Significado institucional de las distribuciones muestrales en libros de texto universitarios

Institutional meanings of sampling distributions in a sample of university textbooks

Santiago Inzunza Cazares

Universidad Autónoma de Sinaloa

Resumen

En el artículo se reporta una investigación sobre el significado de las distribuciones muestrales en una muestra de libros de texto universitarios desde una perspectiva ontosemiótica de la cognición matemática. Los resultados señalan que las aplicaciones más comunes se refieren a distribuciones muestrales (media y proporción) normales o aproximadamente normales con sus respectivas representaciones gráficas en forma de distribuciones teóricas de probabilidad. Los elementos conceptuales y propiedades se deducen del teorema central del límite con un simbolismo abstracto que trata de distinguir conceptos del ámbito poblacional y muestral. Las acciones y procedimientos están orientadas al calculo de probabilidades de resultados muestrales mediante la estandarización de la distribución muestral y uso de tablas de probabilidad.

Palabras clave: Distribuciones muestrales, significado de objetos matemáticos, enfoque ontosemiótico.

Abstract

We report a research on the sampling distributions meaning in a sample of university textbooks from an ontosemiotic perspective of mathematical cognition. The results indicate that the most common applications refers to normal or approximately normal sampling distributions (for mean and proportion) with their respective graphical representations in the form of theoretical probability distributions. The conceptual elements and properties are deduced from the central limit theorem with an abstract symbolism that tries to distinguish concepts from the population and sample. The actions and procedures are oriented to the calculation of probabilities of results of a particular sample by standardization of the sampling distribution and use of probability tables.

Keywords: Sampling distributions, meanings of mathematical objects, ontosemiotic approach.

1. Introducción

Las distribuciones muestrales son un concepto fundamental en el que se apoyan los métodos de inferencia estadística. Su enseñanza ha estado basada hasta ahora en un enfoque formal deductivo que requiere una adecuada comprensión de diversos conceptos de estadística y probabilidad (por ejemplo: población, parámetro, estadístico, muestreo aleatorio, variables aleatorias y distribuciones de probabilidad). Los desarrollos que se utilizan para su explicación son expresados a través de un lenguaje matemático que con frecuencia está fuera del alcance de muchos estudiantes – particularmente de aquellos que cursan carreras de ciencias sociales, educación y humanidades-, pero que al igual que estudiantes de otra carreras, requieren realizar e interpretar inferencias sobre poblaciones de interés en sus áreas de estudio; más aún, la distribución muestral descrita mediante una distribución teórica de probabilidad, no

Inzunza, S. (2017). Significado institucional de las distribuciones muestrales en libros de texto universitarios. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.* Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

resulta fácil de asociar con el proceso físico real que se utiliza en la selección de muestras de una población (Lipson, 2002).

Desde esta perspectiva, si bien muchos estudiantes aprenden las fórmulas y procedimientos para realizar los cálculos necesarios y resolver un problema que involucra distribuciones muestrales, no siempre logran comprender el proceso subyacente ni los conceptos involucrados en una inferencia, de tal forma, conceptos y propiedades como la variabilidad muestral, el efecto del tamaño de la muestra en la forma, centro y variabilidad de las distribuciones muestrales, así como el efecto del tamaño de muestra en la probabilidad de un resultado en particular, considerados elementos claves para comprender e interpretar los resultados en inferencia estadística, permanecen obscuros e incomprendidos por muchos estudiantes.

En este contexto y como punto de partida para el diseño de trayectorias hipotéticas de aprendizaje (Simon y Tzur, 2004) basadas en el uso de ambientes computacionales que buscan desarrollar una comprensión y razonamiento adecuado de las distribuciones muestrales (Inzunza, 2009; Inzunza, 2010, Inzunza, 2015), nos hemos propuesto como objetivo general de investigación, identificar el *significado institucional* que se asigna a este tema en el nivel universitario. Para identificar dicho significado, hemos optado por un enfoque ontosemiótico (EOS) de la cognición e instrucción matemática. Este enfoque ha sido propuesto por Godino y Batanero (1994; 1998), y en los años recientes diversas investigaciones han reportado sobre el significado de diversos conceptos matemáticos utilizando el enfoque ontosemiótico, las cuales han sido punto de partida para el análisis didáctico y diseño de secuencias instruccionales (por ejemplo: Alvarado y Batanero, 2008; Cobo y Batanero, 2004; Godino, Batanero y Roa, 2005).

2. Elementos teóricos del Enfoque Ontosemiótico (EOS)

En el enfoque EOS los elementos de significado de un objeto matemático son observables a través del *sistema de prácticas* que se utilizan para resolver situaciones características de un campo de problemas, lo que da al EOS una perspectiva pragmática; por otra parte, estos significados suelen variar dependiendo del uso que se hace del objeto matemático en un cierto contexto o institución, lo cual le agrega además una perspectiva antropológica (Godino y Arrieche, 2001). Es decir, en el enfoque EOS el significado institucional de un objeto matemático tiene que ver con el significado que el objeto tiene para un determinado grupo de profesionales interesados en situaciones-problema de donde este emerge. En el sistema de prácticas intervienen diversas entidades o elementos que se ponen en juego de manera interrelacionada en la actividad matemática involucrada en la resolución de situaciones-problema. Para dar cuenta de dicho sistema de prácticas y describir la actividad matemática realizada, en Godino (2002) se propone una tipología de cinco elementos, de acuerdo con las diversas funciones que desempeñan en el trabajo matemático. Esta tipología constituye los elementos o componentes de significado que permiten establecer tanto el significado personal como institucional de los objetos matemáticos. Dichos elementos así como sus funciones específicas son:

1. *Situaciones-problema (elementos fenomenológicos).* Constituyen el campo de problemas del cual emerge el concepto. Son las tareas que inducen la actividad matemática. Por ejemplo, problemas que para su resolución se requiere de las distribuciones muestrales, por ejemplo: calcular cuáles valores muestrales son más probables que otros o la probabilidad de un resultado muestral en particular.

2. *Lenguaje (elementos representacionales).* Constituye las representaciones de los conceptos. Por ejemplo, las diversas representaciones de una distribución muestral, ya sea como histograma (distribución empírica), mediante una curva suave como la distribución normal (distribución teórica). De igual forma, las distintas notaciones para representar a los conceptos que forman parte de las distribuciones muestrales, tales como parámetros, estadísticos, poblaciones, muestras.
3. *Acciones (elementos procedimentales).* Es lo que hace el sujeto ante las tareas matemáticas que le son planteadas (operaciones, algoritmos, procedimientos). Por ejemplo, estandarizar la distribución muestral, sustituir datos y calcular la probabilidad de una muestra utilizando la distribución normal.
4. *Conceptos y propiedades (elementos conceptuales).* Son los conceptos y propiedades que se ponen en juego en la resolución de situaciones-problema. Ejemplos de ello serían que los estudiantes comprendan el efecto del tamaño de muestra en el valor de la probabilidad de una muestra o en la variabilidad muestral, el centro y la forma delas distribuciones muestrales (teorema central del límite).
5. *Argumentaciones (elementos validativos).* Se utilizan para validar, explicar o comunicar las acciones realizadas o los resultados obtenidos. Por ejemplo cuando se explica que la probabilidad de un resultado es mayor en una distribución que en otra como consecuencia del tamaño de la muestra, utilizando para ello una gráfica de ambas distribuciones.

Tomando en cuenta la tipología anterior, procedimos a determinar el significado institucional mediante un análisis epistémico de una muestra representativa de libros de texto de estadística para estudiantes universitarios (ver referencias). Dichos libros son una referencia confiable para determinar el significado, pues son utilizados por los profesores para impartir su clase de probabilidad y estadística, además, sus autores poseen reconocido prestigio en la materia, lo que ha dado lugar a que algunos de los textos hayan sido editados y reimpresos varias veces. Hemos restringido nuestro análisis a las distribuciones muestrales de la media y la proporción, por ser dos estadísticos muy importantes que cubren una amplia gama de aplicaciones en los textos de estadística, y a los que con frecuencia se reduce la enseñanza de las distribuciones muestrales en los primeros cursos universitarios.

3. Significado institucional de las distribuciones muestrales en un curso introductorio de estadística a nivel universitario

3.1. Situaciones-problema (elementos fenomenológicos)

En todos los libros consultados se observó la tendencia de considerar principalmente distribuciones muestrales normales o aproximadamente normales, ya sea porque se asume que la distribución de la población es normal o porque el tamaño de la muestra es lo suficientemente grande -por lo general mayor o igual a 30-. Usualmente, las situaciones de normalidad en las distribuciones muestrales, los autores las clasifican en diversos casos, de acuerdo a ciertos supuestos que se hacen sobre la información disponible de la población. La clasificación es la siguiente:

- Población normal, σ conocida y cualquier tamaño de muestra.
- Población cualquiera, tamaño de muestra grande $(n > 30)$ σ conocida o desconocida (aplican el teorema del limite central).

- Población normal, tamaño de muestra pequeño ($n < 30$), σ conocida.
- Población normal, tamaño de muestra pequeño, ($n < 30$), σ desconocida.

En los primeros tres casos utilizan la distribución normal para calcular las probabilidades de alguna muestra en particular, mientras que en el último caso, utilizan la distribución t-student. En cuanto a las formas de razonamiento implicadas para resolver los diversos problemas donde se aplican las distribuciones muestrales, identificamos dos categorías bien diferenciadas:

1. Problemas que implican un razonamiento deductivo. En este tipo de problemas se suponen conocidos la distribución de la población y los valores de sus parámetros, y a partir de ellos, se plantea conocer aspectos como:

- Determinar la probabilidad de ciertos resultados muestrales.
- Construir intervalos de confianza en términos de desviaciones estándar, esto es, utilizando propiedades de la distribución normal (regla empírica).
- Determinar el tamaño de la muestra, para un error de muestreo y una confianza especificada.

Cabe señalar que la primer situación es la que predomina en todos los libros, y constituye el tipo de problemas más prototípicos de la categoría deductiva. Algunos ejemplos de este campo de problemas se muestran a continuación:

> Una empresa utiliza una máquina para llenar las botellas de un refresco. Se supone que las botellas contienen 300 ml. En realidad el contenido de las botellas varía según una distribución normal de media de 298 ml. y desviación estándar de 3 ml. ¿Cuál es la probabilidad que los contenidos de un paquete de 6 botellas sea menor que 295ml? (Moore, 1995).

En este tipo de problemas, se sabe de antemano que la población posee distribución normal y la desviación estándar de la población es conocida, así que aplicando el teorema del limite central sabemos que la distribución muestral tiene también una distribución normal con media $\mu_{\bar{x}} = 298$ y desviación estándar igual a $\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n} = 3/\sqrt{6}$. Posteriormente se procede a estandarizar la distribución muestral $z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma_{\bar{x}}}$ y se calcula el área que corresponde a z en las tablas de la distribución normal estandarizada.

Otra situación frecuente es la que se presenta a continuación:

> Un ingeniero de control de calidad selecciona para su inspección una muestra aleatoria de 100 interruptores que forman parte de un gran envío. El ingeniero aceptará el envío si no encuentra más de 9 interruptores defectuosos en la muestra. El ingeniero no lo sabe pero el 10% de los interruptores del envío es defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que no haya más de 9 interruptores defectuosos en la muestra de 100?, ¿Cuál es el número medio de interruptores que no pasarían la inspección en la situación planteada? (Moore, 1995)

En este caso se tiene una población con distribución binomial de parámetros $n = 100$ y $p = 0.10$. Dado que la muestra es grande, se supone que la distribución muestral de la proporción $\hat{p}$ será aproximadamente normal, como consecuencia del teorema central del limite. Los parámetros de la distribución muestral son: $\mu_{\hat{p}} = 0.10$ y $\sigma_{\hat{p}=}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{0.10\times0.90}{100}}$. Estandarizando la distribución muestral de $\hat{p}$, $z = \frac{\hat{p}-p}{\sigma_{\hat{p}}}$, se calcula la probabilidad como el área correspondiente bajo la distribución normal.

2. Problemas que implican un razonamiento inductivo.

2.1. Intervalos de confianza. En este tipo de problemas -a diferencia de los de carácter deductivo-, los parámetros poblacionales son desconocidos y lo que se pretende es inferir su valor a partir de la información que proporcionan los datos de una muestra. En estos casos, el conocimiento de la distribución muestral del estadístico que se utiliza como estimador del parámetro, es fundamental para realizar las inferencias. Las dos principales técnicas de inferencia estadística que se utilizan en los libros seleccionados son la estimación por intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis.

En este tipo de problemas, persiste la tendencia observada en todos libros, de plantear situaciones donde se supone que las distribuciones muestrales son normales o aproximadamente normales, con la misma clasificación que señalamos anteriormente. La forma que adoptan los intervalos de confianza para la media poblacional es la siguiente:

- $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, población normal y σ conocida, o población cualquiera y tamaño grande de muestra (aplicando el teorema central del límite).
- $\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$, población normal y σ desconocida con tamaño de muestra pequeño.
- $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$, población cualquiera, tamaño de muestra grande y σ desconocida.

Un ejemplo de intervalo de confianza se señala a continuación:

> ¿Cuánto tiempo gastan los usuarios en navegar por internet?. Un servidor de internet llevó a cabo una encuesta con 250 de sus clientes y encontró que la media de tiempo que los usuarios pasan en línea era de 10.5 horas por semana con una desviación estándar de 5.2 horas. Construya un intervalo de confianza de 95% para el tiempo medio que pasan en línea todos los usuarios de este servidor de internet en particular.

2.2. Prueba de hipótesis. El propósito de una prueba de hipótesis es determinar si el valor supuesto de un parámetro poblacional debe aceptarse como válido, con base en la evidencia que proporcionan los datos de una muestra. De nueva cuenta, el caso prototípico en los textos analizados es considerar normal o aproximadamente normal a la distribución muestral del estadístico. Un ejemplo de prueba de hipótesis sería el siguiente:

> Los ingresos promedio por semana para mujeres en puestos directivos son $5,300. ¿Los hombres en los mismos puestos tienen ingresos promedio por semana superiores a los de las mujeres?. Una muestra aleatoria de 40 hombres en puestos directivos mostró una media de $5500 y una desviación estándar de 150. Pruebe la hipótesis apropiada con un nivel de significación de 0.01.

3.2. Lenguaje (elementos representacionales).

1. Representaciones gráficas.

El uso de este tipo de representaciones es generalizado en todos los textos, en algunos con mayor frecuencia que en otros. Las representaciones gráficas para distribuciones muestrales que se utilizan principalmente son las distribuciones teóricas normales, sin embargo, algunos textos utilizan histogramas para representar distribuciones empíricas y ajustes de distribuciones empíricas a distribuciones teóricas, aunque en mucho menor medida y solo cuando introducen el concepto, como buscando que el lector establezca una relación entre ambas distribuciones. Otro tipo de representación gráfica utilizada con frecuencia por todos los textos, es la sombreada de áreas bajo la distribución, en la que se representa la probabilidad que se desea calcular. Los casos típicos son áreas de cola derecha, cola izquierda e intervalo central.

2. Representaciones numéricas

Sin duda, la representación numérica más utilizada en todos los textos, es la tabla de probabilidad normal estandarizada ($\mu = 0, \sigma = 1$). En los libros que abordan distribuciones muestrales empíricamente –aunque de manera escasa-, (por ejemplo, Moore, 1995; Mendenhall, Beaver y Beaver, 2002), se utilizan tablas de datos y tablas de frecuencias con valores de estadísticos.

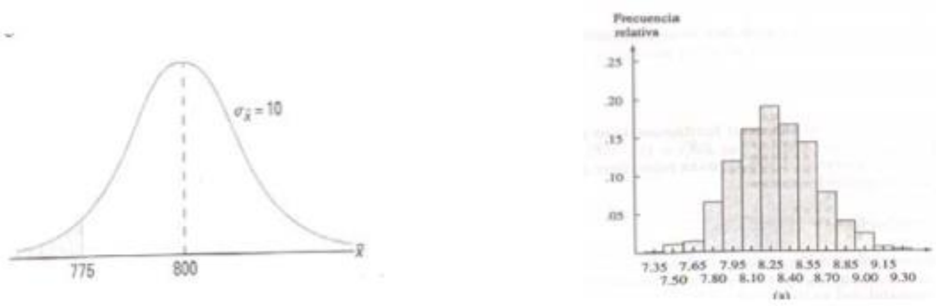

Figura 1. Ejemplos de representaciones gráficas de las distribuciones muestrales

3. Representaciones simbólicas

Hemos encontrando una gran uniformidad en las representaciones simbólicas de los conceptos más representativos, las cuales se muestran a continuación:

Tabla 1: Representaciones simbólicas de las distribuciones muestrales

Concepto	Representación simbólica
Población	N
Muestra	N
Media poblacional	μ
Media muestral	$\bar{x}$
Varianza poblacional	σ^2
Varianza muestral	S^2
Proporción poblacional	P
Proporción muestral	$\hat{p}$
Distribución muestral de la media	$\mu_{\bar{x}} = \mu \ \sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$
Distribución muestral de la proporción	$\mu_{\hat{p}=}p \ \ \sigma_{\hat{p}} = \sqrt{p(1-p)/n}$
Expresiones de estandarización	$z = \bar{x} - \mu/\sigma_{\bar{x}} \ \ z = \hat{p} - p/\sigma_{\hat{p}}$
Expresiones para cálculo de probabilidades	$P(\bar{x} < a), P(\bar{x} > a), P(a < \bar{x} < b)$
	$P(\hat{p} < a), P(\hat{p} > a), P(a < \hat{p} < b)$

3.3. Acciones (elementos procedimentales)

1. Problemas que implican un razonamiento deductivo

En todos los textos, predomina el enfoque basado en variables aleatorias y distribuciones de probabilidad para abordar los problemas de distribuciones muestrales. Hemos identificado las siguientes acciones y procedimientos para resolver este tipo de problemas:

1. Identificar si la distribución muestral del estadístico es normal o se puede considerar aproximadamente normal. Hemos señalados anteriormente tres posibles casos (para el caso de la media) para que esto suceda. Cuando el problema trata de proporciones, se debe comprobar previamente si la aproximación de la distribución binomial a la normal es apropiada. Esto se hace

aplicando la regla $np > 5, n(1-p) > 5$. Se calculan los parámetros de la distribución muestral $\mu_{\bar{x}}$ y $\sigma_{\bar{x}}$ para el caso de la media, y $\mu_{\hat{p}}$ y $\sigma_{\hat{p}}$ para el caso de la proporción.
2. Estandarizar la distribución muestral del estadístico: $z = \frac{\hat{x}-\mu}{\sigma_{\bar{x}}}$; $z = \frac{\hat{p}-p}{\sigma_{\hat{p}}}$.
3. Construir una gráfica de ella indicando sus medidas descriptivas y sombreando el área cuya probabilidad se desea calcular.
4. Utilizar las tablas de probabilidad de la distribución normal estándar para calcular la probabilidad, o dada la probabilidad, encontrar los valores de z para determinar un intervalo de confianza.

Las acciones señaladas anteriormente son comunes en todos los libros consultados, sin embargo, algunos textos, especialmente el de Moore (1995), dan un espacio al proceso de obtener una distribución muestral en su forma empírica, generalmente apoyándose en el uso de tablas de números aleatorios. El enfoque planteado por Moore nos interesa pues aunque es el único texto que aborda de forma más sistemática el aspecto empírico de las distribuciones muestrales, de cualquier forma es una aportación al significado del concepto en estudio. Las acciones que hemos identificado para resolver un problema de distribuciones muestrales por esta vía son:

- Tomar un gran número de muestras de una misma población.
- Calcular el estadístico correspondiente (media o proporción) en cada muestra.
- Construir una tabla de frecuencias con los valores obtenidos.
- Dibujar una representación gráfica (usualmente histograma) con los valores del estadístico.
- Calcular las medidas descriptivas de la distribución.

3.4. Conceptos y propiedades (elementos conceptuales)

Las distribuciones muestrales tienen la peculiaridad de ser un concepto en el que se involucran a su vez diversos conceptos, tanto del ámbito de la probabilidad como de la estadística. Dos tipos de definiciones sobre distribuciones muestrales hemos encontrado en la revisión de los textos. Cada una de ellas tiene que ver con el enfoque (teórico o empírico) adoptado para el desarrollo y aplicación del concepto.

1. La distribución muestral como la distribución teórica de probabilidad de un estadístico.

Los textos que utilizan este tipo de definición tienen en común que enfatizan en el uso de variables aleatorias como base para desarrollar el concepto de distribución muestral. Este tipo de definición se da en la mayoría de los textos revisados.

2. La distribución muestral como la distribución empírica de los valores del estadístico en todas las posibles muestras de igual tamaño de la misma población.

Se utiliza el concepto de muestreo repetido como un medio para construir la distribución muestral de un estadístico. En el texto de Moore es donde encontramos mayor énfasis en este tipo de definición. Sin embargo, algunos textos que manejan rasgos de los dos tipos de definiciones anteriores. Por ejemplo en Mendenhall et al. (2002) se definen de la siguiente manera:

> la distribución muestral de un estadístico es una distribución de probabilidad para los valores posibles del estadístico que resulta cuando se extraen repetidamente de la población las muestras aleatorias de tamaño n. (p. 251).

Mientras que otros textos que usan el primer tipo de definición, introducen el concepto de distribución muestral a través de un ejemplo en contexto de muestreo repetido, es decir, hacen uso del segundo tipo de definición (por ejemplo, Johnson, 1997, Mendenhall et. al., 2002). A manera de conclusión podemos decir, que la definición de distribución muestral que más aparece en los textos, es la definición como distribución de probabilidad del estadístico. En cuanto a la definición de distribución muestral como distribución empírica del estadístico en un muestreo repetido, solo aparece expresada en pocos textos y sin su correspondiente aplicación, salvo algún ejemplo aislado par mostrarla. Vemos en este tipo de definición un enfoque más estadístico que probabilístico, que lo hace apropiado para implementarlo por medio de un enfoque empírico basado en simulación.

Un concepto de suma importancia que influye sobre la forma de las distribuciones muestrales es el teorema del límite central. Mendenhall, Wakerly y Scheaffer (1994) lo enuncia en forma de teorema:

> Sean $Y_1, Y_2, \ldots . Y_n$ variables aleatorias independientes y distribuidas idénticamente con $E(Y_i) = \mu$ y $V(Y_i) = \sigma^2 < \infty$. Definimos $U_n = \sqrt{n}\left(\frac{\bar{Y}-\mu}{\sigma}\right)$. Entonces la función de distribución de U_n converge a una función de distribución normal estándar cuando $n \to \infty$. (p, 299).

Otras propiedades son:

1. Si la población tiene distribución normal, la distribución muestral de $\bar{X}$ se distribuirá de manera exactamente normal, sin importar el tamaño de la muestra n.
2. El centro de la distribución muestral de la media es igual a la media de la población $E(\bar{X}) = \mu$
3. La desviación estándar (error estándar) de la distribución muestral de la media es $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
4. La variabilidad de la distribución muestral de la media disminuye conforma aumenta el tamaño de la muestra.
5. La media de la distribución muestral de la proporción es igual a la proporción poblacional (p) $E(\hat{p}) = p$
6. La desviación estándar (error estándar) de la distribución muestral de la proporción es $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$
7. Cuando el tamaño de la muestra n es grande, la distribución muestral de p se puede aproximar mediante la distribución normal. La aproximación será adecuada si $np > 5, n(1-p) > 5$.

3.5. Argumentaciones (elementos validativos)

Un tipo de argumentación utilizada ampliamente es considerar que la distribución muestral es aproximadamente normal cuando el tamaño de la muestra es mayor a 30, sea cual sea la distribución de la población, porque el teorema central del limite lo establece. Algunas de las argumentaciones que más se emplean en los libros consultados se muestran a continuación:

- *Validación a través de una representación gráfica:* Propiedades como la variabilidad de la distribución muestral, que depende del tamaño de la muestra y el centro de la distribución muestral que es igual al parámetro poblacional, se pueden argumentar mediante el uso de representaciones gráficas. En muchos textos analizados observamos este tipo de validaciones. Otro tipo sería cuando se ajusta una distribución normal empírica a una distribución muestral teórica, con la finalidad de ver si los resultados obtenidas empíricamente mediante simulación se aproximan a los resultados teóricos.

- *Validaciones deductivas:* Este tipo de validaciones se presenta cuando se enuncia una propiedad por medio de una demostración. Encontramos algunas validaciones de este tipo en los libros consultados, sobre todo en los más formales como Johnson (1997), Mendenhall et. al. (1994) y Walpole, Myers y Myers (1999).
- *Validaciones informales;* Frecuentemente este tipo de validación se da mediante el uso de representaciones gráficas y la comprobación de casos particulares conjuntamente para mostrar de manera intuitiva una propiedad. Por ejemplo, si aumentamos el tamaño de muestra varias veces y observamos que la media de la distribución muestral no es sensible a dicho aumento entonces decimos que el tamaño de la muestra no afecta su valor.

4. Conclusiones

Los resultados señalan que las aplicaciones más comunes de las distribuciones muestrales hacen referencia a distribuciones normales o aproximadamente normales, ya sea porque se supone una población es normal o como consecuencia del teorema central del límite. Las representaciones gráficas se presentan en forma de distribuciones teóricas de probabilidad con áreas sombreadas que indican rangos de valores muestrales que interesa conocer su probabilidad de ocurrencia. Los elementos conceptuales y propiedades de las distribuciones muestrales se deducen del teorema central del límite con un simbolismo abstracto que trata de distinguir conceptos del ámbito poblacional y muestral. Las acciones y procedimientos predominantes están orientadas al calculo de probabilidades de resultados muestrales mediante la estandarización de la distribución muestral y uso de tablas de probabilidad como representación numérica sobresaliente. En suma, el significado de las distribuciones muestrales que presentan los libros de texto universitarios está fuertemente ligado a la distribución normal como concepto teórico fundamental y a supuestos que exige el teorema del limite central, involucrando aspectos simbólicos complejos que combinan ámbito muestral y poblacional.

5. Referencias

Alvarado, H. y Batanero, C. (2008). Significado del teorema central del límite en textos universitarios de probabilidad y estadística. *Estudios Pedagógicos*, *34*(2), 7-28.

Cobo, B. y Batanero, C. (2004). Significados de la media en los libros de texto de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, *22*(1), 5-18.

Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 22*(2), 237-284.

Godino, J. (2003). Teoría de las funciones semióticas. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en, http://www.ugr.es/local/jgodino

Godino, J. D., Batanero, C. y Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving process by university students. *Educational Studies in Mathematics*, *60*(1), 3-36.

Godino, J. y Arrieche, M. (2001). El análisis semiótico como una técnica para determinar significados. Trabajo presentado en el *V Simposio de la SEIEM.*, Almería, Disponible en, http://www.ugr.es/local/jgodino

Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *14*(3). 325-355.

Godino, J. y Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. En A. Sierpinska y J. Kilpatrick (Eds.) *Mathematics Education as a research domain*: A search for identity (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer.

Inzunza, S. (2009). Construcción de significados sobre distribuciones muestrales y conceptos previos de inferencia en un ambiente de simulación computacional. *Educación Matemática*, *21*(1),119-149.

Inzunza, S. (2010). Entornos virtuales de aprendizaje: Un enfoque alternativo para la enseñanza y aprendizaje de la inferencia estadística. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, *15*(45), 423-452.

Inzunza, S. (2015). Dificultades en el desarrollo de una concepción estocástica de las distribuciones muestrales utilizando un ambiente computacional. En J. M. Contreras (Ed.), *Segundas Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 197-205). Granada: SEIEM.

Johnson, R. A. (1997). *Probabilidad y estadística para ingenieros*. Quinta edición. México: Prentice Hall,

Lipson, K. (2002). The role of computer based technology in developing understanding of the concept of sampling distribution. En B. Phillips (Ed.). *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics.* Cape Town South Africa.

Mendenhall, W. Beaver, R. y Beaver, J. (2002). *Introducción a la probabilidad y estadística.* México: Thompson.

Mendenhall, W., Wakerly, D. y Scheaffer, R. (1994). *Estadística matemática con aplicaciones*. Segunda edición. México: Editorial Iberoamérica.

Moore, D. S. (1995). *Estadística aplicada básica*. Barcelona: Antoni Bosch.r

Simon, M. A. y Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 91-104.

Walpole, R., Myers, R. y Myers, S. (1999). *Probabilidad y estadística para ingenieros*. Sexta edición. México: Prentice Hall.