Idoneidad didáctica de un proceso de estudio sobre el límite de una función

Didactical suitability of a study process on the limit of a function

Manuel García Armenteros[1], Ángel Contreras de la Fuente[1] y Alejandro García[2] González

[1]Universidad de Jaén, [2]Estudiante de Máster de la Universidad de Granada.

Resumen

En este trabajo, continuación de algunos anteriores sobre la enseñanza y aprendizaje del límite de una función en el nivel de primero del Bachillerato español, se utiliza el concepto de idoneidad didáctica, y las idoneidades parciales, interaccional, mediacional y afectiva, para analizar un proceso de estudio de seis clases sobre el citado concepto matemático.

Palabras clave: enfoque ontosemiótico; idoneidad didáctica; límite funcional.

Abstract

This work continues other previous papers on the teaching and learning of functional limit carried out in the level of the "Spanish Bachillerato". We have used the didactic suitability concept, in its interactional, meditational and emotional facets, to analyse a six lessons study process about the mentioned mathematical concept.

Keywords: onto-semiotic approach, didactical suitability, functional limit.

1. Introducción, marco teórico y antecedentes

En García (2008), se estudiaron los significados institucionales y personales del límite de una función en el proceso de instrucción de una clase de primero de Bachillerato. Se analizaron el significado institucional pretendido; el implementado, con el estudio de las trayectorias epistémica, docente, discente e instruccional; el significado institucional evaluado tras la elaboración de un cuestionario, con los correspondientes significados personales declarados por los alumnos en las respuestas al cuestionario y, por último, en un estudio aún incipiente, se analizaron algunos criterios de idoneidad, que se corresponden con la idoneidad epistémica, interaccional y cognitiva.

Otros estudios sobre el límite, también pertinentes como apoyo a este trabajo que ahora presentamos y que constituyen nuestros antecedentes en trabajos que tiene que ver con el límite y la idoneidad didáctica, son:

- Contreras y García (2011). En este trabajo, basado en el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática, se estudian los significados pretendido, evaluado y personal de un proceso de estudio sobre el límite de una función. Los resultados indican que, a pesar de que se analizan unas clases intuitivas sobre el límite, es decir, sin emplear la definición métrica del ε y δ, son muy numerosos los conflictos semióticos que muestran los estudiantes cuando se interrelacionan con dicho concepto.

- Contreras, García y Font (2012), tiene por objetivo analizar la estructura y funcionamiento de una clase de matemáticas en la que se enseña el límite de una

García Armenteros, M., Contreras, A. y García González, A. (2017). Idoneidad didáctica de un proceso de estudio sobre el límite de una función. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M. M. López (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.* Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

función de una forma intuitiva[1] en el primer curso del Bachillerato[2]. Este análisis se basa en el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática y está pensado para describir, explicar y valorar procesos de estudio matemático en el aula. El principal resultado es llegar a una valoración fundamentada de la idoneidad didáctica del proceso de estudio analizado.

En este trabajo, que ahora nos ocupa, se valora la actividad matemática sobre el límite de una función en seis clases de primero de Bachillerato observadas dentro del aula en 2014, en cuanto a tres idoneidades parciales (interaccional, mediacional y afectiva), a fin de poder tener más información de cara a responder a la pregunta básica de ¿cómo poder hacer una clase eficiente sobre el límite de una función?

Los *criterios de idoneidad didáctica* propuestos por el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, Batanero & Font, 2007; Godino, 2013; Breda, Font & Lima, 2015) son criterios que orientan un proceso de instrucción idóneo en el contexto donde se realiza:

1. Idoneidad Epistémica, para valorar si las matemáticas que están siendo enseñadas son "buenas matemáticas".
2. Idoneidad Cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de aquello que los alumnos saben, y después del proceso, si los aprendizajes adquiridos están cerca de aquello que se pretendía enseñar.
3. Idoneidad Interaccional, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos.
4. Idoneidad Mediacional, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción.
5. Idoneidad Emocional, para valorar la implicación (intereses, motivaciones,…) de los alumnos durante el proceso de instrucción.
6. Idoneidad Ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional (Font, Planas & Godino, 2010).

2. Objetivos

De los criterios de idoneidad que actualmente se consideran en el EOS (Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Bencomo, Font y Whilhelmi, 2006; Godino, Rivas y Arteaga, 2012; Godino, 2013; Godino, Batanero, Rivas y Arteaga, 2013), en este trabajo analizamos la idoneidad interaccional, mediacional y afectiva.

Se utilizan estas componentes de la idoneidad didáctica para valorar las clases observadas sobre la enseñanza del límite de una función, impartidas en un aula de 1º de Bachillerato, en octubre y noviembre de 2014, y cuyas transcripciones no se adjuntan por cuestiones de espacio.

---

[1] Se entiende por "forma intuitiva" en la enseñanza del límite de una función por aquella que no entra en la formalización del límite mediante δ y ε.

[2] Primer curso del Bachillerato español (estudiantes de 16 años).

3. Metodología

Para la observación de las seis clases, se ha tenido en cuenta la metodología seguida en Contreras, García y Font (2012), donde se utilizan constructos como la técnica topogenética de cooperación, diferenciación topogenética, técnicas cronogenéticas de control-delimitación y técnicas cronogenéticas de confrontación o cambio cognitivo. Además, se tiene en cuenta también Godino (2013) puesto que, a la hora de analizar los resultados de las diferentes clases observadas, se utilizan las distintas componentes y criterios de dichas idoneidades.

4. Idoneidad interaccional

Esta idoneidad se entiende como, el grado en que los modos de interacción profesor-estudiante permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje. A continuación, se aplican los indicadores (Godino, 2013), a las clases observadas, teniendo en cuenta que solamente se describen algunos de los indicadores.

4.1. Componente: Interacción docente-discente

Indicador: El profesor hace una presentación adecuada del tema.

Resultados obtenidos en las sesiones de clase:

En general, el profesor en el desarrollo de los temas utiliza el siguiente guión didáctico:

- Motivación de los estudiantes.

- Iniciación a las actividades propuestas o pertinentes.

- Utilización del modelo dialógico para desarrollar los aspectos teórico-prácticos.

Sin embargo, en algunas ocasiones, debido a la componente mediacional, el profesor emplea el modelo dogmático o lección magistral.

Todo lo anterior se efectúa a lo largo de los contenidos propios del límite.

A partir de la última sesión observada, se comienzan a dedicar clases al cálculo de límites de forma analítica, por lo que ya no constituye interés para nuestro trabajo.

Indicador: Se reconocen y resuelven los conflictos de significado de los alumnos.

Resultados obtenidos en las sesiones de clase:

Salvo en los escasos momentos en que el profesor utiliza la configuración instruccional de la lección magistral, se reconocen y resuelven los conflictos de significado. Presentamos algunos de los momentos de resolución, como los siguientes:

- Juego de preguntas y respuestas para dar valores pertinentes a la hora de calcular el límite cuando $x \to +\infty$ de una función polinómica y, al igual para $x \to -\infty$; para calcular el vértice de la gráfica de una función cuadrática. Hay evidencias de que los alumnos no lo recuerdan muy bien.

Sesión 1ª, unidad de análisis1:

> ***20. Profesor:*** *¿Podéis calcular el vértice de* $f(x) = x^2 + 3$*?*
>
> ***21. Alumno (José Díaz):*** *no se puede.*
>
> ***22. Profesor:*** *¿no se puede? Conocéis una fórmula, el vértice es V(0,3) ¿sí o no?*

A lo largo de todas las sesiones, también se establece un juego de preguntas y respuestas para corregir todos los ejercicios que se han ido proponiendo.

Indicador: Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento.

Resultados obtenidos en las sesiones de clase:

Dado que el uso de la configuración instruccional dialógica es la utilizada por el profesor a lo largo de las sesiones, en general, ha procurado llegar a consensos con base al mejor argumento. Los momentos de consenso son los siguientes:

- El profesor consensúa las respuestas con los alumnos acerca del estudio de los límites de funciones, tanto desde el punto de vista gráfico como analítico. El consenso se obtiene mediante un debate dirigido por el docente, aunque, en ocasiones, se produce por asentimiento, bien por los alumnos, bien por el profesor.

Sesión 1ª, unidad de análisis 1:

> ***8. Profesor:*** *Y ahora vamos a darle valores grandes a la x: 10 (es todavía pequeño), 100, y dice a los alumnos "no creo que necesitéis calculadora".*
>
> ***9. Alumno (José):*** *da los primeros valores de f(x)*
>
> ***10. Alumna (Matilde):*** *da los otros valores de f(x)*
>
> ***11. Profesor:*** *si no lo veis claro le damos más valores a la tabla. ¿Estamos viendo qué le ocurre a las imágenes?¿Se acercan a algo?*
>
> ***12. Alumnos (en grupo):*** *que tienden a infinito*
>
> ***13. Profesor:*** *¿Aceptamos que esos valores tienden a más infinito?*
>
> ***14. Alumnos (en grupo):*** *sí*

Indicador: Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.

Resultados obtenidos en las sesiones de clase:

Los recursos retóricos y argumentativos que utiliza el profesor, por ejemplo, en las sesiones 1ª y 2ª, unidades de análisis 3 y 7, respectivamente (que se muestran a continuación), son los siguientes:

- Corrección de los límites en el infinito de varias gráficas: técnica topogenética de cooperación (el profesor y los alumnos construyen el saber), unidades 37 a 43; diferenciación topogenética (el profesor hace las preguntas, el alumno responde), unidades 38 y 39, 41 y 42; técnicas cronogenéticas de control-delimitación (demora o ralentización del saber, afirmación de avance del saber y cambio de fase), unidades 45, 46 y 47, y técnica cronogenética de confrontación o cambio cognitivo. Se echa en falta la técnica cronogenética de la determinación del momento propicio para la institucionalización del saber y la de incitación a la contestación. En muchas ocasiones el profesor pregunta y él mismo responde, unidades 90 a 94.

- Hay un momento en que el profesor entra en el desarrollo de una clase magistral para dictar las definiciones de límites (topogénesis descendente) para luego volver al marco dialógico (topogénesis ascendente).

- Cálculo de límites laterales mediante varios ejemplos gráficos: el profesor usa la técnica cronogenética de aceleración (valida e instituye sin contar con los alumnos) para volver, después, al modo dialógico formulando preguntas a los mismos. Tomando conciencia de la poca transparencia de este cálculo, utiliza la técnica cronogenética de ralentización, aunque se echa en falta la determinación del momento propicio para enunciar que, si los límites laterales no coinciden, no hay límite en el punto. Uso metafórico de las ramas de una función a trozos como las vías de un tren, que si no están unidas, descarrila.

Sesión 1ª, unidad de análisis 3:

37. Profesor: *Ejemplo 2. El enunciado es el mismo, pero le cambiamos el nombre a la función.*

Calcula $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ *y* $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ *siendo* $g(x)=\dfrac{2x+1}{x}$

38. Profesor: *Ahora me toca preguntaros ¿Qué valores podemos dar a la x?*

39. Alumnos (Matilde, Alberto, Antonio Gutiérrez): *10, 100, 1000.*

40. Profesor: *Vale y escribe*

x	*10 100 1000*
f(x)	

41. Alumnos: *¿Sólo esos?*

42. Profesor: *distribuye los valores por filas de alumnos y va preguntando a la primera fila la imagen de 10, a la 2ª la imagen de 100, a la 3ª la imagen de 1000. Pregunta ¿ocurre como antes? ¿decrece o crece? ¿se acercan a más infinito o a menos infinito?*

43. Alumnos: *No, discrepan.*

44. Profesor: *Esperad, acercarse a más infinito es que aquí (señala en la tabla de valores 2,1; 2,01; 2,001) se vayan haciendo cada vez más grandes y eso aquí no ocurre. ¿Se atreve alguien a decir que esto sale más grande que 2?*

45. Profesor: *fijaros en g y escribe:*

$$\frac{2x+1}{x}=\frac{2x}{x}+\frac{1}{x}=2+\frac{1}{x}$$

46. Profesor: *¿verdad que cada cero que ponemos arriba (señala la fila de la x en la tabla) abajo (se refiere a los valores de la función) se aproxima cada vez más a 2?*

47. Profesor: *¿cómo escribimos esto?* $\lim_{x\to+\infty} g(x)=2$ *y dice "el límite es ese número al cual se van acercando las imágenes".*

48. Profesor: *Vamos a calcular* $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ *y pide la participación de los alumnos.*

49. Alumna (Rocío Medina): *dice los valores –10, -100, -1000.*

50. Profesor: *Escribe en la tabla y dice para valores de x que van decreciendo las imágenes también tienden a 2 (sale 2) y escribimos…*

51. Profesor: *Pregunta antes ¿Podemos pensar que siempre el límite para x tendiendo a más infinito y menos infinito vale lo mismo?*

52. Alumno (Antonio Gutiérrez): *No, porque en el primero (se refiere al primer ejemplo) no salía igual.*

Sesión 2ª, unidad de análisis 7:

82. ***Profesor:*** *escribe la función siguiente* $g(x)=\begin{cases} x+1 & x\le 0 \\ x^2-3 & x>0 \end{cases}$ *y pide valores a los alumnos por la izquierda y por la derecha del 0.*

83. Alumnos (José, Alberto, Emilio): -1'1, -0'5, -0'1.

84. Alumnos (Teófilo): 0'9 es la imagen de –0'1.

85. Alumno (José Díaz y Alberto): 0'09 es la imagen de -0'1.

86. ***Profesor:*** *parece que no restamos muy bien.*

87. Alumno (José Díaz): las imágenes se acercan a 1.

88. ***Profesor:*** *tabla de valores para 0 por la derecha.*

89. Alumno (José Beltrán): 0'1, 0'01, 0'001...

90. ***Profesor:*** *estamos casi seguros de que el límite es -3.*

91. ***Profesor:*** *en este caso no hay límite cuando x tiende a 0.*

92. ***Profesor:*** *poner ahora vosotros un ejemplo de una función donde no exista límite.*

93. ***Profesor:*** *yo la voy a dibujar, sé que vosotros también sabéis hacerlo.*

94. ***Profesor:*** *veamos gráficamente los límites laterales. ¿Se ve que es 1 el límite por la izquierda? ¿Seguro?*

95. Alumnos: parecen dudar pero dicen que sí.

96. ***Profesor (habla metafóricamente):*** *esta parte de función va a ser una vía del tren. Veamos lo que le pasa al tren por la derecha.*

97. Alumno (José Díaz): que descarrila.

98. ***Profesor:*** *en los exámenes descarriláis.*

Indicador: se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase.

Este indicador se pone de manifiesto claramente en todas las sesiones observadas. El profesor siempre da pie a esta inclusión, pide colaboración y participación, y, como el número de alumnos es muy reducido, siempre se puede conseguir que todos los alumnos respondan individualmente a las preguntas lanzadas por el profesor. Se consigue, pues, una participación individual de todos ellos, hecho, por otra parte, que entra dentro de la lógica general, aparte de las respuestas en voz alta por parte de todos los asistentes (respuestas en grupo).

4.2. Componente: Autonomía

Indicador: Momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio.

Resultados obtenidos en las sesiones de clase:

- Los alumnos responden a las preguntas del profesor acerca de los límites en el infinito mediante la construcción de una tabla de valores; acerca del $\lim_{x\to+\infty}\left(x^2+3\right)$; acerca del límite de una función a trozos dada por su gráfica; acerca de cómo calcular el dominio de una función; acerca del límite de una función polinómica en $+\infty$ y $-\infty$, teniendo en cuenta los signos de los coeficientes principales y del infinito; acerca del $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$.

- Los alumnos exploran cómo es la gráfica de la función $f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$, comparándola con la gráfica de $f(x)=x+2$.

- Los alumnos responden a las preguntas del profesor acerca de los límites de una función dibujada en la pizarra y que presenta una asíntota horizontal; acerca del $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}$; acerca del límite de una función a trozos, definida gráficamente.

- Los alumnos representan gráficamente la función $f(x)=\begin{cases} x+1, x\leq 0 \\ x^2-3, x>0 \end{cases}$, y otras de ese tipo (son numerosos los casos y aquí explicitamos sólo unos cuantos).

Teniendo en cuenta las componentes e indicadores de esta idoneidad, podemos concluir que el grado de valoración es muy alto.

5. Idoneidad mediacional

Se entiende por idoneidad mediacional el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje (Godino, 2013).

El profesor de la asignatura entendía que este tema no se presta a un desarrollo tecnológico muy avanzado, pues con la calculadora es suficiente para comprender cómo la tendencia de una función hacia un valor determinado puede generar en su límite. Así pues, aparte de esta herramienta tecnológica y algún que otro cálculo algebraico, prescindimos de software de geometría dinámica, applets, hojas de cálculo (son prescindibles) y dispositivos de presentación interactiva, dado que la clase no disponía de ninguno de estos recursos tecnológicos.

Expresamos a continuación las componentes e indicadores de la idoneidad mediacional.

5.1. Componente: Recursos materiales

Indicador: Se usan materiales manipulativos.

Como hemos indicado, aparte del libro de texto, que constituye un magnífico guión léxico y gráfico del concepto de límite de función, y, aparte de la pizarra, que constituye el principal soporte del profesor, sólo se usa con cierta asiduidad la calculadora científica, ya que el uso del lenguaje tabular impera en casi todas las sesiones analizadas. No se precisan más recursos para entender el concepto de límite de función, que es el motivo de estas seis primeras sesiones. Los procedimientos y cálculos algebraicos que pueden seguir a este concepto no quedan analizados en este trabajo.

Indicador: Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos.

Consideramos que es un indicador muy interesante para entender la tendencia de algunas funciones que describen situaciones de la vida real, como los beneficios aportados por una empresa, gráficas de gastos o, incluso, estudios de mercado, pero para el concepto de límite, que es de lo que se trata, el principal contexto es la gráfica de una función, porque "visualiza" claramente lo que se pretende.

También es cierto que el profesor, para definir el concepto de límite, "huye" del formalismo típico del ε y el δ, tan riguroso en las definiciones por entornos, sustituyendo estos argumentos por frases más motivadas para los alumnos como *"…al tomar valores de x muy cercanos a* x_0*…", "…f(x) se hace tan grande como queramos…"*. Es más, en uno de los momentos en que el profesor "se deja llevar" por una definición más formal y dice *"…f(x) se aproxima…"*, inmediatamente después dice *"…perdón, quitamos eso de se aproxima…"*.

5.2. Componente: número de alumnos, horario y condiciones del aula

Indicador: el número y la distribución de los alumnos permiten llevar a cabo la enseñanza pretendida.

Este grupo de primero de Bachillerato es el único de la modalidad de Ciencias y Tecnología, y consta de 17 alumnos, 10 chicos y 7 chicas, por lo que consideramos un número ideal para nuestros objetivos. Los alumnos están dispuestos en mesas corridas en filas, con siete mesas por fila, y se distribuyen en tres filas, con seis, seis y cinco alumnos por fila, respectivamente. Las características de este indicador para este caso concreto son inmejorables.

Indicador: el horario del curso es apropiado.

De las seis horas de clase en que se distribuye un horario normal de centro, en este grupo, las horas de Matemáticas analizadas se han correspondido con la sexta, la cuarta, la cuarta, la quinta, la cuarta y la quinta horas, respectivamente. Sólo hay un día en el que los alumnos tienen la clase a última hora, aunque todas quedan para después del recreo.

Indicador: el aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.

Una vez descrita la distribución de los alumnos en apartados anteriores y viendo que se trata de un aula pequeña, con mucha luz, sin problemas de visión de pizarra o de sus propios compañeros por parte de todos los alumnos, donde todos se conocen desde hace muchos años, se puede decir que este “control” de todos hacia todos, alumnos-alumnos y profesor-alumnos, da unas condiciones inmejorables para el control exhaustivo del proceso instruccional.

5.3. Componente: tiempo de enseñanza y aprendizaje

Indicadores: el tiempo es suficiente para la enseñanza pretendida; se dedica suficiente tiempo a los contenidos.

Hemos considerado englobar en uno sólo los indicadores de esta componente, dado que van muy enlazados y relacionados entre sí.

Podríamos decir que estas sesiones se han visto marcadas por distintos tiempos de aprendizaje, en cuanto a: notación, estudio tabular, estudio gráfico, definiciones y resolución de ejercicios propuestos. Si consideramos que se han estudiado seis sesiones de unos cincuenta minutos cada una (hay unos diez minutos que se pierden entre que llega el profesor, los alumnos ocupan sus posiciones y se rellena el parte de faltas, que por cierto, las ausencias fueron escasísimas), el tiempo dedicado a cada uno de estos momentos, a lo largo de las sesiones, podría resumirse en la siguiente tabla:

Tabla 2. Porcentaje de tiempo dedicado al estudio

Momento de estudio	Porcentaje de tiempo dedicado	Duración aproximada
Notación de los distintos límites	10%.	30 minutos
Cálculo de límites por tablas de valores	10%.	30 minutos
Estudio de límites a partir de la gráfica de una función	15%.	45 minutos
Definiciones y propiedades	40%.	120 minutos
Resolución de ejercicios	25%.	75 minutos

Teniendo en cuenta las componentes e indicadores de esta idoneidad, podemos concluir que el grado de valoración es medio.

6. Idoneidad afectiva

La emisión de un juicio sobre la mayor o menor idoneidad afectiva del proceso de estudio se basa en el grado de implicación, interés y motivación de los estudiantes. Desde el punto de vista educativo, el logro de unos estados afectivos que interaccionen positivamente con el dominio cognitivo, tiene que ser objeto de consideración por parte de las instituciones educativas, y, en particular, por el profesor (Godino, 2013).

Veamos los componentes e indicadores seleccionados.

6.1. Componente: Intereses y necesidades

Indicador: Las tareas tienen interés para los alumnos.

La resolución de cualquier problema matemático lleva asociada una situación afectiva para el alumno, lo que pone de manifiesto un interés por la cuestión planteada. ¿Cómo puede ponerse esto de manifiesto en nuestro grupo de alumnos? Con el proceso de devolución: los alumnos se comprometen a realizar la tarea, participan en clase, debaten entre ellos y consensuan la solución, a veces sin la intervención del docente, lo que da muestra del interés mostrado en el proceso de resolución.

Indicador: se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.

No hay situaciones contextualizadas que respondan a este indicador.

6.2. Componente: emociones

Indicador: se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.

El profesor fomenta la participación porque en ningún momento deja de lado a los alumnos, aunque, a veces, ignore sus comentarios, no por ridículos, sino por no considerarlos pertinentes en el momento de estudio.

Hemos observado cómo el profesor, en múltiples ocasiones, incita a que los alumnos menos participativos sean los que den las respuestas a las cuestiones pedidas, independientemente de que éstas sean correctas, o no, simplemente por el hecho de hacerles participar en clase y que se sientan involucrados en la construcción de conocimientos, a priori, nuevos y extraños para ellos. En ningún momento se ha constatado que algún alumno se haya sentido marginado u "olvidado" por el resto del grupo. La cooperación entre alumnos es muy importante para fortalecer este indicador, y en este grupo se pone de manifiesto.

Indicador: se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

Este tema se ha desarrollado de manera más intuitiva que formal, más gráfica que algebraicamente, lo que da un cierto realce a la estética de su presentación como una cualidad más "visible" que técnica y precisa. El profesor ha huido de formalismos convencionales, por otra parte, hoy obviados en la mayoría de textos de este nivel, y ha presentado un tema árido de la forma más vistosa que pueda exponerse a un alumno. No es un tema donde la precisión matemática deba imperar, porque no resultaría atractivo a los alumnos. Las matemáticas, a veces, también tienen que moldearse para hacerse atractivas.

Teniendo en cuenta las componentes e indicadores de esta idoneidad, podemos concluir que el grado de valoración es alto.

7. Conclusiones

Al estudiar el caso de un proceso de estudio en el aula respecto al límite funcional, en una clase de primero de Bachillerato, se han obtenido datos sobre las idoneidades interaccional, mediacional y afectiva.

Respecto a la idoneidad interaccional, en su componente *interacción docente-discente*, los resultados obtenidos indican que el profesor realiza una presentación adecuada del tema de estudio, que en clase se reconocen y resuelven los conflictos de significado de los alumnos, que, en general, se llega a consensos entre profesor y alumnos en base al mejor argumento, que se usan adecuadamente recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar a los alumnos y, por último, que se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de clase.

En cuanto a la componente *interacción entre discentes*, los resultados nos llevan a afirmar que se dan muchos momentos en los que se favorece el diálogo y la comunicación entre los estudiantes, que éstos tratan de convencerse a sí mismos y a los otros buscando la validez de sus afirmaciones y, por último, que en todo momento se favorece la inclusión del alumno en el grupo tratando de evitar su exclusión.

Teniendo en cuenta estas componentes e indicadores de esta idoneidad, podemos afirmar que la valoración es muy alta.

Sin embargo, la idoneidad mediacional presenta un perfil medio de valoración porque la componente de recursos materiales queda en un nivel muy bajo, ya que sólo se usa la calculadora, además del libro de texto, y no hay otros materiales manipulativos u otros recursos tecnológicos que puedan ser usados. Esta valoración se ve mucho mejor complementada cuando tenemos en cuenta las otras componentes, como el número de alumnos, horario, condiciones del aula y el tiempo de enseñanza y aprendizaje, lo que afortunadamente mejora en su globalidad a esta idoneidad.

En cuanto a la idoneidad afectiva, se demuestra en las transcripciones de las clases observadas cómo las tareas tienen interés para los alumnos, cómo se promueve la participación de los estudiantes en las actividades y cómo se promueve la autoestima, evitando el rechazo o miedo a las matemáticas. Es por ello que hemos considerado una valoración alta en cuanto a la consecución de esta idoneidad.

Referencias

Breda, A., Font, V., y Lima, V. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, 8*(1), 4-41.

Contreras, Á. y García, M. (2011). Significados pretendidos y personales en un proceso de estudio con el límite funcional. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME). 14*(3), 277-310.

Contreras, Á., García, M. y Font, V. (2012). Análisis de un proceso de estudio sobre la enseñanza del límite de una función. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), 26*(42 B), 667-690.

García, M. (2008). Significados institucionales y personales del límite de una función en el proceso de instrucción de una clase de primero de Bachillerato. *Tesis Doctoral*. Universidad de Jaén.

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *11*, 111-132.

Godino, J. D, Batanero, C., Rivas, H. y Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *REVEMAT, 8* (1), 46-74.

Godino, J. D., Rivas, H. y Arteaga, P. (2012). Inferencia e indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. *Praxis Educativa*, *7* (2), 331-354.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, *39* (1-2), 127-135.

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, *XXVII* (2), 221-252.

Godino, J. D., Contreras, Á. y Font, V. (2006). Análisis de un proceso de estudio basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, *26* (1), 39-88.