

# Significado del muestreo en el currículo de Educación Secundaria Obligatoria

## Meaning of sampling in the secondary school curriculum

Nuria Begué y Carmen Batanero

Universidad de Granada

### Resumen

El interés por la enseñanza de la estadística ha aumentado en los últimos años, por lo que su reconocimiento ha trascendido a los planes de educación de diversos currículos. Nuestro foco de interés se centra en el muestreo, el cual es un contenido fundamental para el aprendizaje de la estadística (Burrill y Biehler, 2011). En este trabajo nos planteamos caracterizar la forma en que el concepto se trata en los documentos curriculares correspondientes a la etapa secundaria obligatoria. Para ello, el análisis curricular se centra en caracterizar los objetos matemáticos asociados utilizando el marco teórico del Enfoque ontosemiótico. La situación particular de España conduce a considerar los documentos curriculares correspondientes a la Ley Orgánica de Educación y la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa, tanto a nivel estatal como autonómico. Además, este estudio pone en relieve las posibles diferencias entre los distintos currículos.

**Palabras clave:** inferencia estadística, muestreo, enfoque ontosemiótico, análisis curricular, significado institucional.

### Abstract

The interest for the teaching of statistics has increased in the past years, and therefore, it has been recognised in the educational plans for various curricula. Our interest is focused in sampling, which is a fundamental content in teaching statistics (Burrill, & Biehler, 2011). In this work, we try to characterise the way in which the concept is deal with in the curricular guidelines for secondary school. To achieve this goal, our curricular analysis is centre in characterising the associated mathematical objects, using the onto-semiotic theoretical framework. The specific situation leads us to consider the curricular guidelines that correspond to the Organic Law of Education and the Organic Law for Improving the Educational Quality, both to national and autonomic level. Besides, this study reveals the possible differences between these curricula.

**Keywords:** statistical inference, sampling, onto-semiotic approach, curricular analysis, institutional meaning.

## 1. Introducción

La inferencia estadística resulta una herramienta básica en muchas actividades humanas, por lo que la enseñanza de la estadística ha experimentado un creciente interés, el cual queda reflejado en su consideración como contenido a enseñar en el currículo educativo en sus diferentes etapas.

Según Batanero y Díaz (2015), las técnicas de inferencia se desarrollaron para fundamentar las formas de obtener información general a partir del análisis de casos particulares y adquieren una gran importancia en las ciencias empíricas, por lo que se suelen enseñar en la mayoría de los estudios universitarios. El estudio de la inferencia comienza con el del muestreo, uno de los contenidos fundamentales para el aprendizaje de la Estadística (Burrill y Biehler, 2011), cuya comprensión es necesaria para otros temas, como el intervalo de confianza o el contraste de hipótesis. De hecho, la

comprensión del muestreo forma parte de la cultura estadística, porque gran parte de nuestro conocimiento está basado a partir de muestras. Por su parte, la investigación previa revela que tanto los niños como los adultos presentan creencias erróneas sobre el muestreo, que conducen a la toma de decisiones equivocadas en situaciones tanto de la vida cotidiana como del trabajo.

Por tanto, nuestro interés recae sobre el concepto de muestreo y los problemas relacionados con la toma de muestras de una población o la estimación de una característica de la población a partir de las muestras. En este tema pensamos desarrollar en el futuro un estudio de evaluación de su comprensión en los estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria. Para iniciar la construcción de un instrumento de evaluación válido y fiable, el primer requisito es identificar qué contenidos podemos esperar que los individuos hayan aprendido. Para ello, siguiendo a Cai y Howson (2013), comenzamos con el estudio del currículo, que determina los contenidos que se espera que los alumnos aprendan y de acuerdo a nuestro marco teórico su análisis informa acerca del significado de referencia en la institución de Enseñanza Secundaria Obligatoria.

En resumen, el problema de investigación que tratamos en este trabajo es abordar la caracterización del significado institucional del muestreo, mediante un análisis curricular de dicho objeto matemático durante la etapa de educación secundaria obligatoria (ESO). Para llevarlo a cabo se identifican, describen y comparan los contenidos matemáticos presentados en los documentos curriculares. A continuación, se describen aquellos elementos del marco teórico que guían el estudio que se presenta. El estudio termina con una breve reflexión, donde se exponen las conclusiones más relevantes del análisis curricular.

## **2. Elementos teóricos**

El marco teórico que utilizamos para abordar el problema es el enfoque ontosemiótico (EOS) sobre el conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, 2002; Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007). Siguiendo a Godino (2002), una entidad matemática se puede caracterizar desde seis facetas o dimensiones. En nuestro caso, el análisis del objeto matemático se lleva a cabo desde la faceta institucional y en particular, su presentación en los documentos curriculares oficiales.

Por otro lado, los objetos matemáticos se pueden clasificar según su naturaleza y función desempeñada, dando lugar a las siguientes categorías que denomina “entidades primarias”, las cuales se describen a continuación (Godino, 2002):

- Lenguaje: expresiones, notaciones, términos, gráficos.
- Situaciones: son los enunciados que constituyen la razón de ser del objeto matemático emergente del sistema de prácticas asociados a la resolución del mismo.
- Procedimientos: operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo.
- Conceptos: se caracterizan por estar presentados en términos de descripciones o definiciones.
- Propiedades: son las características asociadas a los objetos mencionados, las cuales se formulan en términos de enunciados o proposiciones.

- Argumentaciones: son aquellos enunciados cuya finalidad es justificar la veracidad de una proposición.

Según este autor podemos identificar el significado de un objeto matemático como el resultado de las prácticas al resolver problemas relacionados con el objeto, de donde emerge el objeto e intervienen diversas entidades que a su vez son objetos matemáticos y se comportan como entidades primarias para dicho objeto. Esta observación revela la complejidad intrínseca al análisis de un objeto matemático.

Como se ha indicado, el foco de interés o el objetivo que planteamos es identificar, categorizar, describir y comparar los contenidos matemáticos presentados en los documentos curriculares. Por tanto, el estudio supone el análisis exhaustivo de los documentos curriculares, tanto a nivel estatal como autonómico, donde el interés es realizar una categorización de los distintos objetos matemáticos relacionados con el contenido de muestreo, por lo que éstos se clasifican en función de las categorías o “entidades primarias” que propone el marco teórico del EOS para describir la actividad matemática (Godino, 2002).

### **3. El muestreo en los currículos**

El estudio está enfocado en realizar una revisión de los documentos curriculares oficiales a nivel estatal, que se concretan a nivel autonómico. Como la parte empírica del trabajo posterior se desarrolla en la Comunidad de Aragón, preferentemente, la revisión de los documentos autonómicos está centrada en los documentos curriculares propios de esta comunidad. Además, este análisis permite realizar un estudio complementario centrado en identificar la existencia de diferencias entre los dos documentos.

Por otro lado, es sabido que recientemente se ha cambiado la ley educativa, por lo que planteamos un análisis de dos documentos curriculares: El Decreto de Enseñanzas Mínimas (MEC, 2007) y el Currículo Básico (MEC, 2015).

Finalmente, señalar que el estudio se realiza a lo largo de la etapa educativa de educación secundaria, con la finalidad de observar la evolución o identificar el tipo de proceso indicado para la enseñanza del muestreo.

#### **3.1. El muestreo en los decretos de enseñanzas mínimas**

Este primer análisis está centrado en el currículo oficial estatal (MEC, 2007) y autonómico (Departamento de Educación, Cultura y Deporte, 2007), por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la etapa de Educación Secundaria Obligatoria. En particular, nuestro interés recae sobre el bloque de contenidos correspondientes al bloque 6 “Estadística y probabilidad”. Así mismo, se consideran los criterios de evaluación porque suponen una descripción más detallada de los contenidos que se recogen bajo el bloque.

En la Tabla 1 se incluye un guión para indicar aquel contenido que solamente aparece en el currículo autonómico, mientras que con la cruz se indica que el contenido está reflejado en los documentos curriculares estatales y autonómicos. Se han clasificado los contenidos de acuerdo a los objetos matemáticos primarios considerados en el enfoque ontosemiótico.

La investigación de Batanero, Gea, Arteaga y Contreras (2014) analiza los contenidos y la metodología sugeridos en las directrices curriculares españolas correspondientes a la enseñanza obligatoria.

Tabla 1. Objetos matemáticos en los decretos de enseñanzas mínimas

	1º	2º	3º	4ºA	4ºB
<b>Situaciones-problema</b>					
Estimar la característica de una población a partir de muestras de una población		x	x	x	x
Valorar la representatividad de muestras				x	x
<b>Lenguaje matemático</b>					
Interpretar con un vocabulario adecuado la información estadística	x	x	x	x	x
Diagrama de barras, sectores, líneas	x	x	x	x	x
Histograma			x	x	x
Diagrama de cajas				x	x
Polígono de frecuencias			x	x	x
Bigotes					x
<b>Conceptos</b>					
Población	-	x	x	x	x
Individuo					
Muestra	-		x	x	x
Espacio muestral, suceso			x	x	
Variable estadística discreta	-		x	x	-
Variable estadística continua			x	x	-
Frecuencia absoluta, relativa	x	x			
Distribución de datos, distribución unidimensional	x	x	x	x	x
Variabilidad muestral				x	x
Representatividad muestral			x	x	x
Parámetros de posición: media, mediana, moda		x	x	x	x
Cuantiles			x	x	x
Parámetros de dispersión: rango		x	x	x	x
D. típica			x	x	x
Asimetría					x
Valores atípicos					x
<b>Procedimientos</b>					
Simulación y/o experimentación	x		x	-	-
Métodos de selección de una muestra estadística			x	x	x
Representar la distribución de frecuencias mediante tablas o gráficas.	x	x	x	x	x
Relacionar las características de una población y una muestra		x	x	x	x
Calcular los parámetros a partir de las observaciones de la variable o datos			x	x	
Calcular las medidas de centralización		x	x	x	
Calcular las medidas de dispersión			x	x	
Recoger datos		x	x		
Utilizar herramientas tecnológicas		x	x	x	
Fases y tareas de un estudio estadístico		x	x	x	
<b>Propiedades</b>					
Aproximación de la frecuencia relativa a la probabilidad mediante la simulación o experimentación	x				
Propiedades de los parámetros de posición		x			
Propiedades de los parámetros de dispersión			x		

Este análisis revela que en la Educación Secundaria Obligatoria se sigue contemplando la organización de los datos y gráficos y contenidos de probabilidad iniciados en la Educación Primaria. Además, el primer curso de la etapa secundaria incluye contenidos asociados al concepto de muestreo, como se puede observar en la Tabla 1.

### 3.2. El muestreo en el currículo básico

Bajo este apartado se realiza un análisis similar al caso anterior con respecto al Currículo Básico (MEC, 2015). Análogamente, se expone la tabla resultado de analizar los contenidos relacionados con el muestreo que se recogen en el documento oficial, los cuales se han clasificado según las entidades primarias que señala el marco teórico considerado. Aunque el análisis curricular considera tanto los documentos curriculares que se definen a nivel estatal y autonómico, la revisión de los mismos revela que no existe ninguna diferencia en la redacción de ambos documentos. Por tanto, la Tabla 2 es válida para ambos textos.

Tabla 2. Objetos matemáticos en el currículo básico

Objeto matemático	1º	2º	3ºAC	3ºAP	4ºAC	4ºAP
Situaciones-problema						
Estimar la característica de una población a partir de muestras de una población	x	x	x	x	x	x
Valorar la representatividad de dos muestras					x	x
Lenguaje						
Interpretar con un vocabulario adecuado la información estadística	x	x	x	x	x	x
Diagrama de barras	x	x	x	x	x	x
Diagrama de sectores	x					
Diagrama de cajas y bigotes			x	x	x	x
Diagrama de dispersión					x	x
Conceptos						
Población, muestra	x	x	x	x		
Individuo	x	x				
Espacio muestral	x	x	x			
Variable estadística. Variable cualitativa y cuantitativa.	x	x	x	x		
Variables discretas y continuas.			x	x		
Frecuencia relativa, absoluta		x	x	x		
Frecuencia acumulada			x	x		
Distribución de datos, distribución unidimensional	x	x	x	x	x	x
Distribución bidimensional					x	
Representatividad muestral			x	x	x	x
Parámetros de posición, media, mediana, moda		x	x	x	x	x
Cuartiles			x	x	x	x
Parámetros de dispersión, Rango		x	x	x	x	x
Recorrido intercuartílico, D. típica			x	x	x	x
Correlación					x	x
Procedimiento						
Simulación y/o experimentación	x	x				
Métodos de selección de una muestra estadística			x	x		
Representar la distribución de frecuencias mediante tablas o gráficas.	x	x	x	x	x	x

Relacionar las características de una población y una muestra	x	x	x	x	x	x
Calcular los parámetros a partir de las observaciones de la variable o datos	x	x	x	x	x	x
Calcular las medidas de centralización	x	x	x	x	x	x
Calcular las medidas de dispersión		x	x	x	x	x
Determinar el coeficiente de correlación					x	x
Diagrama de árbol (espacio muestral)	x	x				
Recoger datos	x	x				
Utilizar herramientas tecnológicas	x	x	x	x	x	x
Fases y tareas de un estudio estadístico					x	x
Propiedades						
Aproximación de la frecuencia relativa a la probabilidad mediante la simulación o experimentación		x	x			
Propiedades de los parámetros de posición			x	x		
Propiedades de los parámetros de dispersión						

#### 4. Discusión y conclusiones del análisis curricular

Como indican varios autores, la finalidad de la inferencia estadística es obtener información de la población a través de las muestras, lo que exige trabajar con tres tipos de distribuciones asociadas a la inferencia estadística que están presentes (Harradine, Batanero y Rossman, 2011; Kadijevich, Kokol-Voljc y Lavicza, 2008): (1) la *distribución teórica de probabilidad* que modela los valores de una variable aleatoria tomada de una población o un proceso, (2) la *distribución del conjunto de datos o muestra aleatoria simple* que se obtiene a partir de la realización de varias repeticiones independientes del experimento aleatorio, (3) la *distribución en el muestreo* de un estadístico o distribución de probabilidad de todos los posibles valores que puede tomar el estadístico muestral en relación con las posibles muestras que constituyen el espacio muestral asociado al proceso o población que se desea estudiar. El análisis de las Tablas 1 y 2 revelan que esta etapa educativa se caracteriza por trabajar la segunda de las distribuciones citadas.

Desde el análisis del currículo, se desprenden varios puntos reseñables. En primer lugar, las tablas anteriores reflejan que ambos currículos abogan por una introducción gradual de los contenidos asociados a la Estadística. De hecho, la enseñanza se inicia en torno al aspecto más descriptivo de la misma donde el interés recae en la distribución de un conjunto de datos dados, a partir de los cuales calcular los parámetros de posición y dispersión. A partir de 3º ESO se incorpora el concepto de muestreo y con ello la tarea de valorar la representatividad de la muestra. Entonces, se identifica una aproximación informal hacia la inferencia estadística donde el objetivo es que el alumno sea capaz de valorar la muestra apoyándose en el cálculo de diversos parámetros. Además, se incluyen las técnicas de selección de muestras con el objetivo de que el alumno identifique la condición de aleatoriedad para la formación de las mismas. En definitiva, se pretende que el alumno se familiarice con el quehacer estadístico a lo largo de la etapa, el cual se vuelve más formal.

Por otro lado, ambos currículos tanto a nivel estatal como autonómico señalan la necesidad de que el alumno no solamente calcule los diferentes parámetros, sino que sea capaz de relacionar el valor obtenido con los datos recogidos y a su vez proporcione conclusiones en relación a la característica de la población objeto de análisis. En este

sentido, los documentos curriculares remarcan la necesidad de que el alumno adopte una actitud crítica hacia la información estadística, la cual está presente de manera frecuente en su vida cotidiana. De modo que el alumno sea capaz de interpretar y evaluar la información estadística que recibe en distintas situaciones, como son los medios de comunicación, concediendo también importancia al lenguaje, siendo el alumno capaz de comunicarse. Estos dos aspectos guardan similitud con las dos competencias que, según Gal (2002), caracterizan la cultura estadística. Además, se cita el uso de las herramientas tecnológicas para favorecer la interpretación de los valores obtenidos, en lugar de estar más interesados en realizar los cálculos algorítmicos. De hecho, es interesante que ambos currículos consideren como contenido a enseñar las fases asociadas a un estudio estadístico que guardan una correspondencia con el ciclo de investigación definido por Wild y Pfannkuch (1999).

La comparación de las tablas elaboradas permite identificar qué elementos no son comunes a los dos currículos. Es relevante destacar que la LOMCE se caracteriza por una introducción más temprana del análisis combinatorio, que se traduce en el cálculo de probabilidades desde el significado clásico de la probabilidad. Mientras que la LOE trabaja el significado frecuencial de la probabilidad a lo largo de la etapa educativa. Otro contenido que es novedoso con la LOMCE es la distribución bidimensional, así como la correlación y las tablas de contingencia. No obstante, no se contemplan aspectos como la idea de variabilidad muestral, así como las propiedades de dispersión. En definitiva, las directrices del nuevo currículo se caracterizan por considerar un conjunto de contenidos más amplios en cada curso o anticipar la enseñanza de determinados contenidos, siendo este hecho más acusado o relevante en la modalidad definida como “matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas” (MEC, 2015).

En cuanto al análisis que se plantea de comparar los currículos definidos a nivel estatal y autonómico, las diferencias solamente tienen sentido discutirlos para el caso de la LOE. Las discrepancias radican en una descripción con un nivel de precisión mayor en el boletín autonómico. En este caso, destacamos que la presencia del enfoque frecuencial a lo largo de la etapa secundaria obligatoria, donde la simulación debe favorecer la comprensión de la aproximación de la frecuencia relativa a la probabilidad y apoyarse en el concepto de frecuencia relativa para inducir la noción de probabilidad (Departamento de Educación, Cultura y Deporte, 2007). Por otra parte, la consideración del enfoque frecuencial de la probabilidad pone en relieve la estrecha relación que se establece entre la probabilidad y la estadística, en concreto el muestreo. De hecho, se identifica dicho vínculo cuando se pide estimar la proporción en una población a partir de la muestra. Recíprocamente, estimar una probabilidad teórica a partir de la frecuencia relativa en una muestra grande de ensayos es un problema de muestreo e inferencia.

El análisis curricular pone en relieve la presencia del significado frecuencial de la probabilidad a lo largo de la etapa educativa considerada. No obstante, su introducción como contenido a enseñar así como la trascendencia que recibe es diferente en ambos currículos. En líneas generales, se observa que la LOE considera que la probabilidad se inicie desde dicho enfoque, mientras que el currículo actual reduce su presencia al segundo curso de la etapa obligatoria de secundaria, adquiriendo un mayor peso el significado clásico de la probabilidad. En este caso, resulta relevante reflexionar sobre la decisión de no continuar con dicho enfoque, el cual permite aunar el cálculo de probabilidades con la estadística, cuyo estudio favorece que el alumno tenga una comprensión suficiente del muestreo. Como señalan Batanero, Díaz, Contreras y Roa (2013), un aspecto relevante del enfoque frecuencial es comprender la diferencia entre

probabilidad y frecuencia relativa, del mismo modo que hay que entender que los resultados obtenidos de una simulación, aunque son impredecibles, se puede predecir el comportamiento general de un número de resultados.

**Agradecimientos:** Proyecto EDU2016-74848-P (MEC) y Grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

## Referencias

- Batanero, C. y Díaz, C. (2015). Aproximación informal al contraste de hipótesis. En J. M. Contreras, C. Batanero, J. D. Godino, G.R. Cañadas, P. Arteaga, E. Molina, M.M. Gea y M.M. López (Eds.), *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 2 (pp. 135-144). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 83, 7-18.
- Batanero, C., Gea, M., Arteaga, P. y Contreras, J.M. (2014). La estadística en la educación obligatoria: Análisis del currículo español. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet* 14(2). Disponible en, <http://revistas.begué.docxtec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/1663>
- Burrill, G. y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education – A joint ICMI/IASE study* (pp. 57-69). Dordrecht: Springer.
- Cai, J. y Howson, G. (2013). Toward an international mathematics curriculum. En M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick y F. K. S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 949-974). New York: Springer.
- Departamento de Educación, Cultura y Deporte (2007). *Orden de 9 de mayo de 2007, por el que se desarrolla el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad de Aragón*. Zaragoza: Autor.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22(2 y 3), 237-284.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Harradine, A., Batanero, C. y Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*. (pp. 235-246). New York: Springer.
- Kadijevich, D., Kokol-Voljc, V. y Lavicza, Z. (2008). Towards a suitable designed instruction on statistical reasoning: Understanding sampling distribution with technology. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 Conference and IASE 2008 Round Table Conference*. Monterrey: International Statistical Institute. Disponible en,

[https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/rt08/T4P9\\_Kadijevich.pdf](https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/rt08/T4P9_Kadijevich.pdf).

MEC (2007). *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*.

Madrid: Ministerio de Educación y Cultura.

MEC (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*.

Madrid: Ministerio de Educación y Cultura.

Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 221-248.