

# Impacto de un programa de desarrollo profesional para profesores de secundaria de matemáticas sobre la enseñanza de funciones en el Ecuador. El caso de la función exponencial

## Impact of a professional development program on the teaching of functions for high school mathematics teachers in Ecuador. The case of the exponential function

Mónica Flores Marin<sup>1</sup> y Vicenç Font<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Espíritu Santo - Ecuador, <sup>2</sup>Universitat de Barcelona

### Resumen

El objetivo específico es determinar qué propuestas de unidades didácticas contempladas en los Trabajos Final de Máster representan un “cambio para la mejora” de la enseñanza de las funciones exponenciales cuando se comparan con las unidades didácticas de los libros de texto oficiales. Se trata de un estudio de caso que analiza las unidades didácticas diseñadas e implementadas en los trabajos final de máster presentados por los profesores ecuatorianos que cursaron el Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria en el Ecuador, en la especialización de Matemáticas. Los resultados muestran que solo la mitad de los participantes diseñan e implementan propuestas que representan una mejora con relación al libro de texto oficial.

**Palabras clave:** función exponencial, innovación, formación de profesores, secundaria, matemáticas

### Abstract

The specific objective of this research is to determine which didactic units proposals suggested in Masters theses represent a "change for improvement" in the teaching of exponential functions when compared to the official textbooks didactic units. It is a case study that analyses the didactic units designed and implemented in the Master theses presented by Equatorial mathematics teachers who studied the Master's Degree in Secondary Education in Ecuador. The results show that only half of the participants design and implement proposals that represent an improvement, as compared to the official textbook.

**Keywords:** exponential function, innovation, teacher training, high school, mathematics

## 1. Introducción

En este trabajo presentamos una parte de una investigación más general cuyo objetivo es determinar el impacto producido por un programa de maestría sobre la enseñanza de funciones en el Ecuador. En particular el objetivo específico es determinar qué propuestas de unidades didácticas, contempladas en los Trabajos Final de Máster, representan un “cambio para la mejora” de la enseñanza de las funciones, cuando se comparan con las unidades didácticas de los libros de texto oficiales. En concreto, en esta comunicación presentamos los resultados para las funciones exponenciales.

Se trata de un estudio de caso naturalista de tipo múltiple que estudia las unidades didácticas diseñadas e implementadas en los trabajos final de máster (TFM) presentados por los profesores ecuatorianos que cursaron el Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria en el Ecuador en la especialización Matemáticas. Se trata de un máster de dos años impartido por la Universidad del Barcelona durante los años 2015 y 2016.

---

Flores Marín, M. y Font, V. (2017). Impacto de un programa de desarrollo profesional para profesores de secundaria de matemáticas sobre la enseñanza de funciones en el Ecuador. El caso de la función exponencial. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html)

Después de esta introducción, en la segunda sección se presentan los constructos del Enfoque Ontosemiótico (EOS a partir de ahora) (Godino, Batanero y Font, 2007) utilizados en la investigación. En la tercera sección se explica las características metodológicas de la investigación. En la sección cuarta se realiza el análisis de los datos y se finaliza en la última sección con algunas conclusiones.

## 2. Marco Teórico

La investigación en Educación Matemática sobre las nociones del Cálculo ha puesto de manifiesto la complejidad de los objetos matemáticos esenciales de esta área de las Matemáticas. Uno de los enfoques que más se han interesado para caracterizar esta complejidad es el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción matemáticas (Font, Godino y Gallardo, 2013; Godino, Batanero y Font, 2007; 2008). En dicho enfoque se ha utilizado la noción de configuración epistémica para modelizar dicha complejidad.

En el EOS se considera que para la realización de una práctica matemática se necesita poner en funcionamiento determinados conocimientos. Si consideramos, por ejemplo, los componentes del conocimiento para la realización y evaluación de la práctica que permite resolver una situación-problema (p. e., plantear y resolver un problema de optimización) vemos el uso de *lenguajes*, verbales y simbólicos. Estos lenguajes son la parte ostensiva de una serie de *conceptos*, *proposiciones* y *procedimientos* que intervienen en la elaboración de *argumentos* para decidir si las acciones que componen la práctica son satisfactorias. En consecuencia, cuando una institución matemática realiza y evalúa una práctica matemática activa un conglomerado articulado de situaciones – problemas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, llamado en el EOS *configuración epistémica de objetos primarios*.

Para el estudio del objeto matemático *función*, Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006) afirman que a lo largo de la historia las distintas civilizaciones han ido generando diferentes configuraciones epistémicas, algunas de las cuales han servido para generalizar a otras de las preexistentes. Estos autores consideran que esta evolución se puede organizar en cuatro configuraciones epistémicas (tabular, gráfica, analítica y conjuntista).

Según Font (2007; 2011), estas cuatro configuraciones epistémicas que, en cierta manera, resumen el desarrollo de la noción de función, se han transpuesto a los libros de texto mediante dos tipos de configuraciones epistémicas, por una parte tendríamos la configuraciones epistémicas formales (o intra matemáticas) y las empíricas (o extra matemáticas). Las primeras tendrían como referente la configuración epistémica que se ha llamado conjuntista, mientras que las segundas tendrían como referente una combinación de las otras tres. Estos dos tipos de configuraciones epistémicas son las que podemos encontrar en los manuales universitarios y en los libros de texto de la media y del Bachillerato. En Font (2007; 2011) se considera un tercer tipo de configuración epistémica que es una degeneración de la configuración epistémica formalista. Se refiere a las unidades didácticas inspiradas en lo que se llama instrumentalismo, mecanicismo, etc. Se trata de una presentación descontextualizada de los conceptos y reglas matemáticas, que se supone que se aprenden con la práctica y no mediante un aprendizaje significativo.

En los vértices del triángulo de la figura 1 representamos los tres modelos de configuraciones epistémicas de las funciones (formalista, mecanicista y realista). Las configuraciones reales que acontecen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las

matemáticas pueden representarse mediante puntos interiores del triángulo y estar más o menos próximas a estas configuraciones teóricas. Por otra parte, las configuraciones epistémicas de los libros de texto aprobados y distribuidos gratuitamente por el Ministerio de Educación de Ecuador se sitúan más cerca de las propuestas formalista y mecanicista a pesar de lo que señalan las orientaciones curriculares, claramente orientadas a la propuesta realista.

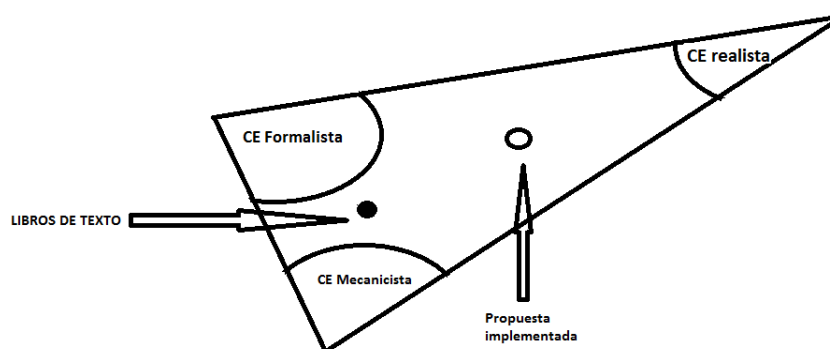


Figura 1. Configuraciones Epistémicas de referencia

Partimos del supuesto de que en la secundaria las configuraciones epistémicas realistas presentan a priori mayor idoneidad didáctica (Breda, Font y Lima, 2015; Godino, Bencomo, Font y Wilhemi, 2006) que las formalistas y las mecanicistas. Por esta razón consideraremos que las unidades didácticas que se aproximan más al modelo de configuración epistémica realista presentan una innovación y una mejora con relación a las que siguen el libro de texto oficial.

### 3. Metodología

Se trata de un estudio de caso naturalista de tipo múltiple que estudia las unidades didácticas diseñadas e implementadas en los 114 TFM presentados por los profesores que cursaron el Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria en el Ecuador en la especialización Matemáticas de la Universidad del Barcelona (del 2015 al 2016).

El primer paso ha sido realizar una ficha de cada TFM para saber cuántos han optado por trabajar el tema de funciones. En el anexo 1 hay un resumen de estas fichas. De los 114 TFM consultados, 44 trataban sobre funciones. El segundo paso ha sido realizar la configuración epistémica de la unidad didáctica presentada en el TFM para su posterior comparación con la configuración epistémica de la misma unidad didáctica presente en los libros de texto oficiales suministrados por el Ministerio de Educación. En función de la posición que ocupen ambas unidades didácticas en el triángulo 1 se determina si la unidad didáctica del TFM representa un cambio para la mejora o no. Además, se valora en una escala de 1 a 3 el cambio que representa la unidad didáctica diseñada e implementada con base a la comparación con la unidad didáctica de los libros oficiales.

En esta comunicación presentamos los resultados para el caso de las funciones exponenciales que es el tema escogido por seis de los participantes

### 4. Análisis de los datos: Comparación de las CE del libro y de las unidades didácticas del TFM

En el caso de los profesores que diseñaron e implementaron una unidad sobre funciones exponenciales y logarítmicas solo se ha tenido en cuenta la parte de la unidad didáctica

correspondiente a las funciones exponenciales, debido a que no todos trabajaron las funciones logarítmicas. Utilizamos la unidad didáctica del profesor T. T. para ejemplificar el tipo de análisis comparativo con el libro de texto realizado en las seis unidades didácticas de la Tabla 1.

Tabla 1. Resumen de la CE del Libro de Texto

Situaciones-Problema
Expone ejercicios de repaso de operaciones con exponente. Expone ejercicios descontextualizados de los temas de función exponencial , Existen problemas de contexto extramatemático al final del capítulo
Lenguaje
Verbal, simbólico, gráfico y tabular
Definiciones
<i>Previas</i> Función, Máximo y mínimo, Dominio y Rango Intervalos de crecimiento y decrecimiento Asíntotas <i>Emergentes</i> Enésima potencia y raíz Función exponencial Ecuación exponencial
Procedimientos
<i>Previos</i> Identificar a una función, obtener su dominio, recorrido, resolver ecuaciones de primer y de segundo grado. <i>Emergentes</i> Cálculo gráfico para el caso de la función exponencial del dominio, rango, intervalos de crecimiento y decrecimiento, asíntotas. Representación de gráficas de funciones exponenciales a partir de Tablas
Proposiciones
Propiedades de las potencias Propiedades de la función exponencial
Argumentos
Argumentos de tipo: ejemplo a seguir

La propuesta del profesor T. T. (Tabla 2) es más constructivista que la del libro ya que presenta los problemas contextualizados al inicio de la unidad con el objetivo de que su resolución permita la emergencia de los contenidos que se pretenden enseñar. Por otra parte, los argumentos no se limitan a <<ejemplos a seguir>>. Por esta razón la valoración de innovación que representa su propuesta con relación a la del libro la hemos valorado con un 3 en una escala de 1 a 3.

Tabla 2. Resumen de la CE del TFM de T.T.

Situaciones-problema
Presenta problemas contextualizados al inicio del tema
Lenguaje
Verbal, simbólico, gráfico y tabular
Definiciones
<i>Previas</i> Función, Máximo y mínimo,

Dominio y Rango
Intervalos de crecimiento y decrecimiento
Asíntotas
<i>Emergentes</i>
Función exponencial
Procedimientos
Cálculo gráfico para el caso de la función exponencial del dominio, rango, intervalos de crecimiento y decrecimiento, asíntotas.
Representación de gráficas de funciones exponenciales a partir de tablas
Proposiciones
Propiedades de las potencias
Propiedades de la función exponencial
Argumentos
Argumentos de tipo inductivo y visual

La Tabla 3 recoge la puntuación de las seis unidades didácticas que habían trabajado la función exponencial.

Tabla 3. Datos y puntuaciones de los TFM que incorporan una unidad didáctica sobre funciones exponenciales

Nº Ficha	Nombre Alumno	Puntuación	Curso	Título
16	I.L.	2	3 BGU	Funciones exponenciales
21	M.E.	1	3 BGU	Funciones Exponenciales y Logarítmicas
27	O.J.	1	3 BGU	Función Exponencial y logarítmica
34	R.L.	1	3 BGU	Funciones exponenciales
35	R.M.	2	3 BGU	La función exponencial
36	M.V	1	3 BGU	Funciones y gráficas
42	T.T.	3	3 BGU	Funciones exponenciales y logarítmicas

## 5. Conclusiones

Como se puede observar, solo la mitad consigue separarse del modelo del libro que es poco constructivista. Una posible explicación es que los profesores no asimilaban la formación del máster, que les había preparado para hacer propuestas de unidades didácticas más constructivistas, siendo el tema de las funciones exponenciales. Ahora bien, también es posible que las condiciones del contexto de la institución donde impartieron su propuesta didáctica fuesen determinantes para no separarse de la propuesta del libro. Con relación a esta última explicación hay que decir que, si bien tanto el currículum oficial como la formación del máster les impulsaba hacia propuestas constructivistas, la inspección, la dirección del centro, etc. les impulsaba a no distanciarse demasiado de la propuesta del libro.

**Agradecimientos:** Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, UE).

## Referencias

Breda, A., Font, V. y Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8(2), 1-41.

- Font, V. (2007). Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 10(2), 419–434.
- Font, V. (2011). Las funciones y la competencia disciplinar en la formación docente matemática. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 56, 86-94.
- Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97–124.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2008). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10, 7-37.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhemi, M. R. (2006). Análisis y Valoración de la Idoneidad Didáctica de Procesos de Estudio de las Matemáticas. *Paradigma*, XXVII(2), 221-252.

## Anexo 1. Lista de TFM's que tratan el tema de funciones

Nº Ficha	Nombre Alumno	Curso	Bloc Matemático	Título
1	A.A.	8 EGB	Funciones	Funciones de primer grado
2	B.F.	8 EGB	Funciones	Funciones
3	B.J.	1 BGU	Funciones	Los números y las funciones cuadráticas
4	B.R.	1 BGU	Funciones	Funciones
5	C.C.	3 BGU	Funciones	La parábola
6	C.F.	1 BGU	Funcions	Secuencia Didáctica de la Función Lineal
7	C.H.	3 BGU	Funciones	Propuesta de unidad didáctica. Funciones elementales: lineales, afín y cuadrática
8	C.J.	1 BGU	Funciones	Funciones
9	C.L.	1 BGU	Funciones	Función Lineal
10	D.G.	1 BGU	Funciones	Funciones cuadráticas
11	E.J.	1 BGU	Funciones	Función lineal
12	G.A.	10 EGB	Funciones	Funciones
13	G.B.	1 BGU	Funciones	Funciones lineales
14	H.A.	1 BGU	Funciones	Funciones lineales
15	H.M.	1 BGU	Funciones	Funciones lineales
16	I.L.	3 BGU	Funciones	Funciones exponenciales
17	J.G.	3 BGU	Funciones	Funciones reales
18	J.V.	10 BGU	Funciones	Funciones lineales
19	LF.	1 BGU	Funciones	La función lineal
20	M.E	1 BGU	Funciones	Funciones lineales y trigonometría
21	M.E.	3 BGU	Funciones	Funciones Exponenciales y Logarítmicas
22	M.E.	1 BGU	Funciones	Aplicaciones de funciones en situaciones de la vida práctica
23	M.M.	1 BGU	Funciones	Funciones lineales
24	N.J,	10 EGB	Funciones	La función lineal y cuadrática
25	N.J,	1 BGU	Funciones	Funciones lineales
26	N.W.	10 EGB	Funciones	La función cuadrática
27	O.J.	3 BGU	Funcione	Función Exponencial y logarítmica
28	P.E.	3 BGU	Funcione	Funciones cuadráticas
29	P.W.	1 BGU	Funcione	Función lineal
30	Q.J.	2 BGU	Funciones	Utilidad del programa Geogebra para graficar funciones polinómicas
31	Q.P.	3 BGU	Funciones	Funciones
32	Q.S.	2 BGU	Funciones	Funciones lineales
33	R.J.	1 BGU	Funciones	Funciones lineales
34	R.L.	3 BGU	Funciones	Funciones exponenciales
35	R.M.	3 BGU	Funciones	La función exponencial
36	R.V.	1 BGU	Funciones	Funciones
37	S.L	1 BGU	Funciones	Funciones
38	S.L.	2 BGU	Funciones	Funciones lineales
39	T.J.	10 EGB	Funciones	Funciones lineales
40	T.H.	10 EGB	Funciones	Función lineal
41	T:R.	10 EGB	Funciones	Funciones lineales
42	T.T.	3 BGU	Funciones	Funciones exponenciales
43	U.C.	1 BGU	Funciones	Funciones lineales
44	V.M.	1 BGU	Funciones	Funciones y gráficas