konic (2012) se asume que el profesor, tanto de educación primaria como de secundaria, deben presentar un cierto nivel de competencia, entendiendo por competencia a “la capacidad de afrontar un problema complejo, o de resolver una actividad compleja” (Godino et al, 2012, p.2), lo cual les debería permitir conocer y aplicar diversas prácticas matemáticas para resolver problemas propios del nivel y contexto educativo. En este caso se asume dicha concepción, extendiéndola para el profesor bachillerato.

Si bien existen diversas propuestas teóricas para el perfil del profesor de matemáticas, estas propuestas se han desarrollado bajo un marco referencial diferente al que actualmente rige al país. Se considera entonces que para poder proponer cualquier tipo de acción que busque la evolución del perfil docente, es necesario conocer las potencialidades, necesidades y expectativas de los profesores en activo que permitan el diseño, el desarrollo e implementación de tareas que conlleven a lo anterior. Las reflexiones anteriores, llevaron al planteamiento de la pregunta de investigación: ¿Cómo es el conocimiento didáctico – matemático de profesores en el bachillerato mexicano?

Como resultado de las acciones de investigación llevadas a cabo, en este documento se presentan algunos resultados de la caracterización del conocimiento didáctico-matemático (CDM) sobre la ecuación cuadrática que evidencian dos profesores de un bachillerato estatal ubicado en la capital del estado de Sonora, México. Con ello se espera proporcionar algunos aspectos del perfil docente de profesores en activo, que podrían permitir el proponer programas de formación o materiales de formación que tomen en cuenta sus necesidades y fortalezas.

2. Aspectos teóricos y acciones metodológicas derivadas

2.1. Categorías de análisis de los Conocimientos del Profesor de Matemáticas

El estudio tiene sustento específicamente en las Categorías de análisis de los Conocimientos del Profesor de Matemáticas propuestas por Godino en 2009. No obstante, es pertinente mencionar que durante la realización del mismo se ha desarrollado una serie de ampliaciones para dichas categorías hasta convertirse en lo que actualmente se conoce como el modelo de Conocimientos Didáctico-Matemáticos del profesor. La serie de modificaciones/ampliaciones llevadas a cabo, permiten realizar análisis con mayor grado de pormenorización que la propuesta en su primera versión, y pueden consultarse en (Pino-Fan y Godino, 2015).

Como ya se mencionó, esta investigación se desarrolló considerando la propuesta del 2009, la cual consiste en un modelo poliédrico de base hexagonal (Godino, 2009). Para llevar a cabo la caracterización del CDM de los profesores se consideran las seis facetas

del modelo: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica. Además, se consideran los cuatro niveles de análisis:

1. Prácticas didácticas y matemáticas.
2. Configuración de objetos y procesos.
3. Normas y metanormas.
4. Idoneidad didáctica.

El modelo del CDM se considera desde el punto de vista de sus autores como una macro herramienta que permite la pormenorización del conglomerado de conocimientos puestos en juego por el sujeto de investigación durante el desarrollo de sus prácticas tanto discursivas como operativas.

2.2. Aspectos metodológicos

Metodológicamente, se trabajó desde un enfoque cualitativo por medio de un estudio descriptivo de casos. Los sujetos de investigación fueron dos profesores que actualmente laboran en un bachillerato mexicano. El profesor que designaremos como A, es un ingeniero en mecatrónica con una maestría en educación media superior y con menos de cinco años de experiencia docente. El profesor B es licenciado en matemáticas y cuenta con más de 15 años en servicio docente.

La observación no participante y la entrevista semi-estructurada (Casanova, 1998), son las técnicas que se emplearon para el levantamiento de la información. Por otra parte, dado que los criterios de idoneidad didáctica están resultando ser una herramienta potente para organizar la reflexión del profesor (Breda, Font y Lima, 2015), se diseñó un instrumento de análisis de la información, obtenida tanto de la práctica discursiva como la práctica operativa del profesor, con base en los indicadores de idoneidad (Godino, 2013) y la guía del enunciado de consignas propuestas en (Godino, 2009). Específicamente en esta investigación esas consignas se han utilizado como un “instrumento de un evaluador externo para valorar un proceso de estudio implementado” (Godino, 2009, p. 25-27) y tras algunas adaptaciones de éstas el instrumento permitió a su vez valorar la idoneidad didáctica de los procesos instruccionales.

3. Resultados

Como resultado de los análisis de los procesos de enseñanza desarrollados por los dos profesores en estudio, en este apartado se presentan algunos de los elementos que permitieron describir el CDM. Uno de ellos fue el Significado Institucional de Referencia, (SIR) determinado con base en el análisis de lo que establece el programa de la materia para las ecuaciones cuadráticas. Éste consiste esencialmente en promover a la ecuación cuadrática como un modelo algebraico, poniendo mayor énfasis en el estudio de los métodos algebraicos para su resolución.

3.1. El CDM evidenciado por el profesor A

Las situaciones problema a las que recurre el profesor se caracterizan, en primer lugar, por tratar de desarrollar en los estudiantes la transición del lenguaje verbal al algebraico,

esto lo hace evidente desde su discurso, argumentando que esta transición es primordial en el estudio de la asignatura. Las situaciones-problemas son geométricos y algebraicos, buscando a través de esto modelar ecuaciones cuadráticas como resultado del cálculo de áreas de rectángulos, así como ejercicios de aplicación de la fórmula general, el cual es el único procedimiento que se presenta al estudiante. Evidencia, sin embargo, conocimiento de varios procedimientos para determinar las soluciones de la ecuación cuadrática (factor común, completar el trinomio cuadrado perfecto).

Hace uso de conceptos como forma general de una ecuación cuadrática; ecuación cuadrática incompleta (mixta o pura) o completa; fórmula general; trinomio cuadrado, como objetos intervinientes en la práctica. Los lenguajes son de tipo verbal, algebraico, icónico y numérico, los cuales le permiten presentar de manera adecuada las situaciones problemas o conceptos que se consideran aptos al nivel educativo. Se observa, además, que los contenidos presentados por el profesor se pueden alcanzar puesto que se considera que éstos tienen una dificultad manejable.

A pesar de ello pareciera que éstos no tienen aplicación en contextos reales, además de no captar la atención o el interés del estudiante. La participación del estudiante se restringe a completar frases o contestar preguntas propuestas por el profesor, quien busca identificar las principales dificultades o los errores que normalmente cometen, utilizando la confrontación directa como una estrategia para que los estudiantes pierdan el miedo y la vergüenza de equivocarse o exponer dudas al momento de resolver problemas matemáticos.

Las interacciones alumno-alumno se notan ausentes. Durante la interacción de tipo docente-discente el profesor se dedica a señalar los errores cometidos por los estudiantes y determinar las estrategias que éstos deberán de realizar para obtener las soluciones a los problemas; en otras palabras, les resta autonomía. Hace uso de algunas preguntas donde pareciera que la finalidad es percatarse si los alumnos tienen o no los conocimientos previos necesarios para el desarrollo del tema. Los contenidos promovidos por parte del profesor, así como su implementación, se corresponden con las directrices curriculares.

Todo esto se evidencia, tanto de manera explícita como implícita, puesto que el profesor asegura conocer el programa de la materia; el tiempo que se establece para el estudio se restringe a cincuenta minutos mientras que el programa de la materia le asigna un total de 8 horas; hace hincapié en que solamente estudia el método de la fórmula general por acuerdos entre los profesores de la institución. No se hace evidente, por lo menos para el tema en particular, conexiones de tipo interdisciplinarias y las conexiones de tipo intradisciplinarias se establecen con temas anteriores. Los recursos mediacionales a los que se recurre durante la práctica operativa son los tradicionales: pizarrón, módulos de aprendizaje, marcadores, lápiz, cuadernos, entre otros. La idoneidad didáctica del proceso de estudio que implementa se considera media, obteniendo mayor idoneidad (media-alta) en la faceta epistémica, mientras que las facetas interaccional, mediacional y afectiva se valoran con baja idoneidad.

Entre otros aspectos que son posibles caracterizar se encuentran las configuraciones de objetos y procesos (didácticos y matemáticos) implementados. En particular, se puede determinar que el profesor A recurre al uso de una configuración epistémica formalista (Font y Godino, 2006, p.72). No obstante, ésta carece de demostraciones formales, más bien son presentadas como proposiciones o argumentos que justifican el uso del

procedimiento promovido (fórmula general). Los conceptos ya se suponen conocidos, otros en cambio son introducidos como definiciones o procedimientos.

Las situaciones problema se enmarcan dentro del contexto intra-matemático, y son utilizadas como medio para aplicar el método de solución que se promueve, además se presentan una serie de problemas descontextualizados. Los objetos matemáticos se distribuyen en el tiempo predominando los estados situacionales y lingüísticos; sin embargo, podemos observar en menor medida los estados actuativo, conceptual, proposicional y argumentativo.

Con respecto a la secuencia de actividades que realiza el profesor durante el proceso instruccional (trayectoria docente), las funciones docentes (Godino, Contreras & Font, 2006) de asignación, regulación y evaluación se observan en mayor medida mientras que la función de motivación, así como planificación se notan casi ausentes. Análogamente, con relación a la descripción de las trayectorias epistémica y docente es posible determinar “el sistema de funciones/acciones que desempeña un alumno a propósito de una configuración epistémica” (Godino, et al, 2006, p.20). Las acciones que predominan son: demanda y recuerdo, mientras que exploración, formulación recepción, ejercitación se observan en menor medida, notando ausente la acción de evaluación.

Se puede observar que el desarrollo del proceso instruccional cumple con algunos de los requisitos de los programas de estudio. Además se puede determinar que el profesor utiliza los objetos matemáticos como herramientas para dar solución a problemas de aplicación en contextos matemáticos. Con respecto a las normas de índole social, se encuentran acuerdos implícitos, como el hecho de guardar silencio cuando el profesor desarrolla el tema, no se puede utilizar celular en el aula y se debe pedir permiso para poder acceder a ella. Por otra parte, es posible determinar algunas de las normas institucionales (que en ocasiones se pueden considerar como invisibles o pasar desapercibidas), por ejemplo, el uso del uniforme en la institución, la prohibición de consumir alimentos en el aula de clase, prohibido fumar, entre otras.

3.2. El CDM evidenciado por el profesor B

El profesor B hace uso de dos representaciones de la ecuación cuadrática; la algebraica y la gráfica. Recurre a objetos intervinientes que le permiten la emergencia de los objetos matemáticos propios del tema.

Las situaciones que propone se restringen al contexto matemático, específicamente al contexto algebraico. Las ecuaciones cuadráticas (ejemplos) le permiten la emergencia del concepto ecuación cuadrática completa e incompleta asociando la forma de éstas con la forma general de una ecuación de segundo grado. Además, se observa el tránsito entre lenguaje verbal, algebraico y gráfico. Los procedimientos se suponen conocidos (factorización por factor común, factorización de un trinomio como producto de binomios) pero adaptados al tema y al nivel educativo. Sin embargo, las situaciones problema de las que se hace uso no son una muestra representativa de lo propuesto en el programa de la materia, pero si es posible identificar la articulación de situaciones de ejercitación y aplicación. En ocasiones y cuando el tiempo se lo permite dice hacer uso de situaciones de generación de problemas (problematización).

Los objetos matemáticos utilizados por el profesor (ecuación cuadrática, factorización, discriminante, solución de una ecuación lineal) se relacionan y conectan entre sí, además se puede observar que el profesor identifica y articula los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas que realiza. Por otra parte, el profesor identifica posibles generalizaciones de la tarea, el estudio de la parábola como lugar geométrico, como función cuadrática (que se abordan en cursos posteriores durante el bachillerato), o bien el estudio de ecuaciones polinomiales como generalización de las ecuaciones que se han estudiado (lineales y cuadráticas) durante el semestre.

Además, el análisis permite determinar que la dificultad del contenido es manejable, si bien los problemas se enmarcan en el contexto intra-matemático, éstos son adaptados y modificados al nivel educativo. Además, aunque los problemas no permiten valorar la utilidad de la ecuación cuadrática, los problemas que propone pareciera logran captar la atención de los estudiantes, ya que plantean preguntas referentes al tema y a la evaluación que se realizará. El tema se desarrolla en dos sesiones, cincuenta minutos cada una, lo cual no se acerca al tiempo propuesto oficialmente.

Las interacciones docente-discente así como las interacciones discente-discente se notan ausentes, es decir, el profesor siempre juega el papel de expositor; esto lo hace porque argumenta que lo que pretende es proporcionar al alumno un panorama muy general del tema puesto que el tiempo no le permite, en este caso, realizar las interacciones entre alumnos, las que considera como trabajo en equipo o por parejas (binas). La participación de los estudiantes se desarrolla a través de preguntas a las que considera como “dirigidas” con las cuales busca percatarse, entre otras cosas, de los conocimientos previos de sus estudiantes. El profesor durante todo el proceso juega el papel de resolutor y expositor de problemas.

Como una estrategia para “evidenciar” y “evitar” los principales conflictos o dificultades al realizar las tareas propuestas, el profesor adapta y reelabora los ejercicios propuestos de tal manera que esta acción le permite presentar a los estudiantes las diversas maneras de proceder para determinar las soluciones, o bien el tipo de soluciones de las ecuaciones cuadráticas. Esta estrategia a su vez le da la oportunidad de conseguir el logro y acceso a todos sus estudiantes; un caso particular que vale la pena mencionar, es la presencia de un estudiante sordo, y aunque éste cuenta con un aparato auditivo, el adaptar las diversas situaciones permite al maestro explicar de diversas maneras a este alumno. Con este alumno es donde dedica un poco más de tiempo y es donde se percibe una interacción más personal.

Los recursos mediacionales a los que recurre son los tradicionales: lápiz, cuadernos, pizarrón, marcadores, calculadora, entre otros. Además, con respecto al uso de recursos tecnológicos digitales dice hacer uso de ellos cuando el tiempo, o bien las condiciones áulicas se lo permite. Con relación a la distribución y número de sus estudiantes, no parece afectar para el desarrollo de la clase, puesto que la mayor parte del tiempo logra tener el control del grupo.

Todo lo anterior, permite establecer que el profesor conoce e implementa los contenidos presentes en el currículo, así también se puede identificar que los contenidos promovidos y su implementación se corresponden con las directrices curriculares. Por otra parte, también se puede establecer que el profesor realiza tanto conexiones intra como inter disciplinarias. Entre los factores que el profesor argumenta tienen mayor

peso para realizar procesos instruccionales efectivos, se considera al grupo en general, puesto que asegura que si se tiene una buena respuesta por parte de sus estudiantes se puede desarrollar el programa de la materia de tal manera que se logre abordar por o casi por completo. Entre los factores no deseados señala las actividades extra aúlicas que la institución propone para sus estudiantes, y la falta de recursos que no le permiten el desarrollo adecuado de los temas para los alumnos que presentan alguna capacidad especial. Finalmente el profesor considera a la evaluación como un factor que puede repercutir en la faceta tanto afectiva como cognitiva del estudiante.

Se puede concluir que el profesor B hace uso de una configuración epistémica formalista; no obstante, esta configuración carece de demostraciones formales, más bien presenta proposiciones o argumentos que justifican el uso de los procedimientos promovidos. Por otra parte, algunos de los conceptos ya se suponen conocidos; sin embargo, son parte fundamental para la emergencia, por ejemplo, de los métodos para la solución de ecuaciones cuadráticas, otros en cambio son introducidos como definiciones o procedimientos. Las situaciones problema se enmarcan dentro del contexto intramatemático, y son utilizadas como medio para aplicar el método de solución que se promueve, así como para la emergencia de conceptos como ecuación cuadrática completa o incompleta.

Los objetos matemáticos, además, se distribuyen en el tiempo equilibradamente, siendo el estado argumentativo el predominante; el estado que en menor medida se desarrolla es el situacional. Las funciones docentes de motivación, asignación, regulación y evaluación son dominantes y están distribuidas de manera uniforme, mientras que las funciones de planificación e investigación se notan ausentes. Por otra parte, la trayectoria discente se puede describir de la siguiente manera: en mayor medida se encuentra el recuerdo, recepción y demanda; seguidas de la argumentación, exploración, formulación, aceptación, observándose la ausencia de la acción evaluación.

Nuevamente, se puede identificar que el profesor B se rige por los programas de estudio eligiendo aquellos elementos que considera primordiales presentar en un lapso muy breve. Con respecto a las normas de índole social, se pueden identificar como convenciones el hecho de guardar silencio cuando el profesor desarrolla el tema, se debe pedir permiso para poder acceder al aula de clase, se considera un tiempo no mayor de 10 minutos de retraso para acceder al aula, se debe contar con calculadoras. De manera similar a lo sucedido en el caso del profesor A, es posible determinar algunas de las normas institucionales (que en ocasiones se pueden considerar como invisibles o pasar desapercibidas), por ejemplo, el uso del uniforme en la institución, la prohibición de consumir alimentos en el aula de clase, prohibido fumar, entre otras.

Finalmente, tras el análisis descrito anteriormente, se puede concluir que la valoración de la idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza que implementa el profesor B es media-alta, particularmente en las facetas epistémica y ecológica; en las facetas cognitiva, afectiva e interaccional se valoran como media, mientras que la faceta mediacional es media-baja.

3. Reflexiones finales

Con base en lo anteriormente expuesto y con el fin de tratar de contestar la pregunta de investigación, podemos determinar que el CDM evidenciado por los profesores permite implementar el programa de la materia, buscando adaptar los contenidos que se piden

promover con base en lo que desde su punto de vista se considera “lo más importante”. Esto se considera una fortaleza del conocimiento que evidencian ambos profesores, es decir, su congruencia con el programa de estudios, puesto que ambos dan muestra de conocer los alcances que se pretenden en el currículo para este tema y nivel educativo. A pesar de ello, no debemos perder de vista que los conocimientos identificados guardan algunas diferencias.

Además es importante resaltar que en las facetas en las que los profesores alcanzan una mayor idoneidad didáctica (media alta) y una mayor coincidencia en los conocimientos evidenciados son la epistémica y ecológica. Mientras que el profesor A evidencia su conocimiento de la faceta ecológica en su discurso, el profesor con mayor experiencia la muestra en su práctica operativa. Con base en los resultados, se identifica una posible relación entre la formación inicial del profesor, el programa de la materia y las decisiones de los profesores al momento de seleccionar las tareas matemáticas a desarrollar en el tema de ecuaciones cuadráticas y que se ven reflejadas en las facetas epistémica y ecológica.

Sin embargo, el tiempo se considera el factor principal para el desarrollo del tema, tal vez esto impide que los profesores alcancen una idoneidad alta en estas facetas, ya que no se logra presentar una muestra articulada de situaciones problemas que permitan la contextualización en situaciones reales (valorar la utilidad de las matemáticas), ejercitación y aplicación de los diversos métodos que se establecen en el significado institucional de referencia.

Por otra parte, en las facetas en las que se encontró mayor discrepancia son las relativas a la faceta cognitiva, afectiva e interaccional. Si bien se puede establecer que ambos profesores consideraron los mismos conocimientos previos en sus estudiantes, el profesor B obtuvo mayor idoneidad didáctica en estas facetas; en este caso, una posible hipótesis es que la experiencia docente es una fuente de conocimiento. Con respecto a la faceta mediacional, ambos profesores presentan una valoración similar.

Un aspecto que se considera importante reportar es el hecho de que el enfoque por competencias se nota ausente. De cualquier forma, se reconoce que los profesores evidencian aspectos de las siguientes competencias:

1. Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo.
2. Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo; en este caso se puede observar en el caso del profesor A la creación de ambientes autónomos, mientras que el profeso B construye ambientes para el aprendizaje colaborativo.

Las principales dificultades que afrontaron los investigadores al igual que los profesores, fue el tiempo, teniendo como consecuencia no haber tenido acceso a la observación del proceso de la evaluación de los aprendizajes. Esto limita la caracterización principalmente en la faceta cognitiva, puesto que no es posible determinar si los diversos métodos utilizados por el profesor en la evaluación le indican si los estudiantes logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias que fija como objetivos antes del desarrollo del tema.

Sintetizando, en este trabajo presentamos un análisis del CDM de dos profesores de bachillerato evidenciado antes y durante el desarrollo del tema “Resuelve ecuaciones cuadráticas I”, considerando para dicha caracterización las seis facetas y cuatro niveles

de análisis propuestos en (Godino, 2009). Si bien existen algunas investigaciones realizadas con base en este modelo teórico, estas corresponden a la caracterización del CDM del futuro profesor (o bien profesores en formación) en los niveles medio superior y básico en México (Pino-Fan y Godino, 2015; Mendoza y Del Castillo, 2016) y que se restringen a la caracterización en una o tres facetas del modelo. Por otra parte, aunque existe una ampliación del modelo, ésta se llevó a cabo paralelamente a la realización de esta investigación. Por lo tanto, los resultados aquí presentados son con base en la propuesta del 2009, no obstante, algunas de las conclusiones de este trabajo guardan una estrecha relación con la propuesta del modelo ampliado. Además, es necesario expresar la gran utilidad del modelo, puesto que permitió desarrollar una caracterización pormenorizada de los conocimientos del profesor, gracias a las herramientas que se proporcionan y la estructura que se sugiere seguir.

Referencias

- Breda, A., Font, V., y Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8(1), 4-41.
- Breda, A., Font, V. y Lima, V. M. R. (2016). Análise das propostas de inovação nos trabalhos de conclusão de curso de um programa de Mestrado Profissional em Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 10(2), 53-72.
- Casanova, M. A. (1998). *La evaluación educativa. Escuela básica*. Editorial Muralla, México.
- Ferreres, S. y Vanegas, Y. (2015). Uso de criterios de calidad en la reflexión sobre la práctica de los futuros profesores de secundaria de matemáticas. *Procedia: Social and Behavioral Sciences*, 196, 219-225.
- Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8(1), 67-98.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.
- Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. y Konic, P. (2012). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7(2), 1-21.
- Hernández, J., Sosa, L. y López, I. (2013). Los formadores de profesores como punto de inflexión en la educación. En R. Ibarra-Reyes, E. Bueno, R. Ibarra y J. Hernandez (Coords), *Diferentes perspectivas y posibles soluciones para la crisis en América Latina* (pp. 3376-3390). México: Unidad Académica de Ciencias Sociales.
- Mendoza, Q. E., y Del Castillo, B. A. (2016). Caracterización del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores de matemáticas de secundaria. *SAHUARUS Revista Electrónica de Matemáticas*, 74-83.

- Pino-Fan, L. y Godino, A. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *PARADIGMA*, 36(1), 87-109.
- Pochulu, M., Font, V. y Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, 19(1), 71-98.
- Secretaría de Educación Pública. (2008). *Acuerdo Secretarial No. 447, por el que se establecen las competencias docentes para quienes impartan educación media superior en la modalidad escolarizada*. México: SEP, DOF 29/10/2008.